BAB II

MATERI PENUNJANG

2.1. HIMPUNAN

Definisi 2.1.1

Himpunan adalah sekelompok obyek-obyek yang berada dalam satu kesatuan atau batasan, dan mempunyai sifat keterikatan diantara anggota-anggotanya.

Jika A adalah suatu himpunan dan x adalah anggota dari himpunan A, maka dapat ditulis : $x \in A$

Jika y bukan anggota himpunan A, dapat ditulis: $y \notin A$

Definisi 2.1.2

Suatu himpunan dikatakan himpunan kosong jika himpunan tersebut tidak mempunyai anggota, dinotasikan $\varnothing$.

Jika A himpunan kosong, maka dapat ditulis $A = \varnothing$

Jika A bukan himpunan kosong, maka dapat ditulis $A \neq \varnothing$

Berikut diberikan definisi tentang hubungan antar himpunan :

Definisi 2.1.3

Dua himpunan A dan B dikatakan sama (A=B) jika dan hanya jika untuk setiap anggota dari A adalah anggota B, dan untuk setiap anggota dari B adalah anggota A, sehingga dapat ditulis :

$$A = B \text{ j.h.j untuk setiap } x, \quad x \in A \text{ j.h.j } x \in B$$

Untuk selanjutnya diberikan beberapa definisi tentang operasi antar himpunan :

Definisi 2.1.4

Irisan (Interseksi) dari dua himpunan A dan B, dengan tanda $A \cap B$ adalah himpunan yang anggota-anggotanya dimiliki oleh A dan juga dimiliki oleh B secara bersamaan.

$$A \cap B = \{ x \mid x \in A \text{ dan } x \in B \}$$

Jika $A \cap B = \varnothing$ dikatakan A dan B saling asing.

Definisi 2.1.5

Gabungan (Union) dari dua himpunan A dan B, dengan tanda $A \cup B$ adalah himpunan yang anggota-anggotanya adalah anggota yang berada di A atau berada di B atau berada dikedua-duanya.

$$A \cup B = \{x \mid x \in A \text{ atau } x \in B\}$$

. Definisi 2.1.6

Selisih dari dua himpunan A dan B, dengan tanda A-B adalah himpunan yang anggota-anggotanya termasuk di A tetapi tidak termasuk di B.

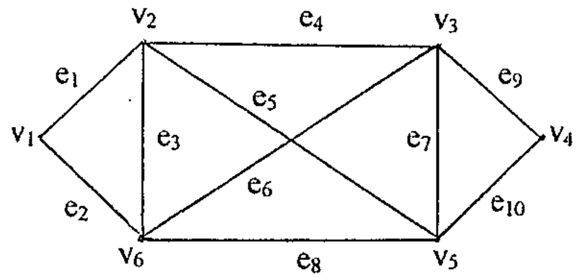
$$A - B = \{x \mid x \in A \text{ dan } x \notin B\}$$

2.2. GRAPH

Definisi 2.2.1

Suatu graph dinotasikan G(V,E) adalah himpunan titik atau vertex (V) dimana V= { $v_1, v_2, v_3,\ldots, v_n$ } yang berhingga dan tidak kosong, dan himpunan garis atau edge (E) dimana E= { $e_1, e_2, e_3,\ldots, e_m$ } yang berhingga dan boleh kosong.

Contoh :



Gambar 2.2.1

Gambar 2.2.1 adalah suatu graph G(V,E) dengan :

V= { $v_1, v_2, v_3, v_4, v_5, v_6$ }

E = { $(v_1,v_2), (v_1,v_6), (v_2,v_6), (v_2,v_3), (v_2 v_5), (v_3,v_6), (v_3,v_5), (v_5,v_6), (v_3,v_4), (v_4,v_5)$ }

= { $e_1, e_2, e_3, e_4, e_5, e_6, e_7, e_8, e_9, e_{10}$ }

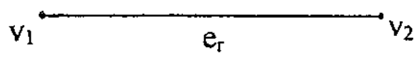
Pada pengertian definisi 2.2.1, Graph G(V,E) adalah graph tak berarah, maka penulisan edge $(v_i,v_j) = (v_j,v_i)$.

Selanjutnya berikut akan diberikan definisi istilah-istilah dalam graph :

Definisi 2.2.2

Vertex v_i dan v_j disebut endvertex dari e_r , jika e_r menghubungkan vertex v_i dan v_j.

