BAB III

MODEL RELASI STRUKTURAL LINIER (LISREL) SEBAGAI METODE ANALISA HUBUNGAN SEBAB AKIBAT

3.1 Model LISREL

Model relasi struktural linier LISREL merupakan sebuah model yang bertujuan untuk mempelajari beberapa model persamaan struktural. Apakah dalam model persamaan struktural terdapat hubungan sebab akibat antar variabel, apakah terdapat korelasi error dalam persamaan, atau apakah variabel-variabel di dalam model merupakan variabel yang tidak dapat diobservasi langsung. Di sini dibutuhkan model relasi struktural linier LISREL untuk menganalisa model-model persamaan struktural linier tersebut.

Model LISREL dirancang untuk mengatasi model-model dengan variabel laten, error pengukuran, dan hubungan sebab akibat resiprok (simultan dan saling ketergantungan). Model LISREL mengasumsikan adanya struktur sebab akibat diantara variabel-variabel laten.

Model LISREL terdiri atas dua bagian, yaitu model pengukuran dan model persamaan struktural. Model pengukuran berhubungan dengan bagaimana variabel-variabel laten diukur dengan menggunakan variabel observasi, sedang model persamaan struktural berhubunngan dengan pembentukan hipotesa model sebab akibat.

Dalam mempelajari hubungan sebab akibat antar variabel dengan menggunakan model LISREL, maka harus melalui beberapa langkah yang harus dilewati. Pertama, yaitu membentuk model hubungan sebab akibat. Kedua, yaitu mengestimasi parameter-parameter yang terdapat dalam model dengan berdasarkan data-data yang sudah ada yang berupa data korelasi antar variabel dalam model. Ketiga, uji kecocokan model sebab akibat. Untuk mengetahui apakah model yang dibuat sudah sesuai dengan data dan didukung oleh data yang ada, maka diadakan evaluasi terhadap model yang sudah dibuat.

3.2 Model Pengukuran

Model pengukuran dalam model LISREL digunakan untuk mengukur Variabel-variabel laten , yaitu variabel yang tidak dapat diukur dan diobservasi secara langsung. Model pengukuran ini sangat penting mengingat tidak semua variabel dapat diukur dan diobservasi secara langsung.

3.2.1 Pembentukan model

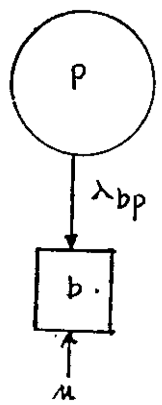
Prosedur pengukuran untuk variabel laten adalah sebagai berikut, yaitu:

- Ditentukan variabel-variabel laten yang terdapat didalam sistim persamaan sebab akibat.
- Dicari variabel-variabel yang dapat diukur dan diobservasi secara langsung. Variabel observasi ini dianggap dapat mewakili variabel laten yang dimaksud di atas.
- Ukur dan observasilah variabel observasi tersebut.
- Hasil pengukuran variabel observasi ini dapat dianggap sebagai hasil pengukuran terhadap variabel laten yang dimaksudkan di atas.

- Karena hasil pengukuran variabel observasi berupa angka maka variabel laten akan berbentuk angka pula

contoh 3.2.1

misal hubungan antara prestasi dan penjualan dapat digambarkan sebagai berikut;



gambar 3.2.1 model penjualan dan prestasi

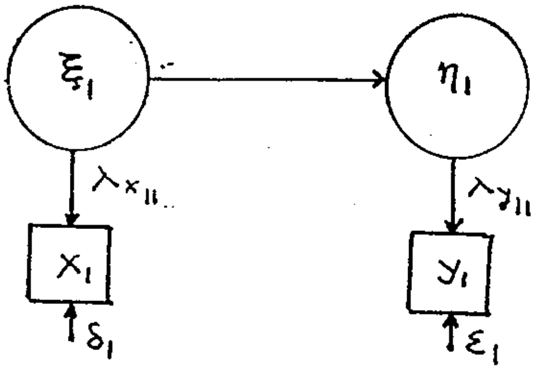
dimana p adalah prestasi kerja dan b adalah jumlah barang yang terjual. Dalam contoh (3.2.1) di atas prestasi kerja merupakan variabel laten karena tidak dapat diukur secara langsung. Dalam contoh diatas, prestasi kerja sebagai variabel laten diwakili oleh variabel observasi jumlah penjualam (b). Hubungan antara prestasi dan penjualan dapat ditulis sebagai berikut, yaitu:

$$b = \lambda_{bp} p + \mu \tag{3.2.1}$$

dimana λ_{bp} adalah faktor muatan antara prestasi dan penjualan.

contoh 3.2.2

Misal hubungan antara kecerdasan dan prestasi belajar digambarkan sebagai berikut, yaitu:



gambar 3.2.2. Model prestasi dan kecerdasan

ξ_1 merupakan kecerdasan, η_1 merupakan prestasi belajar, x_1 adalah nilai IQ, sedang y_1 adalah IPK.

Dalam contoh di atas kecerdasan (ξ_1) dan prestasi belajar (η_1) merupakan variabel laten. Kecerdasan diukur menggunakan variabel observasi IQ sedang prestasi belajar diukur menggunakan variabel observasi IPK.

Hubungan antara variabel laten dengan variabel observasi pada contoh di atas dapat ditulis sebagai berikut, Yaitu:

$$x_1 = \lambda_{x11}\,\xi_1 + \delta_1$$
$$y_1 = \lambda_{y11}\,\eta_1 + \varepsilon_1 \qquad (3.2.2)$$

Dalam model yang lebih rumit seperti model persamaan simultan, istilah variabel bebas dan variabel terikat sudah tidak dapat digunakan lagi, karena suatu variabel dapat belaku sebagai variabel bebas tetapi dalam persamaan yang lain berlaku sebagai variabel terikat. Untuk model seperti ini akan lebih tepat bila digunakan istilah variabel endogenus dan variabel eksogenus. Variabel eksogenus adalah variabel yang nilainya hanya ditentukan oleh variabel lain di luar model dan tidak ditentukan oleh variabel di dalam model, sedang variabel endogenus adalah variabel yang nilainya hanya ditentukan oleh variabel lain di dalam model.

Dari contoh 3.2.1. dan 3.2.2, dapat dibentuk model umum untuk model pengukuran, yaitu:

$$Y = \Lambda_y \eta + \varepsilon \qquad (3.2.3)$$

untuk variabel endogenus laten dan

$$X = \Lambda_x \xi + \delta \qquad (3.2.4)$$

untuk variabel eksogenus laten

Dimana X vektor (p x 1) dan Y vektor (q x 1) merupakan variabel observasi. η vektor (m x 1) dan ξ vektor (n x 1) merupakan variabel endogenus laten dan variabel eksogenus laten. Λ_x matrik (q x n) dan Λ_y matrik (p x n) adalah faktor muatan dari variabel observasi pada variabel latennya. δ vektor (q x 1) dan ε vektor (p x 1) adalah error pengukuran variabel observasi X dan Y.

Persamaan (3.2.3) dan (3.2.4) di atas disebut sebagai model persamaan sruktural.

Dalam model persamaan struktural berlaku beberapa asumsi, yaitu:

1. Tiap variabel pada model mempunyai mean = 0, yaitu:

   $E(X) = 0 \quad E(\delta) = 0 \quad E(\xi) = 0$

   $E(Y) = 0 \quad E(\varepsilon) = 0 \quad E(\eta) = 0$

   Keuntungan praktis dari asumsi ini adalah bahwa covarian variabel sama dengan ekpektasi produk variabel dengan mean 0. Sebagai contoh misal U dan V merupakan dua variabel random dengan mean μ dan ν.

   Misal $u = U - \mu$

   $v = V - \nu$

meski $E(UV) \neq E(uv)$, tetapi dengan asumsi mean = 0 didapatkan bahwa

$$E(uv) = E((U-\mu)(V-\nu))$$

karena μ dan ν = 0, maka

$$E(uv) = E((U-0)(V-0) = E(UV)$$

$$E(uv) = cov\ (UV) = cov\ (uv)$$

2. Antara variabel laten ξ dan η dengan error pengukuran variabel observasi δ dan ε tidak berkorelasi, yaitu:

$$E(\xi\delta') = E(\delta\xi') = 0 \quad E(\xi\varepsilon') = E(\varepsilon\xi') = 0$$

$$E(\eta\delta') = E(\delta\eta') = 0 \quad E(\eta\varepsilon') = E(\varepsilon\eta') = 0$$

3. Variabel observasi X dan Y dapat saling berkorelasi begitu juga antara variabel ξ dan η dapat saling berkorelasi.
4. Antara error pengukuran variabel observasi ε dapat saling berkorelasi dan antara error pengukuran δ juga dapat saling berkorelasi tetapi antara δ dan ε diasumsikan tidak berkorelasi, yaitu:

$$E(\delta\varepsilon') = E(\varepsilon\delta') = 0$$

3.2.2 Struktur Covariansi

Karena ξ dan η merupakan variabel laten, parameter dari model harus diestimasi dari varian dan covariansi variabel observasi.

Varian dari variabel eksogenus laten ξ disajikan dalam matrik ϕ (n x n). Varian dari error pengukuran variabel observasi X dan Y disajikan dalam matrik θ_δ (q x q) dan matrik θ_ε (p x p). Sedang varian variabel endogenus laten η disajikan dalam matrik cov(η).

