BAB II

KONDISI OPTIMUM RESPONS

Sering kali dalam kebanyakan masalah percobaan, tidak diketahui secara pasti di mana lokasi titik optimum itu berada. Sehingga bisa terjadi dugaan awal tentang kondisi operasi optimum dari sistem yang diamati akan berbeda jauh dari sistem konkrit yang dipelajari. Dalam bab ini akan dibahas analisis permukaan respons guna mencari titik-titik yang memenuhi kondisi operasi optimum.

2.1. Analisis Model Kuadratik

Analisis model kuadratik digunakan untuk mengetahui kecocokan permukaan respons model orde dua. Diasumsikan telah ditentukan daerah sekitar optimum, daerah yang diyakini terdapat titik optimum. Misal untuk k variabel rancangan, dengan mengingat asumsi bahwa variabel bebas tersebut terkontrol diperoleh model respons orde dua,

$$\eta = \beta_0 + \sum_{i=1}^{k} \beta_i x_i + \sum_{\substack{i \\ i<j}} \sum_{j} \beta_{ij} \; x_i x_j + \sum_{i=1}^{k} \beta_{ii} x_i^2 \qquad (2.1.1)$$

untuk suatu daerah dari $x_1, x_2, \ldots, x_k$.

Dengan metode kuadrat terkecil akan diperoleh penaksir dari parameter-parameter yang terlibat. Dalam kasus ini, dengan menerapkan rancangan percobaan ortogonal yang akan dibahas pada bab tiga dimana variabel x_i dan x_j bersifat ortogonal maka ini menyebabkan $\sum_{u=1}^{n} x_{iu} = 0$, $\sum_{u=1}^{n} x_{iu}^2 = n$, $\sum_{u=1}^{n} x_{iu} x_{ju} = 0$ sehingga estimasi parameter-parameter model lebih mudah dilakukan yaitu

$$b_0 = c_0\sum_{u=1}^{n} y + \sum_{i=1}^{k}[c_{0i}\sum_{u=1}^{n} x_{iu}^2 y]$$

$$b_i = c_i\sum_{u=1}^{n} x_{iu} y$$

$$b_{ii} = c_{0i}\sum_{u=1}^{n} y + c_{ii}\sum_{u=1}^{n} x_{iu}^2 y + c_{0ij}\sum_{u=1}^{n} x_{ju}^2 y$$

$$b_{ij} = c_{ij}\sum_{u=1}^{n} x_i x_j y \qquad i<j$$

dengan c_0, c_i, c_{ii}, c_{ij} adalah elemen diagonal utama invers matriks simetris (X'X) sedangkan c_{0i}, c_{0ij} adalah elemen non diagonal yang bersesuaian dengan koefisien kuadrat murni x_i^2. Sehingga secara umum diperoleh persamaan penaksir,

$$\hat{y} = b_0 + \sum_{i=1}^{k} b_i x_i + \sum_{\substack{i \\ i<j}}\sum_{j} b_{ij} \; x_i x_j + \sum_{i=1}^{k} b_{ii} x_i^2 \qquad (2.1.2)$$

Persamaan ini digunakan untuk menaksir respons $\hat{y}$ jika diberikan nilai x_1, x_2, …, x_k tertentu. Bila dalam bentuk matriks, persamaan (2.1.2) dapat ditulis sebagai :

$$\hat{y} = b_0 + X'\,b + X'\,B\,X \qquad (2.1.3)$$

dengan

$$X = [x_1, x_2, \ldots, x_k]' \qquad b = [b_1, b_2, \ldots, b_k]'$$

$$\text{dan } B = \begin{bmatrix} b_{11} & \frac{b_{12}}{2} & \ldots & \frac{b_{1k}}{2} \\ \frac{b_{12}}{2} & b_{22} & .. & \frac{b_{2k}}{2} \\ & & . & \\ \frac{b_{1k}}{2} & & \ldots & b_{kk} \end{bmatrix}$$

B adalah matriks simetri dengan elemen diagonal utama berupa koefisien regresi dari orde dua dan elemen lainnya adalah setengah dari koefisien kuadrat campuran (koefisien interaksi).