Contoh :



Gambar 2.2.2

Pada gambar 2.2.2, vertex v_1 dan v_2 adalah endvertex dari e_r.

Definisi 2.2.3

Suatu edge e_i dikatakan incident dengan vertex v_j, jika v_j endvertex dari e_i.

Contoh :

Pada gambar 2.2.1, edge e_1 dan e_2 incident dengan vertex v_1.

Definisi 2.2.4

Dua vertex dikatakan adjacent jika dihubungkan oleh sebuah edge.

Contoh :

Pada gambar 2.2.1, vertex v_1 adjacent v_2.

Definisi 2.2.5

Dua edge dikatakan adjacent jika mereka incident pada vertex yang sama.

Contoh :

Pada gambar 2.2.1, e_1 dan e_2 adjacent.

Definisi 2.2.6

Degree (derajat) dari vertex v_i dinotasikan d (v_i) adalah banyaknya edge yang incident dengan vertex v_i.

Contoh :

Pada gambar 2.2.1,

$d(v_1) = d(v_4) = 2$

$d(v_2) = d(v_3) = d(v_5) = d(v_6) = 4$

Berikut diberikan beberapa definisi tentang operasi dalam graph :

Definisi 2.2.7

Irisan (Interseksi) dari dua graph $G_1(V_1,E_1)$ dan $G_2(V_2,E_2)$ adalh graph lain $G_3(V_3,E_3)$ yang ditulis $G_3 = G_1 \cap G_2$, dimana himpunan vertexnya $V_3 = V_1 \cap V_2$ dan himpunan edgenya $E_3 = E_1 \cap E_2$.

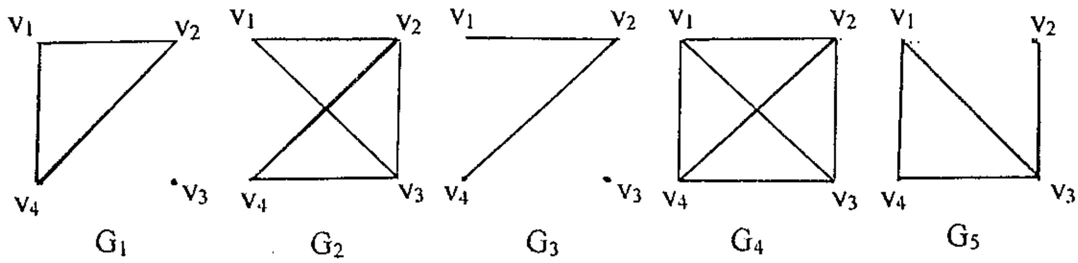
Definisi 2.2.8

Union (Gabungan) dari dua graph G_1 dan G_2 adalah graph lain G_4 yang ditulis $G_4 = G_1 \cup G_2$, dimana himpunan vertexnya $V_4 = V_1 \cup V_2$ dan himpunan edgenya $E_3 = E_1 \cup E_2$.

Definisi 2.2.9

Sum (Jumlah) dari dua graph G_1 dan G_2 adalah graph lain G_5 yang ditulis $G_5 = G_1 + G_2$, dimana himpunan vertexnya $V_5 = V_1 \cup V_2$ dan himpunan edgenya $E_5 = (E_1 \cup E_2) - (E_1 \cap E_2)$.

Contoh :



Gambar 2.2.3

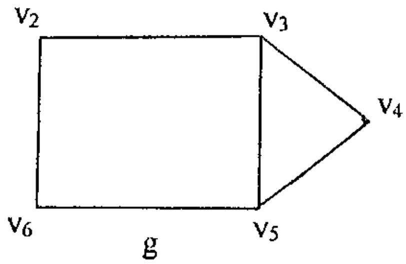
2.3.SPANNING SUBGRAPH

Definisi 2.3.1

Suatu graph g dikatakan subgraph dari graph G jika seluruh vertex dan edgenya berada dalam G.

Contoh :

Pada gambar 2.2.1, $g(V_1,E_1)$ dengan $V = \{v_2,v_3,v_4,v_5,v_6\}$ dan $E = \{(v_2,v_3),(v_3,v_4),(v_2,v_6),(v_3,v_5),(v_4,v_5),(v_5,v_6)\}$ adalah salah satu contoh subgraph dari graph G.