Jika Σ_{xy}^{*} merupakan matrik populasi dari varian variabel observasi maka matrik Σ_{xy}^{*} dapat didefinisikan sebagai berikut yaitu:

$$\Sigma_{xy}^{*} = \left[\begin{array}{c|c} E(yy') & E(yx') \\ \hline E(xy') & E(xx') \end{array}\right]$$

dimana

$$\begin{aligned} E(xx') &= E((\Lambda_x\xi + \delta)(\Lambda_x\xi + \delta)') \\ &= E(\Lambda_x\xi\ \xi'\Lambda_x' + \Lambda_x\xi\ \delta' + \delta\ \xi'\Lambda_x' + \delta\ \delta') \\ &= E(\Lambda_x\xi\xi'\Lambda_x') + E(\Lambda_x\xi\ \delta') + E(\delta\ \xi'\Lambda_x') \\ &\quad + E(\delta\ \delta') \\ &= \Lambda_x E(\xi\xi')\Lambda_x' + \Lambda_x E(\xi\ \delta') + E(\delta\ \xi')\Lambda_x' \\ &\quad + E(\delta\ \delta') \end{aligned}$$

karena $E(\xi\xi') = \phi$, $E(\xi\delta') = 0$, $E(\delta\xi') = 0$, $E(\delta\delta') = \theta_\delta$

maka

$$E(xx') = \Lambda_x\ \phi\ \Lambda_x' + \theta_\delta \qquad (3.2.5)$$

kemudian

$$\begin{aligned} E(xy') &= E((\Lambda_x\ \xi + \delta)(\Lambda_y\ \eta + \varepsilon)') \\ &= E(\Lambda_x\ \xi\ \eta'\Lambda_y' + \Lambda_x\ \xi\ \eta' + \delta\ \eta'\Lambda_y' + \delta\ \varepsilon') \\ &= E(\Lambda_x\ \xi\ \eta'\Lambda_y') + E(\Lambda_x\ \xi\ \eta') + E(\delta\ \ \eta'\Lambda_y') + \\ &\quad + E(\ \delta\ \varepsilon') \\ &= \Lambda_x E(\xi\ \eta')\Lambda_y' + \Lambda_x E(\xi\ \eta') + E(\delta\ \ \eta')\Lambda_y' + \\ &\quad + E(\ \delta\ \varepsilon') \\ &= \Lambda_x\ \mathrm{cov}(\xi\eta)\ \Lambda_y' + 0 + 0 + 0 \\ &= \Lambda_x\ \mathrm{cov}(\xi\eta)\ \Lambda_y' \end{aligned} \qquad (3.2.6)$$

$$\begin{aligned} E(yx') &= E((\Lambda_y\ \eta + \varepsilon)(\Lambda_x\ \xi + \delta)') \\ &= E(\Lambda_y\ \eta\ \xi'\ \Lambda_x' + \varepsilon\ \xi'\Lambda_x' + \Lambda_y\ \eta\ \delta' + \varepsilon\ \delta') \end{aligned}$$

$$= E(\Lambda_y \eta \xi' \Lambda_x') + E(\varepsilon \xi' \Lambda_x') + E(\Lambda_y \eta \delta') +$$
$$+ E(\varepsilon \delta')$$
$$= \Lambda_y E(\eta \xi')\Lambda_x' + E(\varepsilon \xi')\Lambda_x' + \Lambda_y E(\eta \delta') +$$
$$+ E(\varepsilon \delta')$$
$$= \Lambda_y \text{ cov } (\eta \xi) \Lambda_x' + 0 + 0 + 0$$
$$= \Lambda_y \text{ cov } (\eta \xi) \Lambda_x' \qquad (3.2.7)$$
$$E(yy') = E((\Lambda_y \eta + \varepsilon) (\Lambda_y \eta + \varepsilon)')$$
$$= E(\Lambda_y \eta \eta' \Lambda_y' + \varepsilon \eta'\Lambda_y' + \Lambda_y \eta \varepsilon' + \varepsilon \varepsilon')$$
$$= E(\Lambda_y \eta \eta' \Lambda_y') + E(\varepsilon \eta'\Lambda_y' + E(\Lambda_y \eta \varepsilon') +$$
$$+ E(\varepsilon \varepsilon')$$
$$= \Lambda_y E(\eta \eta')\Lambda_y' + E(\varepsilon \eta')\Lambda_y' + \Lambda_y E(\eta \varepsilon') +$$
$$+ E(\varepsilon \varepsilon')$$
$$= \Lambda_y \text{ cov } (\eta) \Lambda_y' + 0 + 0 + 0$$
$$= \Lambda_y \text{ cov } (\eta) \Lambda_y' \qquad (3.2.8)$$

3.3 Model Persamaan Struktural.

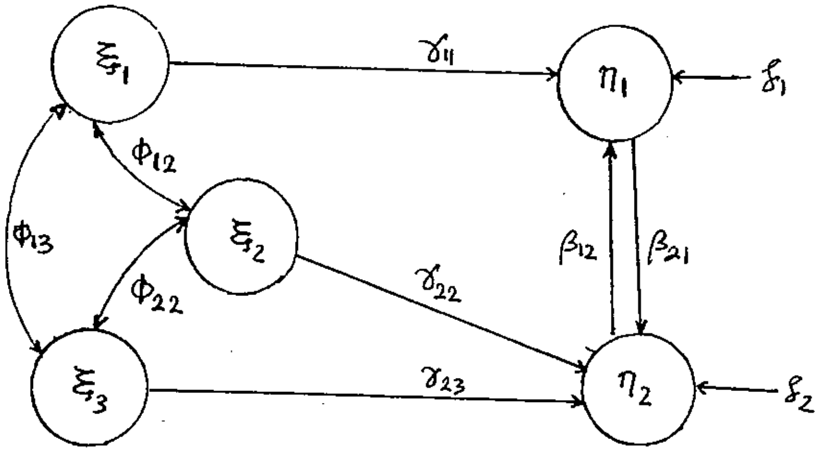
Model persamaan sruktural dalam model Relasi Struktural Linier (LISREL) digunakan untuk membuat hipotesa model sebab akibat antar variabel eksogenus laten dan variabel eksogenus laten.

3.3.1 Pembentukan Model.

Untuk menerangkan bagaimana model persamaan struktural dalam menyusun model sebab akibat dapat dilihat pada sebuah contoh sebagai berikut, yaitu:

contoh 3.3.1

Ingin diselidiki hubungan sebab akibat antara prestasi dan kepuasan, dimana hubungan tersebut dapat digambarkan sebagai berikut, yaitu:



gambar3.3.1 model persamaan struktural untuk prestasi dan kepuasan.

Dimana η_1 = prestasi
η_2 = kepuasan
ξ_1 = motivasi
ξ_2 = kepercayaan diri
ξ_3 = kecerdasan

Prestasi dan kepuasan merupakan variabel endogenus laten sedang motivasi, kepercayaan diri, kecerdasan merupakan variabel eksogenus laten.

Dalam contoh di atas, prestasi disebabkan secara langsung oleh motivasi dan kepuasan serta disebabkan secara tidak langsug oleh kepercayaan diri. Kepuasan disebabkan secara langsung oleh prestasi, kepercayaan diri, dan kecerdasan serta disebabkan secara tidak langsung oleh motivasi.

Hubungan sebab akibat dalam contoh diatas dapat disusun dalam sebuah model persamaan struktural, yaitu:

$$\eta_1 = \beta_{12}\,\eta_2 + \gamma_{11}\,\xi_1 + \zeta_1 \qquad (3.3.1)$$

$$\eta_2 = \beta_{21}\,\eta_1 + \gamma_{22}\,\xi_2 + \gamma_{23}\,\xi_3 + \zeta_2 \qquad (3.3.2)$$

Dari persamaan (3.3.1) dan (3.3.2), Model persamaan struktural dapat dibentuk dalam sebuah model umum, yaitu:

$$\eta = \beta\,\eta + \Gamma\,\xi + \zeta \qquad (3.3.3)$$

Dengan menambahkan $-\beta\eta$ pada kedua sisinya didapatkan

$$\eta - \beta\eta = \beta\,\eta + \Gamma\,\xi + \zeta - \beta\eta$$

$$(I - \beta)\,\eta = \Gamma\,\xi + \zeta \qquad (3.3.4)$$

dengan menetapkan $(I - \beta) = B$, didapatkan

$$B\,\eta = \Gamma\,\xi + \zeta \qquad (3.3.5)$$

dimana ξ vektor (n x 1) dan η vektor (m x 1) merupakan variabel eksogenus laten dan variabel endogenus laten. β matrik (m x m) adalah efek sebab langsung antar variabel endogenus laten η. Γ matrik (m x n) adalah matrik efek sebab langsung variabel eksogenus laten pada variabel endogenus laten. Sedang ζ vektor (m x 1) adalah error persamaan struktural.