Misal dari fungsi (2.1.2) ingin ditentukan nilai-nilai $x_1, x_2, \ldots, x_k$ yang memaksimumkan respons yang ditaksir. Titik-titik maksimum ini merupakan himpunan $x_1, x_2, \ldots, x_k$ yang diperoleh dari turunan $\frac{\partial \hat{y}}{\partial x_i} = 0$, dengan i = 1, 2, 3, ..., k dan selanjutnya $X_0 = (x_{1.0}, x_{2.0}, \ldots, x_{k.0})$ dinamakan titik stasioner.

Akan ditentukan titik stasioner dari fungsi (2.1.3). Agar $\hat{y}$ mencapai nilai ekstrim di X_0, maka haruslah dipenuhi

$$\frac{\partial \hat{y}}{\partial X} = \frac{\partial}{\partial X}\left[b_0 + X'b + X'BX\right]$$

$$= b + 2BX = 0$$

Jika B mempunyai invers, maka penyelesaian persamaan ini diperoleh titik stasioner tunggal, $X_0 = -B^{-1}b/2$. Sekarang akan ditentukan sifat dari titik stasioner ini dengan menggunakan analisis kanonik.

2.2. Analisis Kanonik

Analisis Kanonik digunakan dengan pertimbangan bahwa selain dapat menentukan jenis titik stasioner, juga dapat digunakan untuk mempelajari sistem secara keseluruhan melalui analisis ini. Analisis kanonik merupakan bentuk alternatif untuk menentukan kondisi operasi optimum, termasuk untuk mengetahui keadaan permukaan respons di titik stasioner. Dari analisis ini dapat dilihat kepekaan respons terhadap salah satu variabel. Selain itu dengan analisis ini didapatkan cara penulisan lain dari persamaan (2.1.2) dan (2.1.3) yang lebih mudah untuk diinterpretasikan.

Analisis ini dimulai dengan mentranslasikan fungsi respons dari titik pangkal ke titik stasioner. Kemudian respons dinyatakan dalam variabel baru $w_1, w_2, \ldots, w_k$ sebagai variabel kanonik.

Perubahan dari bentuk permukaan respons ke bentuk kanonik disebut analisis kanonik. Langkah-langkah dalam analisis kanonik diberikan pada penjelasan berikut ini.

Dari persamaan (2.1.3) diperoleh nilai respons di titik stasioner sebagai,

$$\hat{y}_0 = b_0 + X_0' b + X_0' B X_0 \qquad (2.1.4)$$

Dengan substitusi $X_0 = -B^{-1}b / 2$ ke persamaan (2.1.4), diperoleh

$$\hat{y}_0 = b_0 + [-B^{-1}b / 2]' b + [-B^{-1}b / 2]' B [-B^{-1}b / 2]$$

$$= b_0 - (b'B^{-1}b) / 2 + b'B^{-1}b / 4$$

$$= b_0 -(b'B^{-1}b)/4$$

Substitusikan kembali $X_0 = -B^{-1}b / 2$, diperoleh

$$\hat{y}_0 = b_0 - (b'B^{-1}b)/4$$

$$= b_0 + [b' (-B^{-1}b/2)/2]$$

$$= b_0 + X_0'b/2 \qquad (2.2.1)$$

Definisikan variabel baru $Z = X - X_0$.

Maka persamaan (2.1.3) menjadi :

$$\hat{y} = b_0 + (Z' + X_0')b + (Z' + X_0')B(Z + X_0)$$

$$= b_0 + Z'b + X_0'b + Z'BZ + X_0'BZ + Z'BX_0 + X_0'BX_0$$

$$= b_0 + X_0'b + X_0'BX_0 + Z'b + X_0'BZ + Z'BX_0$$

Karena $\hat{y}_0 = b_0 + X_0'b + X_0'BX_0$ dan $X_0'BZ = Z'BX_0$, maka

$$\hat{y} = \hat{y}_0 + Z'(b + 2BX_0) + Z'BZ$$

$$= \hat{y}_0 + Z'(b + 2B(-B^{-1}b / 2)) + Z'BZ$$

$$= \hat{y}_0 + Z'BZ \qquad (2.2.2)$$

Teorema 2.2.1 :

Jika $\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_k$ adalah nilai karakteristik real dari matriks simetri A, maka terdapat transformasi ortogonal $X = PW$ sehingga bentuk kuadrat $X'AX$ dapat ditulis ke bentuk kanonik $\lambda_1 w_1^2 + \lambda_2 w_2^2 + \ldots + \lambda_k w_k^2$.