Gambar 2.3.1

Pengertian dari subgraph sama dengan pengertian dalam subset (himpunan bagian} yang ditulis $A \subset B$, jika himpunan A bagian dari himpunan B, maka jika

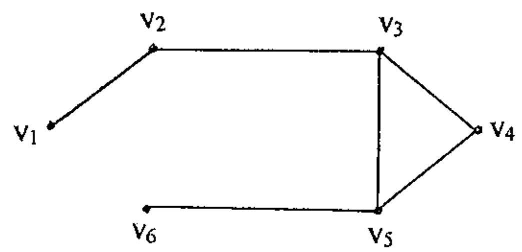
$g(V_1,E_1)$ subgraph dari $G(V,E)$ dapat ditulis $g \subset G$. Pada subgraph G, $g \subset G$ maka $V_1 \subset V$ dan $E_1 \subset E$.

Definisi 2.3.2

Suatu subgraph dari graph G merupakan spanning, jika memuat semua vertex dari graph G.

Contoh :

Pada gambar 2.3.2, $g(V_1,E_1)$ dengan $V_1 = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5, v_6\}$ dan $E_1 = \{(v_1,v_2), (v_2,v_3), (v_3,v_4), (v_4,v_5), (v_5,v_6), (v_3,v_5)\}$ adalah salah satu contoh spanning subgraph dari graph G



g

Gambar 2.3.2

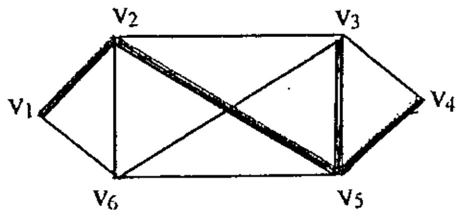
2.4. SPANNING SIKEL

Definisi 2.4.1

Suatu walk (jalan) yang panjangnya k dalam graph G adalah urutan k edge G yang berbentuk $(v_u,v_v), (v_v,v_w), (v_w,v_x),\ldots, (v_x,v_y), (v_y,v_z)$ Walk dinotasikan dengan $v_u\, v_v\, v_w\, v_x \ldots v_y\, v_z$ dan disebut walk antara v_u dan v_z

Contoh :

Pada gambar 2.4.1 , urutan garis (v_1,v_2), (v_2,v_5), (v_5,v_3), (v_3,v_5), (v_5,v_4) dari graph G pada gambar 2.1.1 diperlihatkan dengan garis tebal, adalah walk $v_1 v_2 v_5 v_3 v_5 v_4$.



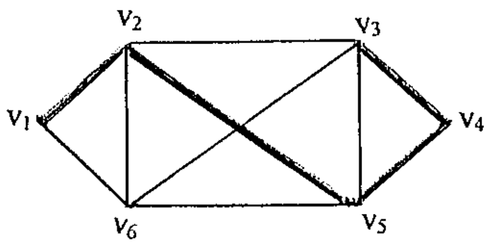
Gambar 2.4.1

Suatu walk tidak menunjukkan arah, maka urutan edge $(v_u,v_v),(v_v,v_w),(v_w,v_x), \ldots,(v_x,v_y), (v_y,v_z)$ dapat ditulis $(v_z,v_y), (v_y,v_x), \ldots, (v_x,v_w), (v_w,v_y), (v_v,v_u)$ sehingga walk $v_1\ v_2\ v_5\ v_3\ v_5\ v_4$ sama dengan walk $v_4\ v_5\ v_3\ v_5\ v_2\ v_1$.

Definisi 2.4.2 .

Suatu walk dalam graph G disebut path, jika mempunyai titik dan garis yang berbeda.

Contoh :



Gambar 2.4.2

Pada gambar 2.4.2, urutan edge atau garis (v_1,v_2), (v_2,v_5), (v_5,v_4), (v_4,v_3) dalam graph G pada gambar 2.2.1 diperlihatkan dengan garis tebal, adalah path $v_1\ v_2\ v_5\ v_4\ v_3$.

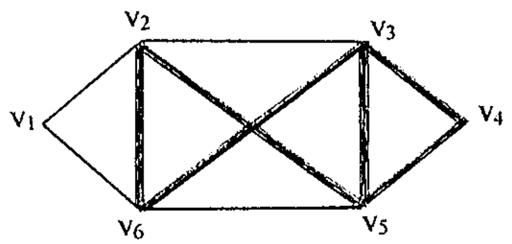
Dapat dilihat pada gambar 2.4.2. bahwa path $v_1\ v_2\ v_5\ v_4\ v_3$ mempunyai 2 endvertex yaitu vertex v_1 dan v_3.