Dalam model persamaan struktural berlaku beberapa asumsi-asumsi, yaitu:

1. Seluruh variabel pada model persamaan struktural mempunyai mean sama dengan nol, yaitu:

   $E(\eta) = E(\xi) = E(\zeta) = 0$

2. Variabel eksogenus laten ξ dengan error persamaan struktural ζ tidak berkorelasi, yaitu:

   $E(\xi\ \zeta') = E(\zeta\ \xi') = 0$

3.3.2 Struktur Covariansi.

Covariansi antar error persamaan struktural ζ disajikan dalam matrik ψ (m x m), karena $E(\zeta) = 0$ maka ψ dapat didefinisikan sebagai $E(\zeta\zeta')$. Harga ψ secara umum tidak diketahui, meskipun harga elemen diagonalnya dapat ditetapkan sama dengan nol. Hal ini menyatakan bahwa antara error persamaan struktural tidak berkorelasi. Covariansi variabel eksogenus laten ξ yaitu $E(\xi\xi')$ disajikan dalam matrik ϕ (n x n).

Dari persamaan (3.3.5) didapatkan

$$B\,\eta = \Gamma\,\xi + \zeta$$

dengan mengalikan kedua sisinya dengan B^{-1}, didapatkan

$$B^{-1}\,B\,\eta = B^{-1}\,\Gamma\,\xi + \zeta$$

$$\eta = B^{-1}\,\Gamma\,\xi + \zeta \qquad (3.3.6)$$

Persamaan (3.3.6) ini disebut sebagai bentuk reduksi dari persamaan struktural karena hanya merupakan fungsi dari variabel eksogenus laten ξ dan error persamaan struktural ζ.

Karena $E(\eta) = 0$, maka covariansi untuk η dapat disajikan sebagai berikut, yaitu:

$$\begin{aligned}
\mathrm{cov}\,(\eta) &= E(\eta\eta') \\
&= E((B^{-1}\,\Gamma\,\xi + \zeta)(B^{-1}\,\Gamma\,\xi + \zeta)') \\
&= E(B^{-1}\,\Gamma\,\xi \quad \xi'\,\Gamma'\,B^{-1\prime} + B^{-1}\,\Gamma\,\xi\,\zeta' + \\
&\quad + \zeta\,\xi'\,\Gamma'\,B^{-1\prime} + \zeta\zeta') \\
&= E(B^{-1}\,\Gamma\,\xi \quad \xi'\,\Gamma'\,B^{-1\prime}) + E(\,B^{-1}\,\Gamma\,\xi\,\zeta') + \\
&\quad + E(\,\zeta\,\xi'\,\Gamma'\,B^{-1\prime}) + E(\zeta\zeta')
\end{aligned}$$

$$= B^{-1}\,\Gamma E(\Gamma\,\xi\,\xi')\Gamma'\,B^{-1\prime} + B^{-1}\,\Gamma\,E(\,\xi\,\zeta')+$$

$$+E(\,\zeta\,\xi'\,)\Gamma'\,B^{-1\prime} + E(\zeta\zeta')$$

$$= B^{-1}\,\Gamma\,\phi\,\Gamma'\,B^{-1\prime}+ B^{-1}\,\Gamma\,.0 + 0.\Gamma'\,B^{-1\prime} + \psi$$

$$= B^{-1}\,\Gamma\,\phi\,\Gamma'\,B^{-1\prime}+ \psi$$

$$= B^{-1}\,\Gamma\,\phi\,\Gamma'\,B^{-1\prime}+ B^{-1}\psi\,B^{-1\prime}$$

$$= B^{-1}\,(\Gamma\,\phi\,\Gamma' + \psi\,)B^{-1\prime} \qquad (3.3.7)$$

$$\mathrm{cov}(\eta,\xi)= E(\eta\xi')$$

$$= E((B^{-1}\,\Gamma\,\xi + \zeta\,)\xi')$$

$$= E(B^{-1}\,\Gamma\,\xi\,\xi'+ \zeta\,\xi')$$

$$= E(B^{-1}\,\Gamma\,\xi\,\xi')+ E(\zeta\,\xi')$$

$$= B^{-1}\,\Gamma E(\xi\,\xi')+ E(\zeta\,\xi')$$

$$= B^{-1}\,\Gamma\,\phi + 0$$

$$= B^{-1}\,\Gamma\,\phi \qquad (3.3.8)$$

sedangkan

$$\mathrm{cov}(\xi,\eta)= E(\xi\,\eta')$$

$$= E(\xi(B^{-1}\,\Gamma\,\xi + \zeta\,)')$$

$$= E(\xi\,\xi'\,\Gamma'\,B^{-1\prime} + \xi\zeta')$$

$$= E(\xi\,\xi'\,\Gamma'\,B^{-1\prime}) + E(\zeta)$$

$$= \phi\,\Gamma'\,B^{-1\prime} + 0$$

$$= \phi\,\Gamma'\,B^{-1\prime} \qquad (3.3.9)$$

3.4. Identifikasi

Sebelum diadakan estimasi parameter dalam model terlebih dahulu harus diadakan identifikasi terhadap model-model tersebut. Identifikasi adalah suatu keadaan tentang ada tidaknya kemungkinan untuk memperoleh estimasi parameter dalam model.

Sebuah persamaan dikatakan teridentifikasi tepat jika jumlah parameter yang akan diestimasi sama dengan jumlah persamaan, dikatakan teridentifikasi berlebih jika jumlah jumlah persamaan lebih banyak dari jumlah parameter yang akan diestimasi, serta dikatakan teridentifikasi kurang jika jumlah persamaan lebih sedikit dari jumlah parameter yang akan diestimasi. Sebuah persamaan yang teridentifikasi tepat maka akan didapatkan hasil estimasi yang unik atau satu-satunya, jika teridentifikasi kurang atau berlebih maka akan didapatkan suatu estimasi yang tidak terbatas jumlahnya.

Terdapat dua macam syarat dalam identifikasi model yaitu syarat rank dan syarat order.

3.4.1 Identifikasi dengan syarat order.

Syarat order merupakan syarat perlu tetapi tidak cukup untuk identifikasi.

Adapun syarat order adalah sebagai berikut, yaitu:

Misal K = jumlah variabel eksogenus laten dalam seluruh persamaan dalam model

k = jumlah variabel eksogenus laten dalam sebuah persamaan dalam model

M = jumlah variabel endogenus laten dalam seluruh persamaan dalam model

m = jumlah variabel endogenus laten dalam sebuah persamaan dalam model

Jika $K - k = m - 1$ Maka model teridentifikasi tepat

Jika $K - k > m - 1$ Maka model teridentifikasi berlebih

Jika $K - k < m - 1$ Maka model teridentifikasi kurang atau tidak teridentifikasi

contoh 3.4.1

Sebuah persamaan struktural dituliskan sebagai berikut, yaitu:

$$\eta_1 = \beta_{12}\,\eta_2 + \gamma_{11}\,\xi_1 + \gamma_{12}\,\xi_2 + \delta_1$$
$$\eta_2 = \beta_{21}\,\eta_1 + \gamma_{22}\,\xi_2 + \gamma_{23}\,\xi_3 + \delta_2$$

akan diidentifikasi dengan syarat order, yaitu:

K = 3

M = 2

untuk persamaan pertama k = 2

m = 2

untuk persamaan kedua k = 2

m = 2

untuk kedua persamaan didapatkan K - k = 2 -1 = m - 1

dari hasil ini dapat dikatakan bahwa kedua persamaan teridentifikasi tepat.

3.4.2 Identifikasi dengan syarat rank

Suatu persamaan akan teridentifikasi jika paling sedikit satu determinan ≠0, yaitu determinan dari matrik koefisien variabel-variabel yang ada dalam model yang tidak terdapat dalam sebuah persamaan tetapi ada dalam model persamaan yang lain.

contoh 3.4.2

Sebuah persamaan struktural dituliskan sebagai berikut, yaitu:

$$\eta_1 = \beta_{12}\,\eta_2 + \gamma_{11}\,\xi_1 + \gamma_{12}\,\xi_2 + \delta_1$$
$$\eta_2 = \beta_{21}\,\eta_1 + \gamma_{22}\,\xi_2 + \gamma_{23}\,\xi_3 + \delta_2$$

Untuk menyatakan identifikasi dengan kondisi rank, maka persamaan harus dirubah dengan menetapkan $\delta = 0$, yaitu:

$$\eta_1 - \beta_{12}\,\eta_2 - \gamma_{11}\,\xi_1 - \gamma_{12}\,\xi_2 = 0$$

$$\eta_2 - \beta_{21}\,\eta_1 - \gamma_{22}\,\xi_2 - \gamma_{23}\,\xi_3 = 0$$

kemudian koefisiennya dibentuk matrik sebagai berikut, yaitu:

	η_1	η_2	ξ_1	ξ_2	ξ_3
pers.1	1	$-\beta_{12}$	$-\gamma_{11}$	$-\gamma_{12}$	0
pers.2	$-\beta_{21}$	1	0	$-\gamma_{22}$	$-\gamma_{23}$

- tarik garis mendatar dari persamaan pertama
- tarik garis pada kolom yang mempunyai koefisien $\neq 0$
- Sisanya dibuat matrik dan dihitung determinannya

dari contoh di atas didapatkan sebagai berikut, yaitu:

	η_1	η_2	ξ_1	ξ_2	ξ_3
pers.1	1	β_{12}	$-\gamma_{11}$	$-\gamma_{12}$	0
pers.2	$-\beta_{21}$	1	0	$-\gamma_{22}$	$-\gamma_{23}$

sehingga

$|-\gamma_{23}| \neq 0$

analog dengan persamaan pertama, untuk persamaan kedua didapatkan

$|-\gamma_{11}| \neq 0$

dapat dikatakan bahwa persamaan pertama dan persamaan kedua teridentifikasi tepat.