Bukti:

Diketahui A matriks simetri dengan nilai karakteristik $\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_k$. Maka terdapat vektor u_j yang berkorespondensi dengan λ_j, dengan u_j vektor ortonormal.

Pandang $P = [u_1, u_2, \ldots, u_k]$.

Maka $P'AP = \| u_i' A u_j \| = \| u_i' \lambda u_j \| = \| \lambda u_i' u_j \| = \| \lambda_j \delta_{ij} \|$

Jadi P'AP merupakan matriks diagonal dengan elemen diagonalnya, λ_j, adalah nilai karakteristik dari matriks A. Pandang transformasi $X = PW$, maka

$W'P'APW = W' \| \lambda_j \delta_{ij} \| W$

$$= \sum_{i=1}^{k} \lambda_i w_i^2 = \lambda_1 w_1^2 + \lambda_2 w_2^2 + \ldots + \lambda_k w_k^2 \qquad \text{terbukti}$$

Berdasarkan teorema 2.2.1 dan menurut (2.2.2) terdapat transformasi

$$Z = MW \qquad (2.2.3)$$

sehingga $Z'BZ = W'M'BMW$

$$= \lambda_1 w_1^2 + \lambda_2 w_2^2 + \ldots + \lambda_k w_k^2$$

sehingga bentuk kuadrat $Z'BZ$ ditransformasikan ke bentuk kanonik $\lambda_1 w_1^2 + \lambda_2 w_2^2 + \ldots + \lambda_k w_k^2$, dengan λ_i nilai eigen dari matriks B.

Jadi (2.2.2) dapat dinyatakan sebagai fungsi respons dalam bentuk kanonik

$$\hat{y} = \hat{y}_0 + \lambda_1 w_1^2 + \lambda_2 w_2^2 + \ldots + \lambda_k w_k^2 \qquad (2.2.4)$$

$\hat{y}_0$: nilai taksiran respons di titik stasioner $X_0 = -B^{-1}b / 2$

λ_i : konstan $i = 1, 2, \ldots, k$.

Karena M adalah matriks ortogonal, maka dari persamaan (2.2.3) kita peroleh

$$W = M'Z \qquad (2.2.5)$$

Persamaan terakhir ini diperlukan untuk menentukan hubungan antara variabel kanonik dan variabel rancangan. Hubungan ini perlu untuk diketahui agar dapat menentukan kondisi pengoperasian yang optimum, jika ternyata titik stasioner yang diperoleh tidak memberikan kondisi pengoperasian yang memuaskan. Misalnya dalam kasus, titik stasioner memberikan nilai respons yang maksimum seperti yang diharapkan, namun dari segi biaya kondisi pengoperasian ini tidak ekonomis.

Dalam analisis kanonik, tidak hanya dapat ditentukan sifat dari titik stasioner. Selain itu dapat dipahami sistem secara keseluruhan dengan mengamati tanda dan besarnya λ_i.

1. Jika λ_1, λ_2 semua negatif perpindahan ke segala arah dari titik stasioner menyebabkan nilai $\hat{y}$ berkurang. Jadi X_0 merupakan titik

maksimum, dengan nilai respons maksimum diberikan pada persamaan (2.2.1). (lihat lampiran 1 gambar 1)

2. Jika λ_1, λ_2 semua positif perpindahan ke segala arah dari titik stasioner menyebabkan nilai $\hat{y}$ bertambah. Jadi X_0 merupakan titik minimum, dengan nilai respons minimum diberikan pada persamaan (2.3.1).
3. Jika λ_1, λ_2 berbeda tanda, maka X_0 merupakan titik pelana. (lihat lampiran 1 gambar 2)
4. $|\lambda_i|$ menyatakan kepekaan respons terhadap variabel w_i. Semakin besar nilai $|\lambda_i|$ semakin peka $\hat{y}$ terhadap variabel w_i.
5. Jika $|\lambda_i|$ sangat kecil dibanding besarnya nilai karakteristik lainnya, atau $\lambda_i \Longrightarrow 0$, maka respons $\hat{y}$ tidak peka terhadap perubahan w_i. Jenis permukaan respons yang diperoleh berupa ridge stasioner (stasionery ridge)

2.3. Analisis Ridge

Pada penentuan sifat dari titik stasioner dalam analisis kanonik dapat terjadi :

1. Nilai karakteristik yang diperoleh berbeda tanda, sehingga diperoleh titik pelana. Sebagai contoh, untuk dua variabel, jika diperoleh $\lambda_1 > 0$ dan $\lambda_2 < 0$; artinya perpindahan sepanjang sumbu w_1 akan memberikan pertambahan respons, sementara perpindahan sepanjang w_2 akan memberikan pengurangan respons.

