BAB I

PENDAHULUAN

1.1. Pengertian / latar belakang

Pengertian theorema titik tetap Schauder adalah apabila S suatu himpunan konvek, tertutup dan kompak di dalam suatu ruang Hilbert dan suatu pemetaan kontinu $K : S \longrightarrow S$ dari S ke dalam dirinya sendiri, maka K mempunyai sekurang-kurangnya satu titik tetap, yaitu sekurang - kurangnya satu X di dalam S sedemikian hingga $K(X) = X$.

Untuk mendapatkan perkiraan ke titik tetapan Schauder maka akan dibentuk suatu barisan takberhingga $\{K_n\}$ dari pemetaan dari S ke dalam dirinya sendiri sedemikian hingga masing-masing mempunyai suatu titik tetap.

Dari sini akan dapat diambil suatu barisan bagian yang konvergen ke suatu titik tetap dari K.

Pengertian suatu Himpunan S di dalam suatu ruang linier adalah dikatakan konvek, jika untuk dua titik sebarang $X, Y \in S$, maka himpunan dari titik - titik : $tX + (1 - t)Y \in S \quad , \quad 0 \le t \le 1$.

Karena elemen-elemen dari suatu ruang linier adalah vektor, jadi jika dalam ruang linier didefinisikan inner product, maka menjadi ruang inner product yang anggota-anggotanya merupakan suatu skalar.

Jika dalam ruang inner product H didefinisikan barisan Cauchy, maka H disebut suatu ruang Hilbert jika setiap barisan Cauchy konvergen ke suatu elemen di dalam H. Karena dalam ruang linier himpunan konvek tergantung pada vektor yaitu suatu besaran yang mempunyai arah, sedangkan dalam ruang Hilbert hanya tergantung pada besaran saja (atau merupakan skalar), maka himpunan konvek juga berlaku di dalam ruang Hilbert. Sehingga dapat didefinisikan suatu himpunan S di dalam suatu ruang Hilbert adalah dikatakan konvek, jika untuk dua titik sebarang X, Y $\in$ S, maka himpunan dari titik - titik $t X + (1 - t) Y \in S$, untuk $0 \leq t \leq 1$.

Himpunan S di dalam ruang Hilbert disebut himpunan tertutup jika semua titik limitnya termuat di dalam S.

Pengertian ruang Hilbert adalah sebagai berikut : barisan $\{f_n\}$ di dalam ruang inner product H dinamakan barisan Cauchy jika untuk setiap $\varepsilon > 0$ terdapat $N(\varepsilon)$ sehingga untuk semua $n \geq N(\varepsilon)$ dan $m \geq N(\varepsilon)$ berlaku $\| f_n - f_m \| < \varepsilon$

Dengan kata lain $\lim_{\substack{n \to \infty \\ m \to \infty}} \| f_n - f_m \| = 0$

H disebut suatu ruang Hilbert jika setiap barisan Cauchy konvergen ke suatu elemen di dalam H.

Sedangkan pengertian himpunan kompak yaitu suatu himpunan S di dalam suatu ruang Hilbert adalah dikatakan kompak jika setiap barisan takberhingga dari titik-titik di dalam S, katakanlah $\{X_n\}$, mempunyai suatu barisan bagian konvergen, yang konvergen ke suatu titik di dalam S.

Theorema titik tetap Schauder ini juga dapat digunakan dalam bentuk-bentuk kewujudan dari suatu penyelesaian dalam persamaan integral tidak linier.

1.2. Permasalahan

Yang menjadi permasalahan disini adalah bagaimana bentuk dan sifat dari theorema titik tetap Schauder yaitu syarat cukup untuk kewujudan dan mempunyai sekurang-kurangnya satu penyelesaian titik tetap, serta bagaimana penerapan dari theorema titik tetap Schauder tersebut dalam persamaan integral tidak linier.

1.3. Pembahasan masalah

Untuk memecahkan permasalahan tersebut dapat digunakan definisi dan theorema yang akan dijabarkan yaitu mengenai bentuk-bentuk dan syarat cukup yang memenuhi theorema titik tetap Schauder. Dan dalam penerapan dari theorema titik tetap Schauder pada persamaan integral tidak linier.