3.5 Estimasi Parameter Model LISREL

3.5 Estimasi Parameter Model LISREL

Dalam mengestimasi parameter model LISREL digunakan metode informasi penuh maksimal likelihood (*full information maximal likelihood*), dimana estimasi dilakukan secara simultan dan serempak dengan memperhatikan semua pembatasan yang ada dalam sistim persamaan.

3.5.1 Estimasi Parameter Model Pengukuran

Model pengukuran dapat disajikan sebagai:

$$X = \Lambda_x \xi + \delta$$

$$Y = \Lambda_y \eta + \varepsilon$$

akan dicari nilai estimasi untuk Λ_x, Λ_y, $var(\delta) = \theta_\delta$, $var(\varepsilon)=\theta_\varepsilon$, serta $var(\eta)$, dan $var(\xi)$.

Diasumsikan $\delta \backsim N\ (0,\theta_\delta)$

$\varepsilon \backsim N\ (0,\theta_e)$

sehingga

$$X \backsim N\ (\Lambda_x \xi,\ \theta_\delta)$$

$$Y \backsim N\ (\Lambda_y \eta,\ \theta_\varepsilon)$$

didapatkan fungsi likelihood untuk X dan Y, yaitu:

$$L_x = \prod (X,\ \Lambda_x \xi,\ \theta_\delta)$$
$$= (2\pi)^{-MT/2}\ |\theta_\delta|^{-T/2} \exp\{(-1/2\ \Sigma(X-\Lambda_x\xi)\theta_\delta^{-1}(X-\Lambda_x\xi)'\} \quad (3.5.1)$$

dan

$$L_y = \prod (Y,\ \Lambda_y \eta,\ \theta_\varepsilon)$$
$$= (2\pi)^{-MT/2}\ |\theta_\varepsilon|^{-T/2} \exp\{(-1/2\ \Sigma(Y-\Lambda_y\eta)\theta_\varepsilon^{-1}(Y-\Lambda_y\eta)'\} \quad (3.5.2)$$

sehingga logaritma dari fungsi likelihood diatas adalah:

$$\text{Log } L_x = -MT/2\ \text{Log}(2\pi)\ -T/2\text{Log}\ |\theta_\delta| -$$
$$-1/2\ tr(X-\Lambda_x\xi)\theta_\delta^{-1}(X-\Lambda_x\xi)' \quad (3.5.3)$$

dan

$$\text{Log } L_y = -MT/2 \text{ Log}(2\pi) - T/2 \text{Log } |\theta_\varepsilon| - $$
$$-1/2 \text{ tr}(Y-\Lambda_y\eta)\theta_\varepsilon^{-1}(Y-\Lambda_y\eta)' \qquad (3.5.4)$$

Estimasi paramater maksimal likelihood dari model pengukuran didapatkan dari turunan pertama Log L_x serta Log L_y, yaitu:

$$\frac{\partial \text{Log } L_x}{\partial \Lambda_x} = 0 \quad \frac{\partial \text{ Log } L_{y-}}{\partial \theta_\delta} = 0 \qquad (3.5.5)$$

dan

$$\frac{\partial \text{ Log } L_y}{\partial \Lambda_y} = 0 \quad \frac{\partial \text{ Log } L_y}{\partial \theta_\varepsilon} = 0 \qquad (3.5.6)$$

didapatkan

$$\frac{\partial \text{ Log } L_x}{\partial \Lambda_x} = (\xi'X - \xi'\Lambda_x\xi)\theta_\delta^{-1}$$

$$\frac{\partial \text{ Log } L_x}{\partial \theta_\delta} = T/2\ \theta_\delta - 1/2(X-\Lambda_x\xi)'(X-\Lambda_x\xi)$$

dan (3.5.7)

$$\frac{\partial \text{ Log } L_y}{\partial \Lambda_y} = (\eta'Y - \eta'\Lambda_y\eta)\theta_\varepsilon^{-1}$$

$$\frac{\partial \text{ Log } L_y}{\partial \theta_\varepsilon} = T/2\ \theta_\varepsilon - 1/2(Y-\Lambda_y\eta)'(Y-\Lambda_y\eta)$$

(3.5.8)

Dengan menyelesaikan persamaan (3.5.7) dan (3.5.8) yaitu dengan cara iteratif akan didapatkan harga estimasi untuk Λ_x, Λ_y, θ_δ, θ_ε, var(ξ), dan var(η). Perhitungan secara iteratif dapat dilakukan dengan menggunakan komputer dan program komputer yang dapat dipakai adalah LISREL IV, tetapi karena adanya kekurangan dari penulis program ini tidak dibahas di sini.

3.5.2 Estimasi Parameter Model Struktural

Model persamaan struktural dapat disajikan sebagai:

$$\eta = \eta\beta + \Gamma\xi + \zeta \qquad (3.5.9)$$

model dirubah menjadi

$$\eta\beta - \eta + \Gamma\xi + \zeta = 0$$

$$\eta(\beta - I) + \Gamma\xi + \zeta = 0$$

$$\eta D + \Gamma\xi + \zeta = 0 \text{ dimana } D = \beta - I \qquad (3.5.10)$$

kemudian dirubah ke bentuk reduksi, yaitu:

$$\eta DD^{-1} + \Gamma\xi D^{-1} + \zeta D^{-1} = 0$$

$$\eta = -\Gamma\xi D^{-1} - \zeta D^{-1}$$

$$\eta = \pi\xi + v \qquad \text{dimana } \pi = -\Gamma D^{-1} \qquad (3.5.11)$$

$$v = -\zeta D^{-1}$$

dengan asumsi

$$\zeta \sim N(0,\psi)$$

$$v \sim N(0,\Omega) \qquad \text{dimana } \Omega = D^{-1\prime}\psi D^{-1}$$

dari 3.5.10 didapatkan

$$\eta \quad N(\pi\xi,\Omega) \qquad (3.5.12)$$

sehingga fungsi likelihood dari η adalah:

$$L = \prod N(\eta, \pi\xi, \Omega)$$

$$= (2\pi)^{-MT/2} |\Omega|^{-T/2} \exp\{ (-1/2\ \Sigma(\eta-\pi\xi)\Omega^{-1}(\eta-\pi\xi)'\} \qquad (3.5.13)$$

dan

$$\text{Log } L = -MT/2 \text{ Log}(2\pi) - T/2 \text{Log } |\Omega| - 1/2\ \text{tr}\{(\eta-\pi\xi)'(\eta-\pi\xi)\Omega^{-1}\} \qquad (3.5.14)$$

karena

$$\pi = -\Gamma D^{-1}$$

$$\Omega^{-1} = D\psi^{-1}D'$$

$$|\Omega^{-1}| = |D|^{-2} \; |\psi|$$

sehingga

$$\text{Log } L = -MT/2 \text{ Log}(2\pi) - T\text{Log}|D| - T/2\text{Log}|\psi| - -1/2 \text{ tr}\{(\eta-\pi\xi)'(\eta-\pi\xi)\psi^{-1}\} \qquad (3.5.15)$$

Estimasi maksimal likelihood parameter persamaan struktural didapat dari turunan pertama dengan memaksimalkan fungsi likelihood ,yaitu:

$$\frac{\partial \text{Log } L}{\partial D} = 0 \quad \frac{\partial \text{ Log } L}{\partial \Gamma} = 0 \quad \frac{\partial \text{ Log } L}{\partial \psi} = 0 \qquad (3.5.16)$$

(*i*).*mencari* $\dfrac{\partial Log\ L}{\partial\ \psi}$

$$\frac{\partial \text{Log } L}{\partial \psi} = \frac{\partial \ Log L}{\partial \Omega^{-1}} \cdot \frac{\partial \Omega^{-1}}{\partial \psi} \qquad (3.5.17)$$

karena $\Omega = D^{-1\prime} \ \psi \ D^{-1}$

$= (D \otimes D)\psi^{-1}$

maka $\dfrac{\partial \Omega^{-1}}{\partial \psi^{-1}} = (D\otimes^{1\prime} D^{-1})$

dan $\dfrac{\partial \text{Log } L}{\partial \Omega^{-1}} = T/2 \ \Omega - 1/2\{(\eta-\pi\xi)'(\eta-\pi\xi)\}$

sehingga

$$\frac{\partial \text{Log } L}{\partial \psi} = (D^{-1\prime} D^{-1}) \ [T/2 \ \Omega - 1/2\{(\eta-\pi\xi)'(\eta-\pi\xi)\}] \qquad (3.5.18)$$

karena

$D'\Omega \ D = \psi$ dan $D = -\pi \ \Gamma$

maka didapatkan persamaan estimasi

$$\psi(c) = \frac{(\eta D + \Gamma\xi)'(\eta D + \Gamma\xi)}{T} \quad \text{dimana } c = \begin{bmatrix}\Gamma \\ D\end{bmatrix} \tag{3.5.19}$$