2. Nilai karakteristik bertanda sama, tetapi ada nilai-nilai karakteristik yang besarnya relatif sangat kecil dibandingkan dengan besar nilai karakteristik lainnya.(lihat lampiran 1gb.3)
3. Ada nilai karakteristik yang besarnya mendekati nol.(lihat lampiran 1 gb.4)

Sebagai contoh, untuk dua variabel, jika titik stasioner yang diperoleh merupakan titik maksimum, tetapi $\lambda_1 \Longrightarrow 0$; artinya titik maksimum tidak tunggal berupa titik stasioner, tetapi peneliti dapat memberikan rentangan untuk kondisi pengoperasian sepanjang sumbu w_1 yang akan menghasilkan respons yang maksimum.

Dalam situasi salah satu dari kasus di atas terjadi, analisis kanonik tidak memberikan kondisi pengoperasian yang memuaskan. Sebagai contoh, misalkan terjadi kasus (2). Dalam kasus ini titik stasioner yang diperoleh dari analisis kanonik berada jauh diluar daerah pengamatan serta terdapat λ_i mendekati nol sehingga permukaan respons akan membentuk ridge menaik (rising ridge). Apabila ditemukan sistem ridge, maka tidak dapat dibuat kesimpulan tentang permukaan respons sebenarnya atau sifat titik stasioner karena titik-titik itu berada jauh diluar daerah eksplorasi yang ditetapkan untuk membangun model. Dapat terjadi titik stasioner ini memberikan kondisi pengoperasian yang tidak mungkin dilakukan karena satu dan lain hal. Artinya sistem tidak mungkin beroperasi pada kondisi tersebut karena kombinasi faktor-faktor yang dicobakan membutuhkan biaya yang sangat mahal dan ditinjau dari segi waktu kurang efisien. Dalam hal demikian diperlukan analisis lanjutan untuk dapat memperoleh kondisi pengoperasian lain yang masih cukup dapat memenuhi kebutuhan.

Di sinilah peran dari analisis ridge diperlukan. Langkah-langkah dari analisis ini diberikan pada uraian berikut.

Misal dari analisis kecocokan permukaan diperoleh model respons orde dua

$$\hat{y} = b_0 + X' b + X' B X$$

Sekarang akan dimaksimumkan atau diminimumkan respons $\hat{y}$ pada jarak tertentu dari titik pusat (0, 0, ..., 0). Sehingga permasalahannya adalah

Maksimumkan/minimumkan $\hat{y} = b_0 + X' b + X' B X$

dengan syarat $\sum_{i=1}^{k} x_i^2 = R^2$ (2.3.1)

Untuk menyelesaikan masalah ini digunakan metode Lagrange Multiplier, dengan fungsi Lagrange

$$F = \hat{y} - \mu(X'X - R^2)$$

$$= b_0 + X'b + X'BX - \mu(X'X - R^2)$$

Agar maksimum/minimum tercapai maka haruslah dipenuhi

$$\frac{\partial F}{\partial X} = b + 2BX - 2\mu X = 0 \qquad (2.3.2)$$

dan $\dfrac{\partial F}{\partial \mu} = X'X - R^2 = 0$ (2.3.3)

Dari persamaan (2.3.2) diperoleh

$$(B - \mu I_k)X = -b/2 \qquad (2.3.4)$$

Dengan memilih μ tertentu, dapat ditentukan solusi dari (2.3.4). Dengan mensubtitusikan solusi ini pada persamaan (2.3.3) diperoleh R. Jika R diketahui dapat diketahui posisi titik stasioner terhadap titik pangkal, apakah titik stasioner berada di dalam atau di luar daerah percobaan. Sifat titik stasioner bergantung dari nilai μ yang dipilih.

Definisi 2.3.1 :

Misalkan $X^* = (x_1^*, x_2^*, \ldots, x_k^*)$ adalah titik stasioner dari fungsi f.

