

BAB I

PENDAHULUAN

1.1. PENGERTIAN / LATAR BELAKANG

Semigroup yang dinotasikan dengan (S, o) adalah suatu himpunan S yang terdiri dari elemen-elemen sebarang beserta suatu hukum komposisi yang memenuhi :

- a. Tertutup, untuk setiap pasangan anggota x dan y (berlainan atau sama) dapat ditentukan dengan tunggal satu elemen z dalam S , sedemikian hingga
- $$x \circ y = z.$$

$$(\forall x, y \in S) (\exists z \in S) x \circ y = z$$

Dengan berlakunya sifat ini, maka menunjukkan berlakunya operasi binari yang didefinisikan di dalam S dan dapat dinotasikan dengan $o, \cdot, *, \mu$ dan lain-lain.

- b. Asosiatif, untuk setiap tripel x, y, z dalam S berlakulah

$$(x \circ y) \circ z = x \circ (y \circ z)$$

$$(\forall x, y, z \in S) (x \circ y) \circ z = x \circ (y \circ z)$$

Dalam semigroup belum tentu setiap elemen mempunyai invers, sehingga belum tentu mempunyai elemen identitas.

Relasi Green adalah suatu relasi equivalensi pada sebuah semigroup S yaitu relasi yang :

1. Refleksif

Apabila $x R x$, untuk $\forall x \in S$

2. Symetris

Apabila $x R y \implies y R x$, untuk $\forall x, y \in S$

3. Transitif

Apabila $x R y$ dan $y R z \implies x R z$, untuk $\forall x, y, z \in S$

4. Adanya monoid semigroup (S^1) yaitu semigroup yang mempunyai elemen identitas.

Adapun bentuk-bentuk dari relasi Green yaitu :

$$a R b \iff a S^1 = b S^1$$

$$a L b \iff S^1 a = S^1 b$$

$$a J b \iff S^1 a S^1 = S^1 b S^1$$

$$D = R \vee L$$

$$H = R \cap L$$

Dimana R, L, J, D, H merupakan relasi equivalensi, S^1 merupakan monoid semigroup dan suatu elemen $a, b \in S^1$. Relasi Green pada semigroup adalah relasi equivalensi dasar pada suatu semigroup S yang merupakan relasi yang menghubungkan antar himpunan yang mempunyai elemen-elemen dari sebuah semigroup S , sehingga dapat untuk memahami bagaimana suatu semigroup dibangun secara sempit maupun menyeluruh.

1.2. PERMASALAHAN

Yang menjadi permasalahan di sini adalah bagaimana pengertian dasar dan sifat-sifat relasi Green pada suatu semigroup.

1.3. PEMBAHASAN

Untuk memecahkan permasalahan tersebut, dapat digunakan definisi-definisi dan theorema-theorema yang

akan dijabarkan secara teori yaitu bentuk dan syarat cukup yang memenuhi relasi Green.

Dalam tulisan ini akan dibahas lebih dahulu konsep-konsep dasar yang menunjang inti permasalahan yang dimulai dari groupoid, semigroup dan monoid, group.

Kemudian dilanjutkan dengan teori ideal pada semigroup, relasi binari pada himpunan, himpunan terurut parsial dan lattice.