dan

$$\Omega(\pi) = \frac{(\eta - \pi\xi)'(\eta - \pi\xi)}{T} \tag{3.5.20}$$

(*ii*) *mencari* $\frac{\partial LogL}{\partial D}$

$$\frac{\partial LogL}{\partial D} = \frac{\partial \pi}{\partial D} \; \frac{\partial LogL}{\partial \pi} \tag{3.5.21}$$

dari

$$\pi = -\Gamma D^{-1}$$

$$= -(\Gamma^{-1'} \; I)D\cdot$$

maka $\frac{\partial \pi}{\partial D} = -(\Gamma^{-1'} \; I)$

dan $\frac{\partial LogL}{\partial \pi} = (\xi' - \xi'\xi\pi)\Omega^{-1}$

sehingga

$$\frac{\partial LogL}{\partial D} = -(\Gamma^{-1'} \; I)(\xi'\eta - \xi'\xi\pi)\Omega^{-1}$$

$$\frac{\partial LogL}{\partial D} = -(\xi'\eta - \xi'\xi\pi)\Omega^{-1}\Gamma^{-1}$$

$$= -(\xi'\eta\Gamma + \xi'\xi D)\psi^{-1} \tag{3.5.22}$$

(*iii*) *mencari* $\frac{\partial Log\ L}{\partial \Gamma}$

$$\frac{\partial Log\ L}{\partial \Gamma} = \frac{\partial \Pi}{\partial \Gamma} \; \frac{\partial Log\ L}{\partial \pi} \tag{3.5.23}$$

dari $\pi = -D\Gamma^{-1}$

$$= -(I \quad D)\,\Gamma^{-1}$$

maka
$$\frac{\partial\pi}{\partial\Gamma} = \frac{\partial\Gamma^{-1}}{\partial\Gamma}\,\frac{\partial\pi}{\partial\Gamma^{-1}}$$

$$= (\Gamma^{-1} \otimes \Gamma^{-1\prime})(I \otimes D^{\prime})$$

$$= -(\Gamma^{-1} \otimes \pi^{\prime})$$

dan
$$\frac{\partial \text{Log } L}{\partial\, \pi} = (\xi^{\prime}\eta - \xi^{\prime}\xi\pi)\Omega^{-1}$$

sehingga

$$\frac{\partial \text{Log } L}{\partial\, \Gamma} = -(\Gamma^{-1} \otimes \pi^{\prime})(\xi^{\prime}\eta - \xi^{\prime}\xi\eta)\Omega^{-1}$$

$$= -\pi^{\prime}(\xi^{\prime}\eta - \xi^{\prime}\xi\pi)\Omega^{-1}\Gamma^{-1\prime}$$

$$= -(\pi^{\prime}\xi^{\prime}\eta\Gamma + \pi^{\prime}\xi^{\prime}\xi \quad D\,)\psi^{-1} \qquad (3.5.24)$$

persamaan (3.5.19)(3.5.20) (3.5.22)(3.5.24) dan $\pi = -D\Gamma^{-1}$ disebut sebagai persamaan estimasi informasi penuh maksimal likelihood untuk parameter model persamaan struktural. Penyelesaian terhadap persamaan tersebut secara simultan dan serentak akan didapatkan estimasi parameter untuk Γ, β, dan ψ.Adapun cara penyelesaiannya seperti juga pada estimasi parameter model pengukuran, dapat diselesaikan dengan cara iteratif menggunakan komputer yaitu menggunakan program komputer LISREL IV. Karena berbagai keterbatasan maka tidak dapat dibahas disini.

3.6 Evaluasi Solusi LISREL.

Evaluasi solusi LISREL berguna untuk mengetahui baik tidaknya model pengukuran dan model sebab akibat yang sudah disusun dengan model persamaan struktural

Di sini akan dibahas metode evaluasi model pengukuran dan model persamaan struktural.

3.6.1 Evaluasi Model Pengukuran.

Sebelum melanjutkan pada pertanyaan apakah terdapat hubungan yang nyata antara variabel-variabel penyusun dalam model persamaan struktural, maka harus ditunjukkan bahwa model pengukuran mempunyai validitas dan reliabilitas yang memuaskan.

Definisi

Reliabilitas adalah angka relatip yang menyatakan apakah nilai pengukuran sebuah karakteristik telah menghasilkan nilai pengukuran yang sama bila diukur pada keadaan yang sama oleh orang lain.

Dalam evaluasi model LISREL, reliabilitas didefinisikan sebagai:

$$\rho_{yt} = 1 - \frac{var(\varepsilon_{yt})}{var(y_t)} = \frac{\lambda^2_{yt}}{\lambda^2_{yt}\ var(\varepsilon_{yt})} \qquad (3.6.1)$$

dimana

$var(\varepsilon_{yt})$ = varian error pengukuran y_t
$var(y_{yt})$ = varian dari pengukuran y_t

Definisi

Validitas adalah tingkat relatip yang menyatakan apakah prosedur pengukuran menghasilkan hasil pengukuran yang tepat ataukah tidak.

Dalam evaluasi model LISREL, validitas didefinisikan sebagai:

$$\rho_\eta = \frac{(\Sigma \lambda_{yt})^2 \, var(\eta)}{(\Sigma \lambda_{yt})^2 \, var(\eta) + \Sigma \, var(\varepsilon_{yt})} \qquad (3.6.2)$$

Dimana

var(η) = varian pengukuran variabel laten η

var(ε_{yt})= varian error pengukuran y_t

Untuk pengukuran yang baik maka pengukuran harus mempunyai reliabilitas dan reliabilitas yang sempurna, yaitu nilai ρ_{yt} dan ρ_η yang mendekati satu.

3.6.2 Evaluasi Model Persamaan Struktural.

Untuk evaluasi model persamaan struktural digunakan dua pengukuran utama, yaitu Koefisien Korelasi Kwadrat (KKK) dan Koefisien Determinasi Total (KDT).

Dalam evaluasi model LISREL, Koefisien Korelasi kwadrat dapat didefinisikan sebagai angka yang menyatakan derajat asosiasi hubungan sebab akibat antara variabel endogenus laten η dengan variabel eksogenus laten ξ yang terdapat dalam model.

Koefisien Korelasi Kwadrat dapat dinyatakan sebagai berikut, yaitu:

$$KKK = 1 - \frac{var(\zeta_i)}{var(\eta_i)} \qquad \text{dimana } 0 \leq KKK \leq 1{,}00 \qquad (3.6.3)$$

Koefisien Determinasi Total didefinisikan sebagai angka yang menyatakan derajat asosiasi antara seluruh variabel endogenus laten dengan variabel eksogenus laten.

Koefisien Determinasi Total dapat dinyatakan sebagai berikut, yaitu:

$$KDT = 1 - \frac{|\psi|}{|var(\eta)|} \qquad \text{dimana } 0 \ll KDT \leq 1{,}00 \qquad (3.6.4)$$

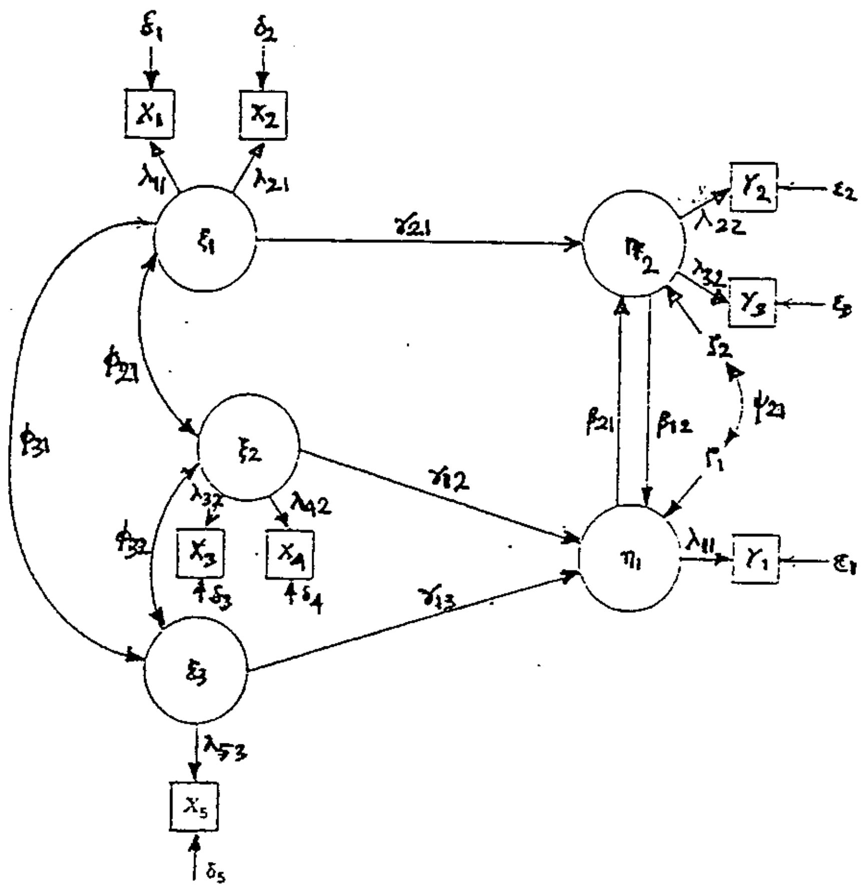
Jika model persamaan struktural didukung oleh data yang ada maka baik KKK maupun KDT nilainya mendekati satu, jika model kurang didukung data maka nilainya akan mendekati 0..