1. Jika matriks Hess definit positif maka X^* merupakan titik minimum.
2. Jika matriks Hess definit negatif maka X^* merupakan titik maksimum.

$$\text{Matriks Hess}_{|X=X^*} = \left[\frac{\partial^2 f(X^*)}{\partial x_i \partial x_j}\right]$$

Persamaan (2.3.2) bila ditulis dalam bentuk matriks menjadi,

$$\begin{bmatrix} \partial F/\partial x_1 \\ \partial F/\partial x_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \partial F/\partial x_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ b_k \end{bmatrix} + 2\begin{bmatrix} b_{11} & \frac{b_{12}}{2} & \cdots & \frac{b_{1k}}{2} \\ \frac{b_{12}}{2} & b_{22} & \cdots & \frac{b_{2k}}{2} \\ & & \cdot & \cdot \\ & & \cdot & \cdot \\ \frac{b_{1k}}{2} & & \cdots & b_{kk} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ x_k \end{bmatrix} - 2\mu \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ x_k \end{bmatrix} \quad (2.3.5)$$

Dari (2.3.5) diperoleh vektor turunan parsial kedua murni adalah

$$\begin{bmatrix} \partial^2 F/\partial x_1^2 \\ \partial^2 F/\partial x_2^2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \partial^2 F/\partial x_k^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2b_{11} - 2\mu \\ 2b_{12} - 2\mu \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ 2b_{kk} - 2\mu \end{bmatrix} \quad (2.3.6)$$

dan turunan parsial kedua campuran adalah

$$\partial^2 f / \partial x_i \partial x_j = b_{ij}, i \neq j \qquad (2.3.7)$$

Dari (2.3.6) dan (2.3.7) diperoleh matriks Hess untuk masalah (2.3.1) adalah

$$H(x) = \begin{bmatrix} 2b_{11} - 2\mu & b_{12} & \dots & b_{1k} \\ b_{12} & 2b_{22} - 2\mu & \dots & b_{2k} \\ & & . & \\ & & . & . \\ & & . & \\ b_{1k} & & \dots & 2b_{kk} - 2\mu \end{bmatrix}$$

$$= 2(B - \mu I_k) \qquad (2.3.8)$$

Teorema 2.3.1:

Misal μ_1 adalah konstanta Lagrange dan λ_i nilai karakteristik matriks B,

1. Jika $\mu_1 > \lambda i$ (untuk semua i), , maka x_1 (titik yang bersesuaian dengan $\mu = \mu_1$) adalah titik maksimum lokal pada R_1 (radius yang bersesuaian dengan μ_1).
2. Jika $\mu_1 < \lambda i$ (untuk semua i), maka x_1 adalah titik minimum lokal pada R_1.

Bukti :

Misal $U = [u_1, u_2, \dots, u_k]'$.

Pandang bentuk kuadrat $U'H(x_1)U = U'(B - \mu_1 I)U = U'BU - \mu_1 U'U$

Kemudian pandang bentuk U'BU. Terdapat transformasi ortogonal U' = V'H' sehingga $U'BU = V'[diag(\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_k)]V$. Karena H ortogonal maka

$\mu_1 U'U = \mu_1 V'H'HV = \mu_1 V'V$ sehingga diperoleh

$$U'H(x_1)U = V'[diag(\lambda_1, \lambda_2, \ldots, \lambda_k)]V - \mu_1 V'V$$

$$= V'[diag(\lambda_1 - \mu_1, \lambda_2 - \mu_1, \ldots, \lambda_k - \mu_1)]V$$

Jika μ_1 lebih besar dari semua nilai karakteristik B, maka $U'H(x_1)U < 0$, mengakibatkan $H(x_1)$ definit negatif. Jadi x_1 merupakan titik maksimum.

Jika μ_1 lebih kecil dari semua nilai karakteristik B, maka $U'H(x_1)U > 0$, mengakibatkan $H(x_1)$ definit positif. Jadi x_1 merupakan titik minimum.

Teorema 2.3.1 memberikan akibat sebagai berikut. Jika peneliti berkepentingan untuk mencari titik maksimum lokal, maka μ yang dipilih haruslah lebih besar dari nilai karakteristik matriks B yang terbesar. Sebaliknya jika peneliti ingin menentukan titik minimum lokal, maka μ haruslah lebih kecil dari nilai karakteristik B yang terkecil.

Karena pemilihan μ yang lebih besar atau lebih kecil dari semua nilai karakteristik B tidaklah tunggal, maka perlu untuk membuat plot antara R (radius yang bersesuaian dengan nilai μ tertentu) dan respons $\hat{y}$. Dari plot ini dapat ditentukan kondisi pengoperasisan yang terbaik.

