BAB I
PENDAHULUAN

Persamaan differensial adalah suatu persamaan yang memuat turunan dari tingkat satu atau tingkat yang lebih tinggi.

Bentuk umum :

$$Y^{(n)} = F(X, Y', Y'', Y''', \ldots, Y^{(n-1)})$$

$Y, Y', \ldots, Y^{(n)}$ Semuanya fungsi dari x.

Persamaan differensial parsial adalah persamaan-persamaan yang mengandung satu atau lebih turunan-turunan parsial. Persamaan ini melibatkan paling sedikit dua variabel bebas. Tingkat persamaan differensial parsial adalah tingkat turunan tertinggi pada persamaan itu.

Dalam persamaan differensial parsial tingkat dua dikenal persamaan dengan bentuk :

$$\nabla^2 F = \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 F}{\partial y^2} = 0$$

yaitu persamaan laplace dari dua variabel bebas x dan y. Atau apabila dalam koordinat polar maka persamaan Laplace tersebut berbentuk :

$$\frac{\partial^2 F}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial F}{\partial r} + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 F}{\partial \theta^2} = 0$$

Permasalahan yang melibatkan persamaan differensial parsial (persamaan laplace) yang memenuhi syarat batas - syarat batas disebut masalah syarat batas. Adapun syarat-syarat ini dapat menyangkut dua harga atau lebih dari variabel bebas. Persamaaan laplace yang memenuhi syarat batas- syarat batas seringkali muncul dalam model matematika yang mencoba menggambarkan keadaan kehidupan nyata. Sebagai contoh :

1. Permasalahan menentukan temperatur dalam keadaan steady dari suatu penghantar tanpa adanya sumber panas atau penyerapan panas dalam penghantar tersebut. Model matematika dari permasalahan ini ber bentuk

$$\frac{\partial^2 F}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 F}{\partial y^2} = 0$$

   dimana F(x,y) menyatakan temperatur sebagai fungsi dari koordinat (x,y) yang harus memenuhi syarat-syarat yang ditentukan pada batas dari penghantar tersebut.

2. Permasalahan menentukan potensial dari medan listrik dalam suatu daerah yang bebas (tidak memuat) muatan listrik. Model matematikanya juga berbentuk :

$$\frac{\partial^2 F}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 F}{\partial y^2} = 0$$

   dimana F(x,y) menyatakan potensial listrik dititik (x,y).

Dan masih banyak lagi contoh dari permasalahan yang menggunakan persamaan laplace dengan syarat batas sebagai model matematikanya.

Tidak terlepasnya hubungan antara permasalahan nilai batas dengan penerapan dalam teori-teori fisika atau teknik ,maka timbullah masalah baru, yaitu : "Mencari solusi dari persamaan laplace yang memenuhi syarat batas-syarat batas yang diberikan". Sejalan dengan pemecahan persoalan yang berhubungan dengan syarat batas, terdapat 2 macam persoalan syarat batas, yaitu :

1. Persoalan Dirichlet (Persoalan syarat batas jenis I)
   Yaitu : persoalan mencari fungsi F yang harmonis atau yang mempunyai derivatif parsial tingkat kedua yang kontinu dan yang memenuhi persamaan laplace : $\nabla^2 F = \dfrac{\partial^2 F}{\partial x^2} + \dfrac{\partial^2 F}{\partial y^2} = 0$ dalam domain D. Sedemikian sehingga memenuhi syarat : nilai dari fungsi F tertentu pada kontur C
2. Persoalan Neumann (Persoalan syarat batas jenis II).
   Yaitu : persoalan mencari fungsi F yang harmonis atau yang mempunyai derivatif parsial tingkat kedua yang kontinu dan yang memenuhi persamaan laplace : $\nabla^2 F = \dfrac{\partial^2 F}{\partial x^2} + \dfrac{\partial^2 F}{\partial y^2} = 0$ dalam domain D. Sedemikian sehingga memenuhi syarat : nilai derivatif normal dari F tertentu pada kontur C.

Adapun metode yang akan dijelaskan , untuk mencari solusi permasalahan syarat batas seperti tersebut diatas adalah metode "**Integral Poisson**". Dan sebelum masuk pada pembahasan terlebih dahulu diberikan batasan untuk permasalahannya. Sebagai batasan dari pembahasan metode integral poisson adalah :

1. Persamaaan laplace dari dua variabel bebas yang memenuhi syarat batas-syarat batas baik yang bertipe Dirichlet maupun Neumann.
2. Sebagai domain D adalah :
   a. Daerah yang dibatasi oleh kontur tertutup lingkaran yang berpusat pada titik asal.
   b. Daerah setengah bidang.