Dalam evaluasi model pengukuran dan model persamaan struktural, kriteria mendekati satu sangat tergantung dari makna penting dan bahaya yang dapat ditimbulkan dari sebab penelitian tersebut.

Untuk masalah ekonomi model dikatakan baik jika mempunyai KKK ≥ 0,55 dan KDT ≥ 0.55, tetapi untuk masalah-masalah yang berbahaya misalnya dalam dunia kedokteran harus ditetapkan interval yang lebih ketat misal 0,995 ≤ KKK ≤ 1,00 dan 0,995 ≤ KKK≤ 1,00 atau 0,999 ≤KKK ≤ 1,00 dan 0,999 ≤ KDT ≤ 1,00. Pengetatan interval ini bermaksud untuk meminimalkan dan menghindari bahaya yang dapat ditimbulkan dari sebab penelitian.

3.7 Contoh.

Baggozi (1980) Ingin mengetahui hubungan antara performance dengan job satisfaction, apakah performance yang menyebabkan job satisfaction ataukah sebaliknya, maka dibuatlah model sebab akibat sebagai berikut, yaitu:



gambar 3.7.1 model sebab akibat dari bagozzi

dimana:

η_1 = performance ξ_1 = achievement motivation

η_2 = job satisfaction ξ_2 = task-specific self-esteem

ξ_3 = verbal intelegence

Model sebab akibat diatas dapat disusun dalam model persamaan struktural sebagai berikut, yaitu:

$$\eta_1 = \beta_{12}\,\eta_2 + \gamma_{12}\,\xi_2 + \gamma_{13}\,\xi_3 + \zeta_1$$

$$\eta_2 = \beta_{12}\,\eta_2 + \gamma_{21}\,\xi_1 + \zeta_2$$

atau

$$\eta_1 - \beta_{12}\,\eta_2 = \gamma_{12}\,\xi_2 + \gamma_{13}\,\xi_3 + \zeta_1$$

$$\eta_2 - \beta_{12}\,\eta_2 = \gamma_{21}\,\xi_1 + \zeta_2$$

dan dapat dibentuk matrik, yaitu:

$$\underset{\eta}{\begin{bmatrix} \eta_1 \\ \eta_2 \end{bmatrix}} = \underset{\beta}{\begin{bmatrix} 0 & \beta_{12} \\ \beta_{21} & 0 \end{bmatrix}} \underset{\eta}{\begin{bmatrix} \eta_1 \\ \eta_2 \end{bmatrix}} + \underset{\Gamma}{\begin{bmatrix} 0 & \gamma_{12} & \gamma_{13} \\ \gamma_{21} & 0 & 0 \end{bmatrix}} \underset{\xi}{\begin{bmatrix} \xi_1 \\ \xi_2 \\ \xi_3 \end{bmatrix}} + \underset{\zeta}{\begin{bmatrix} \zeta_1 \\ \zeta_2 \end{bmatrix}}$$

atau dalam bentuk reduksi

$$\underset{B}{\begin{bmatrix} 1 & -\beta_{12} \\ -\beta_{21} & 1 \end{bmatrix}} \underset{\eta}{\begin{bmatrix} \eta_1 \\ \eta_2 \end{bmatrix}} = \underset{\Gamma}{\begin{bmatrix} 0 & \gamma_{12} & \gamma_{13} \\ \gamma_{21} & 0 & 0 \end{bmatrix}} \underset{\xi}{\begin{bmatrix} \xi_1 \\ \xi_2 \\ \xi_3 \end{bmatrix}} + \underset{\zeta}{\begin{bmatrix} \zeta_1 \\ \zeta_2 \end{bmatrix}}$$

Karena dalam model terdapat variabel-variabel laten maka pengukuran variabel laten diukur menggunakan variabel observasi dimana hasil pengukuran variabel observasi adalah sebagai berikut, yaitu:

variabel	data					jumlah	rata-rata
Y_1	710	635	...	670	718	87945	720,86
Y_2	12	14	...	15	11	1896	15,54
Y_3	16	13	...	17	19	2252	18,56
X_1	15	19	...	13	16	1817	14,90
X_2	14	15	...	18	12	1751	14,35
X_3	17	20	...	16	19	2388	19,57
X_4	24	19	...	20	21	2948	24,16
X_5	22	20	...	18	22	2607	21,37

$N = 122$

Dari model sebab akibat di atas dapat disusun model persamaan pengukuran sebagai berikut, yaitu:

$$X_1 = \lambda_{11}\,\xi_1 + \delta_1$$
$$X_2 = \lambda_{21}\,\xi_1 + \delta_2$$
$$X_3 = \lambda_{32}\,\xi_2 + \delta_3$$
$$X_4 = \lambda_{42}\,\xi_2 + \delta_4$$
$$X_5 = \lambda_{53}\,\xi_3 + \delta_5$$

dan

$$Y_1 = \lambda_{11}\,\eta_1 + \varepsilon_1$$
$$Y_2 = \lambda_{22}\,\eta_2 + \varepsilon_2$$
$$Y_3 = \lambda_{32}\,\eta_2 + \varepsilon_3$$

dalam bentuk matrik sebagai berikut, yaitu:

$$\underset{X}{\begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \\ X_4 \\ X_5 \end{bmatrix}} = \underset{\Lambda_x}{\begin{bmatrix} \lambda_{11} & 0 & 0 \\ \lambda_{21} & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_{32} & 0 \\ 0 & \lambda_{42} & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_{53} \end{bmatrix}} \underset{\xi}{\begin{bmatrix} \xi_1 \\ \xi_2 \\ \xi_3 \end{bmatrix}} + \underset{\delta}{\begin{bmatrix} \delta_1 \\ \delta_2 \\ \delta_3 \\ \delta_4 \\ \delta_5 \end{bmatrix}}$$

dan

$$\underset{Y}{\begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ Y_3 \end{bmatrix}} = \underset{\Lambda_y}{\begin{bmatrix} \lambda_{11} & 0 \\ 0 & \lambda_{22} \\ 0 & \lambda_{32} \end{bmatrix}} \underset{\eta}{\begin{bmatrix} \eta_1 \\ \eta_2 \end{bmatrix}} + \underset{\varepsilon}{\begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \end{bmatrix}}$$

Matrik varian dari error persamaan struktural

ζ, varian variabel endogenus laten η, varian error pengukuran variabel observasi X dan Y, dapat doisajikan sebagai berikut, yaitu:

$$\psi = \begin{bmatrix} \psi_{11} & \psi_{12} \\ \psi_{21} & \psi_{22} \end{bmatrix}$$

$$\phi = \begin{bmatrix} \phi_{11} & \phi_{12} & \phi_{13} \\ \phi_{21} & \phi_{22} & \phi_{23} \\ \phi_{31} & \phi_{32} & \phi_{33} \end{bmatrix}$$

estimasi parameter model pengukuran

Akan diestimasi parameter dalam model persamaan pengukuran yaitu sebagai berikut, yaitu:

- Dari persamaan estimasi model pengukuran didapatkan

1. $T/2\ \theta_\delta - 1/2(X - \Lambda_x\xi)'(X - \Lambda_x\xi) = 0$ $\qquad T = 5$
2. $(\xi'X - \xi'\xi\ \Lambda_x)\theta_\delta = 0$
3. $T/2\ \theta_\varepsilon - 1/2(Y - \Lambda_y\eta)'(Y - \Lambda_y\eta) = 0$ $\qquad T = 2$
4 $(\eta'Y - \eta'\eta\ \Lambda_y)\theta_\varepsilon = 0$

atau dalam bentuk matrik sebagai berikut, yaitu:

dari 1

$$\left[[\xi_1\ \xi_1\ \xi_2\ \xi_2\ \xi_3] \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \\ X_4 \\ X_5 \end{bmatrix} - [\xi_1\ \xi_1\ \xi_2\ \xi_2\ \xi_3] \begin{bmatrix} \xi_1 \\ \xi_1 \\ \xi_2 \\ \xi_2 \\ \xi_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ \lambda_{21} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & \lambda_{42} & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_{53} \end{bmatrix} \right]$$

$$\begin{bmatrix} \theta_{\delta 11} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \theta_{\delta 22} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \theta_{\delta 33} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \theta_{\delta 44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}^{-1} = 0$$

dari 2

$$5/2 \begin{bmatrix} \theta_{\delta 11} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \theta_{\delta 22} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \theta_{\delta 33} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \theta_{\delta 44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} - 1/2 \left[\begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \\ X_4 \\ X_5 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ \lambda_{21} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & \lambda_{42} & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_{53} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \xi_1 \\ \xi_2 \\ \xi_3 \end{bmatrix} \right]^{-1}$$

$$\left[\begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \\ X_4 \\ X_5 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ \lambda_{21} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & \lambda_{42} & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_{53} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \xi_1 \\ \xi_2 \\ \xi_3 \end{bmatrix} \right] = 0$$

dari 3

$$\left[(\eta_1 \ \eta_2 \ \eta_2) \begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ Y_3 \end{bmatrix} - (\eta_1 \ \eta_2 \ \eta_2) \begin{bmatrix} \lambda_{11} & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & \lambda_{32} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \eta_1 \\ \eta_2 \\ \eta_3 \end{bmatrix} \right] \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & \theta_{\varepsilon 22} & 0 \\ 0 & 0 & \theta_{\varepsilon 33} \end{bmatrix}^{-1} = 0$$

dari 4

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & \theta_{\varepsilon 22} & 0 \\ 0 & 0 & \theta_{\varepsilon 33} \end{bmatrix} - 1/2 \left[\begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ Y_3 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \lambda_{11} & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & \lambda_{32} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \eta_1 \\ \eta_2 \end{bmatrix} \right]^{-1} \left[\begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ Y_3 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \lambda_{11} & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & \lambda_{32} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \eta_1 \\ \eta_2 \end{bmatrix} \right] = 0$$