2.4. Metode Steepest Ascent

Pada bagian sebelumnya diasumsikan peneliti telah memiliki informasi tentang daerah sekitar optimum. Informasi ini dapat diperoleh melalui pengetahuan mengenai sistem secara empiris. Jika asumsi tidak dipenuhi, yaitu jika peneliti tidak mempunyai informasi tentang lokasi daerah sekitar optimum, maka yang pertama harus dilakukan adalah menentukan daerah sekitar optimum.

Penentuan daerah sekitar optimum dilakukan melalui metode Steepest Ascent. Metode Steepest Ascent adalah prosedur untuk perpindahan secara sequensial sepanjang arah lintasan pertambahn respons.

Langkah-langkah dalam metode Steepest Ascent secara ringkas dapat ditulis sebagai berikut :

1. Tentukan model respons orde satu pada suatu daerah dari variabel bebas $x_1, x_2, \ldots, x_k$.
2. Gunakan langkah (1) yang diperoleh, untuk menentukan arah dari lintasan Steepest Ascent, yaitu arah pertambahan respons.
3. Rangkaian percobaan dilakukan sepanjang arah dari lintasan Steepest Ascent sampai tidak terjadi lagi pertambahan respons.
4. Ulangi langkah 1,2,3, pada daerah baru, daerah baru ini dapat ditentukan dari langkah (3).
5. Jika terdapat lekukan (terlihat bila terdapat ketidakcocokan model), maka dapat diyakini peneliti telah berada di daerah sekitar optimum.

   Misal dari langkah (1) diperoleh model respons orde satu

$$\hat{y} = b_0 + \sum_{i=1}^{k} b_i \ x_i$$

Selanjutnya akan ditentukan arah dari Steepest Ascent. Dalam hal ini akan ditentukan nilai dari $(x_1, x_2, \ldots, x_k)$ yang memaksimumkan respons pada jarak tertentu dari titik pusat (0,0, ...,0) sebut R. Atau dapat dinyatakan

$$\text{Maksimumkan } \hat{y} = b_0 + \sum_{i=1}^{k} b_i x_i$$

$$\text{terhadap } \sum_{i=1}^{k} x_i^2 = R^2 \qquad (2.4.1)$$

Untuk menyelesaikan masalah ini digunakan metode Lagrange Multiplier, dengan fungsi Lagrange

$$Q(x_1, x_2, \ldots, x_k, \mu) = b_0 + \sum_{i=1}^{k} b_i x_i - \mu\left(\sum_{i=1}^{k} x_i^2 - R^2\right)$$

Agar nilai maksimum tercapai haruslah dipenuhi

$$\frac{\partial Q}{\partial x_j} = b_j - 2\mu x_j = 0 \qquad j = 1,2,\ldots,k \qquad (2.4.2)$$

$$\text{dan} \quad \frac{\partial Q}{\partial \mu} = -\left(\sum_{i=1}^{k} x_i^2 - R^2\right) \qquad (2.4.3)$$

$$= 0$$

Dari (2.4.2) diperoleh $x_j = b_j/2\mu \qquad j = 1,2,\ldots,k \qquad (2.4.4)$

Disini terlihat bahwa nilai dari $(x_1, x_2, \ldots, x_k)$ dan μ bergantung besarnya R. Agar prosedur lebih mudah dilakukan, nilai μ tidak ditentukan dari besarnya R. Tetapi nilai μ dipilih dengan memilih μ yang berkorespondensi dengan pertambahan pada salah satu variabel.

Yang penting untuk diperhatikan, semakin sering prosedur ini diulangi semakin berkurang keandalannya. Dalam mendekati daerah sekitar titik stasioner ini, pendekatan model orde satu akan menjadi semakin buruk dengan adanya lekukan pada daerah sekitar titik stasioner. Untuk mengantisipasi hal ini, maka dalam merancang percobaan model orde satu perlu diperhitungkan agar ketidakcocokan model dapat diukur.

Dapat terjadi sistem yang diamati mempunyai lebih dari satu titik stasioner. Dalam situasi demikian, titik stasioner yang akan didekati oleh model orde satu dengan metode ini bergantung pada lokasi titik awal percobaaan.

Juga penting diperhatikan, metode ini peka terhadap satuan yang digunakan pada variabel. Jadi arah yang diambil bergantung dari satuan yang digunakan pada variabel.