

BAB I
PENDAHULUAN

1.1. Pengertian/Latar Belakang.

Masalah Sistem Substitusi Leontief Total adalah masalah pemaksimalan / meminimalan fungsi tujuan dengan syarat utama yang berbentuk sistem linier, yang membentuk daerah fisibel dalam pembatas yang tidak negatif.

Bentuk umum masalah Sistem Substitusi Leontief Total disajikan sebagai berikut :

Memaksimalkan / meminimalkan :

- fungsi tujuan $Z = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ yang berbentuk linier
- fungsi subyek (syarat utama) yang memenuhi adalah :

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j = b_i \quad ; \quad 1 \leq i \leq m$$

atau dalam bentuk sistem linier

$$Ax = b$$

dengan : $A = (a_{ij}) =$ matriks Leontief Total

berukuran $(m \times n)$.

$$b_i \geq 0$$

Jika A matriks Leontief Total maka masalah diatas sistem substitusi Leontief Total.

- pembatasnya adalah tidak negatif yaitu : x_1, x_2, \dots, x_n .

Pada masalah sistem Substitusi Leontief Total penyelesaian dapat ditentukan dengan berbagai metode, salah satunya adalah dengan metode iterasi matriks.

Pandang fungsi subyek dari model Leontif Total yaitu :

$$Ax = b \quad \dots\dots\dots(1)$$

Dalam metode iterasi matriks, matriks A mula-mula dipecah menjadi 2 buah matriks dengan ukuran yang memenuhi ukuran matriks A.

$$\text{Ambil : } A = R - S ,$$

dengan $R =$ matriks non singular

$S =$ matriks sembarang

$$\text{Sehingga persamaan (1) menjadi: } A x = (R-S) x = b$$

$$R x = S x + b$$

Dengan mengalikan masing-masing ruas dengan R^{-1} maka diperoleh :

$$x = R^{-1}Sx + R^{-1}b$$

Sehingga secara umum diperoleh pendekatan ke-(k+1) untuk x melalui hubungan recursive :

$$x^{(k+1)} = R^{-1}S x^{(k)} + R^{-1}b \quad \dots\dots\dots(2)$$

dengan : $x^{(k+1)}, x^{(k)} =$ pendekatan pada iterasi ke-(k+1)

dan ke-(k)

$$R^{-1}S = \text{matriks iterasi}$$

Kesalahan (error) untuk persamaan (2) adalah :

$$e^{(k)} = x^{(k)} - x$$

Penyelesaian dicapai jika pada iterasi ke-k berlaku

$\lim e^{(k)} \rightarrow 0$. Jadi $e^{(k)}$ konvergen ke 0

Dalam menyelesaikan masalah Sistem Substitusi Leontief Total dengan metode iterasi matriks, matriks R yang dipilih adalah matriks diagonal. Sehingga inversnya mudah ditentukan. Hal ini menguntungkan, terutama untuk matriks Leontief total dengan skala besar (jumlah barisnya banyak).

Selanjutnya nilai optimal diperoleh melalui pemilihan basis matriks dari matriks Leontief Totalnya yang memberikan penyelesaian optimal. Optimal disini, bisa berarti maksimal atau minimal.

1.2. Permasalahan.

Bagaimana mencari penyelesaian optimal masalah Sistem Substitusi Leontief Total yang basis matriks ada dalam kelas K dengan menggunakan metode iterasi matriks melalui penyelesaian basis dualnya.

1.3. Pembahasan.

Dalam materi ini, yang akan dibahas adalah :

- Masalah Sistem Substitusi Total dan bentuk dualnya.
- Membentuk basis matriks kelas K dari matriks Leontief Total.
- Pemilihan kolom basis optimal pada iterasi ke-k.
- Uji sub optimalitas kolom.
- Penentuan sub basis optimal.

Pembahasan diatas dengan menggunakan definisi-definisi dan teorema-teorema yang ada dengan disertai contoh-contoh akan didapatkan penyelesaian optimal basis yang akan memberikan nilai optimal dari masalah Sistem Substitusi Total.