- masukkan harga rata-rata variabel observasi X dan Y.
- masukkan harga rata-rata variabel observasi X dan Y serta masukkan pula harga awal estimasi sehingga didapatkan hasil sebagai berikut, yaitu:

$$(1)\left[(29{,}25\xi_1+43{,}73\xi_2+21{,}37\xi_3)-(2\xi_1^2+2\xi_2^2+\xi_3^2)\begin{bmatrix}1&0&0\\0{,}5&0&0\\0&1&0\\0&0{,}5&0\\0&0&0{,}5\end{bmatrix}\right]\times$$

$$\times\begin{bmatrix}0{,}5&0&0&0&0\\0&0{,}5&0&0&0\\0&0&0{,}5&0&0\\0&0&0&0{,}5&0\\0&0&0&0&0\end{bmatrix}^{-1}=0$$

(2)

$$5/2\begin{bmatrix}0&0&0&0&0&0\\0&0{,}5&0&0&0&0\\0&0&0{,}5&0{,}5&0&0\\0&0&0&0&0{,}5&0\\0&0&0&0&0&0\end{bmatrix}-1/2((14{,}9-\xi_1)^2+(14{,}35-0{,}5\xi_1)^2+$$

$$+(19{,}57-\xi_2)^2+(29{,}16-0{,}5\xi_2)^2+(21{,}37-0{,}5\xi_3)^2=0$$

(3)

$$\left[(720{,}86\eta_1+34{,}1\eta_2)-(2\eta_1^2+\eta_2^2)\begin{bmatrix}0{,}5&0\\0&1\\0&0{,}5\end{bmatrix}\right]\begin{bmatrix}0&0&0\\0&0{,}5&0\\0&0&0{,}5\end{bmatrix}^{-1}=0$$

$$\left[\begin{bmatrix}X_1\\X_2\\X_3\\X_4\\X_5\end{bmatrix}-\begin{bmatrix}1&0&0\\\lambda_{21}&0&0\\0&1&0\\0&\lambda_{42}&0\\0&0&\lambda_{53}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\xi_1\\\xi_2\\\xi_3\end{bmatrix}\right]=0$$

(4)

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0{,}5 & 0 \\ 0 & 0 & 0{,}5 \end{bmatrix} -1/2((720{,}86-0{,}5\eta_1)^2+(15{,}54-\eta_2)^2+(19{,}57-\eta_3)^2)=0$$

-persamaan 1, 2, 3, dan 4 diselesaikan dengan cara iterasi didapatkan hasil sbb.,yaitu:

$$\Lambda_x = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1{,}098 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0{,}924 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad \theta_\delta = \begin{bmatrix} 0{,}657 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0{,}587 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0{,}409 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0{,}496 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\Lambda_y = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0{,}933 \end{bmatrix} \qquad \theta_\varepsilon = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0{,}328 & 0 \\ 0 & 0 & 0{,}415 \end{bmatrix}$$

$$\mathrm{var}(\xi) = \begin{bmatrix} 0{,}343 & 0{,}182 & -0{,}204 \\ 0{,}182 & 0{,}519 & -0{,}250 \\ -0{,}204 & -0{,}250 & 1{,}000 \end{bmatrix} \qquad \mathrm{var}(\eta) = \begin{bmatrix} 1 & 0{,}404 \\ 0{,}404 & 0{,}662 \end{bmatrix}$$

Matrik Λ_x adalah matrik faktor muatan dari variabel observasi X pada variabel laten ξ. Matrik Λ_y adalah faktor muatan dari variabel observasi Y pada variabel laten ξ. θ_δ dan θ_ε adala matrik error pengukuran variabel observasi X dan Y. Var(η) dan var(ξ) adalah varian dari dari variabel laten ξ dan η.

estimasi model persamaan struktural

Akan diestimasi parameter dalam model persamaan struktural yaitu sebagai berikut:

- Ditampilkan kembali persamaan estimasi model struktural, yaitu:

(1) $\psi(c) = ((\eta D + \Gamma\xi)'(\eta D + \Gamma\xi))/T \qquad T = 2$

(2) $\Omega(c) = ((\eta - \pi\xi)'(\eta - \pi\xi)/T \qquad T = 2$

(3) $-(\xi'\eta\Gamma + \xi'\xi D)\psi^{-1} = 0$

(4) $-(\pi'\xi'\eta\Gamma + \pi'\xi'\xi D)\psi^{-1} = 0$

dari (1)

$$\left[\begin{bmatrix}\eta_1\\ \eta_2\end{bmatrix}\begin{bmatrix}-1 & \beta_{12}\\ \beta_{21} & -1\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}0 & \gamma_{12} & \gamma_{13}\\ \gamma_{21} & 0 & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\xi_1\\ \xi_2\\ \xi_3\end{bmatrix}\right]' \quad x$$

$$x\left[\begin{bmatrix}\eta_1\\ \eta_2\end{bmatrix}\begin{bmatrix}-1 & \beta_{12}\\ \beta_{21} & -1\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}0 & \gamma_{12} & \gamma_{13}\\ \gamma_{21} & 0 & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\xi_1\\ \xi_2\\ \xi_3\end{bmatrix}\right] = 0$$

dari (2)

$$\left[\begin{bmatrix}\eta_1\\ \eta_2\end{bmatrix} - \begin{bmatrix}-1 & \beta_{12}\\ \beta_{21} & -1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}0 & \gamma_{12} & \gamma_{13}\\ \gamma_{21} & 0 & 0\end{bmatrix}^{-1}\begin{bmatrix}\xi_1\\ \xi_2\\ \xi_3\end{bmatrix}\right]' \quad x$$

$$x\left[\begin{bmatrix}\eta_1\\ \eta_2\end{bmatrix} - \begin{bmatrix}-1 & \beta_{12}\\ \beta_{21} & -1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}0 & \gamma_{12} & \gamma_{13}\\ \gamma_{21} & 0 & 0\end{bmatrix}^{-1}\begin{bmatrix}\xi_1\\ \xi_2\\ \xi_3\end{bmatrix}\right] = 0$$

dari (3)

$$\left[-(\eta_1 \quad \eta_2) \begin{bmatrix} 0 & \gamma_{12} & \gamma_{13} \\ \gamma_{21} & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \xi_1 \\ \xi_2 \\ \xi_3 \end{bmatrix} + (\xi_1 \quad \xi_2 \quad \xi_3) \begin{bmatrix} \xi_1 \\ \xi_2 \\ \xi_3 \end{bmatrix} \right. \text{x}$$

$$\text{x} \left. \begin{bmatrix} -1 & \beta_{12} \\ \beta_{21} & -1 \end{bmatrix} \right] \begin{bmatrix} \psi_{11} & \psi_{12} \\ \psi_{21} & \psi_{22} \end{bmatrix}^{-1} = 0$$

dari (4)

$$\left[\left[\begin{bmatrix} -1 & \beta_{12} \\ \beta_{21} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & \gamma_{12} & \gamma_{13} \\ \gamma_{21} & 0 & 0 \end{bmatrix} \right] \right]^{-1,} (\eta_1 \quad \eta_2) \begin{bmatrix} 0 & \gamma_{12} & \gamma_{13} \\ \gamma_{21} & 0 & 0 \end{bmatrix} +$$

$$+ \left[\left[\begin{bmatrix} -1 & \beta_{12} \\ \beta_{21} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & \gamma_{12} & \gamma_{13} \\ \gamma_{21} & 0 & 0 \end{bmatrix} \right] \right]^{-1,} (\xi_1 \quad \xi_2 \quad \xi_3) \begin{bmatrix} \xi_1 \\ \xi_2 \\ \xi_3 \end{bmatrix} \left. \begin{bmatrix} -1 & \beta_{12} \\ \beta_{21} & 0 \end{bmatrix} \right] \text{x}$$

$$\begin{bmatrix} \psi_{11} & \psi_{12} \\ \psi_{21} & \psi_{22} \end{bmatrix}^{-1} = 0$$

- Masukkan harga awal parameter pada persamaan diatas, yaitu:

dari (1)

$$\left[\begin{bmatrix} \eta_1 \\ \eta_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & 0,5 \\ 0,5 & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0,5 & 0,5 \\ 0,5 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \xi_1 \\ \xi_2 \\ \xi_3 \end{bmatrix} \right] \quad \text{x}$$

$$\text{x} \left[\begin{bmatrix} \eta_1 \\ \eta_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & 0,5 \\ 0,5 & -1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0,5 & 0,5 \\ 0,5 & & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \xi_1 \\ \xi_2 \\ \xi_3 \end{bmatrix} \right] = 0$$

dari (2)

$$\left[\begin{bmatrix}\eta_1\\ \eta_2\end{bmatrix} - \begin{bmatrix}-1 & 0,5\\ 0,5 & -1\end{bmatrix}^{-1}\begin{bmatrix}0 & 0,5 & 0,5\\ 0,5 & 0 & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\xi_1\\ \xi_2\\ \xi_3\end{bmatrix}\right]' \text{x}$$

$$\text{x}\left[\begin{bmatrix}\eta_1\\ \eta_2\end{bmatrix} - \begin{bmatrix}-1 & 0,5\\ 0,5 & -1\end{bmatrix}^{-1}\begin{bmatrix}0 & 0,5 & 0,5\\ 0,5 & 0 & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\xi_1\\ \xi_2\\ \xi_3\end{bmatrix}\right] = 0$$

dari (3)

$$\left[-(\eta_1 \quad \eta_2)\begin{bmatrix}0 & 0,5 & 0.5\\ 0,5 & 0 & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\xi_1\\ \xi_2\\ \xi_3\end{bmatrix} + (\xi_1 \quad \xi_2 \quad \xi_3)\begin{bmatrix}\xi_1\\ \xi_2\\ \xi_3\end{bmatrix}\right.\text{x}$$

$$\text{x}\left.\begin{bmatrix}-1 & 0,5\\ 0,5 & -1\end{bmatrix}\right]\begin{bmatrix}0,5 & 0,5\\ 0,5 & 0,5\end{bmatrix}^{-1} = 0$$

dari (4)

$$\left[\left[\begin{bmatrix}-1 & 0,5\\ \beta_{21} & \end{bmatrix}\begin{bmatrix}0 & 0,5 & 0,5\\ \gamma_{21} & & \end{bmatrix}\right]\right]^{-1}(\eta_1 \quad \eta_2)\begin{bmatrix}0 & 0,5 & 0.5\\ 0,5 & 0 & 0\end{bmatrix} +$$

$$+\left[\left[\begin{bmatrix}-1 & 0,5\\ 0,5 & -1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}0 & 0,5 & 0,5\\ 0,5 & 0 & 0\end{bmatrix}\right]\right]^{-1}(\xi_1 \ \xi_2 \ \xi_3)\left[\begin{bmatrix}\xi_1\\ \xi_2\\ \xi_3\end{bmatrix}\begin{bmatrix}-1 & 0,5\\ 0,5 & -1\end{bmatrix}\right]\text{x}$$

$$\begin{bmatrix}0,5 & 0,5\\ 0,5 & 0,5\end{bmatrix}^{-1} = 0$$

Dengan menyelesaikan ke-empat persamaan di atas didapatkan hasil, yaitu:

$$\Gamma = \begin{bmatrix} 0 & 0,959 & -0,17 \\ 0,519 & 0 & 0 \end{bmatrix} \qquad \psi = \begin{bmatrix} 0,600 & 0,142 \\ 0,142 & 0,416 \end{bmatrix}$$

$$\beta = \begin{bmatrix} 0 & 0,258 \\ -0,308 & 0 \end{bmatrix}$$

Matrik Γ adalah efek sebab langsung dari variabel eksogenus laten ξ pada variabel endogenus laten η. Matrik ψ adalah varian error persamaan struktural ζ. Matrik β adalah matrik efek sebab langsung antar variabel endogenus laten η.

evaluasi model LISREL

Evaluasi model LISREL meliputi dua macam evaluasi, yaitu evaluasi model pengukuran dan evaluasi model persamaan struktural.

* *evaluasi model pengukuran*

Dari estimasi model pengukuran didapatkan harga varian error pengukuran variabel observasi X yaitu ($\theta_{\delta xt}$) dan varian error pengukuran variabel observasi Y yaitu ($\theta_{\varepsilon yt}$) masing-masing yaitu:

$\theta_{\varepsilon y1}$ = 0,000 , dan $\theta_{\varepsilon x1}$ = 0,657

$\theta_{\varepsilon y2}$ = 0,328 $\theta_{\varepsilon x2}$ = 0,587

$\theta_{\varepsilon y3}$ = 0,415 $\theta_{\varepsilon x3}$ = 0,409

$\theta_{\varepsilon x4}$ = 0,496

$\theta_{\varepsilon x5}$ = 0,000

serta var(ξ) dan Var(η) yaitu:

$$\phi = \begin{bmatrix} 0,343 & 0,182 & -0,204 \\ 0,182 & 0,591 & -0,250 \\ -0,204 & -0,250 & 1,000 \end{bmatrix}$$

$$\text{var}(\eta) = \begin{bmatrix} 1,000 & 0,404 \\ 0,404 & 0,662 \end{bmatrix}$$

dengan menggunakan rumus (3.6.1) dan (3.6.2) akan dihitung validitas dan reliabilitas dari pengukuran variabel observasi X dan Y, yaitu:

(i) validitas

$\rho_{y1} = 1 - 0,000 = 1,000$

$\rho_{y2} = 1 - 0,587 = 0,672$

$\rho_{y3} = 1 - 0,415 = 0,585$

dan

$\rho_{x1} = 1 - 0,657 = 0,343$

$\rho_{x2} = 1 - 0,587 = 0,413$

$\rho_{x3} = 1 - 0,409 = 0,591$

$\rho_{x4} = 1 - 0,496 = 0,504$

$\rho_{x5} = 1 - 0,000 = 1,000$

dalam perhitungan di atas tidak diadakan pembagian dengan var (x) dan Var (y), karena estimasi LISREL menggunakan data standart yaitu matrik korelasi R sehingga var (x) dan Var (y) = 1,000

(ii) reliabilitas

$$\rho_{\eta 1} = \frac{1 \, . \, 1}{1 + 0} = 1{,}000$$

$$\rho_{\eta 2} = \frac{(1 + 0{,}933)^2 \; 0{,}662}{(1 + 0{,}933)^2 \; 0{,}662 + (0{,}328 + 0{,}415)} = 0{,}769$$

$$\rho_{\xi 1} = \frac{(1 + 1{,}098)^2 \; 0{,}343}{(1 + 1{,}098)^2 \; 0{,}343 + (0{,}657 + 0{,}587)} = 0{,}548$$

$$\rho_{\xi 2} = \frac{(1 + 0{,}924)^2 \; 0{,}591}{(1 + 0{,}924)^2 \; 0{,}591 + (0{,}409 + 0{,}496)} = 0{,}673$$

$$\rho_{\xi 3} = \frac{(1 + 0{,}000)^2 \; 1.000}{(1 + 0{,}000)^2 \; 1.000 + (0{,}000 + 0{,}000)} = 1{,}000$$

Dari perhitungan di atas terlihat bahwa reliabilitas dan validitas dari achiavement motivation (ξ_1) sangat diragukan mengingat besarnya ρ_{yt} dan ρ_{η} yang kurang menyakinkan, yaitu:

$\rho_{x1} = 0{,}343$

$\rho_{x2} = 0{,}413$

$\rho_{\xi 1} = 0{,}548$

* *evaluasi model persamaan struktural*

Untuk mengevaluasi model persamaan struktural digunakan dua besaran yaitu Koefisien Korelasi Kwadrat (KKK) dan Koefisien Determinasi Total (KDT). KKK dan KDT dapat dihitung dengan rumus (3.6.3) dan (3.6.4), yaitu:

$$\mathrm{var}(\zeta) = \psi = \begin{bmatrix} 0,6 & 0,142 \\ 0,142 & 0,416 \end{bmatrix} \quad \mathrm{var}(\eta) = \begin{bmatrix} 1 & 0,404 \\ 0,404 & 0,662 \end{bmatrix}$$

$$|\psi| = (0,6 \,.\, 0,416) - 0,412^2 = 0,229$$

$$|\mathrm{var}(\eta)| = 0,662 - 0,404^2 = 0,499$$

sehingga

$$KKK(\eta_1) = 1 - (0,6 / 1) = 0,4$$

$$KKK(\eta_2) = 1 - (0,416 / 0,662) = 0,372$$

$$KDT = 1 - (0,229 / 0,499) = 0,541$$

**kesimpulan*

Dari perhitungan KKK dan KDT di atas dapat disimpulkan bahwa model yang dibuat Baggozi kurang didukung oleh data yang ada. Karena kurang didukung oleh data yang ada maka harus dibuat model alternatif yang lebih didukung oleh data yang ada, salah satunya adalah yang terdapat di bawah. Model di bawah dianalisa dan didapatkan hasil perhitungan Koefisien Korelasi Kwadrat (KKK) dan Koefisien Determinasi Total, sebagai berikut, yaitu:

$$KKK\ (\eta_1) = 0,515$$

$$KKK\ (\eta_2) = 0,478$$

$$KDT = 0,589$$

Dari perhitungan diatas dapat disimpulkan bahwa model cukup didukung oleh data. Hal ini karena baik KKK maupun KDT terdapat dalam interval 0,55 - 1,00 sehingga model didukung oleh data.