Definisi 2.4.3

Walk tertutup dari graph G adalah urutan garis dari graph G yang berbentuk (v_u,v_v), (v_v,v_w), (v_w,v_x),..., (v_y,v_z), (v_z,v_u) (walk tersebut mulai dan berakhir pada vertex atau titik yang sama.

Contoh :

Pada gambar 2.4.3, urutan garis (v_6,v_2), (v_2,v_5), (v_5,v_3), (v_3,v_5), (v_5,v_4), (v_4,v_3), (v_3,v_6) dalam graph G pada gambar 2.2.1 diperlihatkan dengan garis tebal adalah walk tertutup $v_6\ v_2\ v_5\ v_3\ v_5\ v_4\ v_3\ v_6$



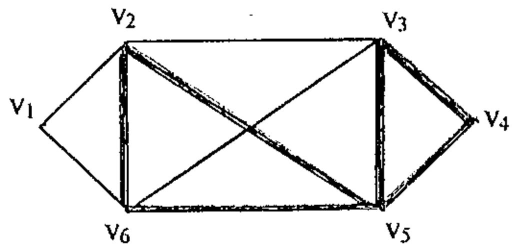
Gambar 2.4.3

Definisi 2.4.4

Suatu walk tertutup dari graph G disebut trail tertutup , jika semua edgenya berbeda.

Contoh :

Pada gambar 2.4.4, urutan garis (v_6,v_2), (v_2,v_5), (v_5,v_3), (v_3,v_4), (v_4,v_5), (v_5,v_6) dalam graph G diperlihatkan dengan garis tebal merupakan suatu trail tertutup adalah trail tertutup $v_6\ v_2\ v_5\ v_3\ v_4\ v_5\ v_6$.



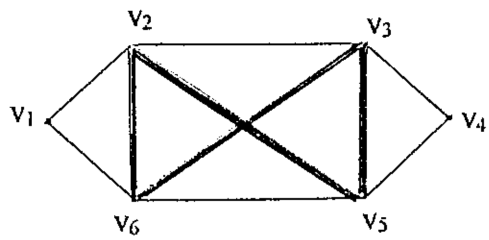
Gambar 2.4.4

Definisi 2.4.5

Suatu trail tertutup dari graph G disebut sikel, jika semua titiknya berbeda.

Contoh :

Pada gambar 2.4.5, urutan edge (v_6,v_2), (v_2,v_5), (v_5,v_3), (v_3,v_6) dalam graph G pada gambar 2.2.1 diperlihatkan dengan garis tebal, merupakan suatu sikel disebut sikel $v_6\ v_2\ v_5\ v_3\ v_6$.



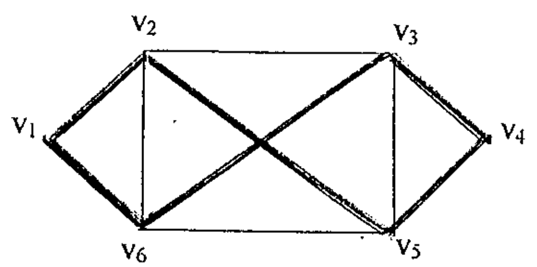
Gambar 2.4.5

Definisi 2.4.6

Suatu sikel dalam graph G disebut spanning sikel, jika memuat semua titik dari G.

Contoh :

Pada gambar 2.4.6, urutan garis (v_6,v_1), (v_1,v_2), (v_2,v_5), (v_5,v_4), (v_4,v_3), (v_3,v_6) dalam graph G diperlihatkan dengan garis tebal, merupakan suatu spanning sikel disebut spaning sikel $v_6\ v_1\ v_2\ v_5\ v_4\ v_3\ v_6$.



Gambar 2.4.6

Suatu spanning sikel yang mempunyai n titik pada graph G dapat disajikan dari satu vertex yang dihubungkan dengan kedua endvertex pada path yang mempunyai jumlah titik n-1.

Pada gambar 2.4.2, jika titik v_6 dihubungkan dengan kedua endvertex (v_1 dan v3) dari path $v_1\ v_2\ v_5\ v_4\ v_3$ sehingga titik v_6 adjacent dengan titik v_1 dan v_3, maka akan menjadi spanning sikel $v_6\ v_1\ v_2\ v_5\ v_4\ v_3\ v_6$ seperti pada gambar 2.4.6 di atas.

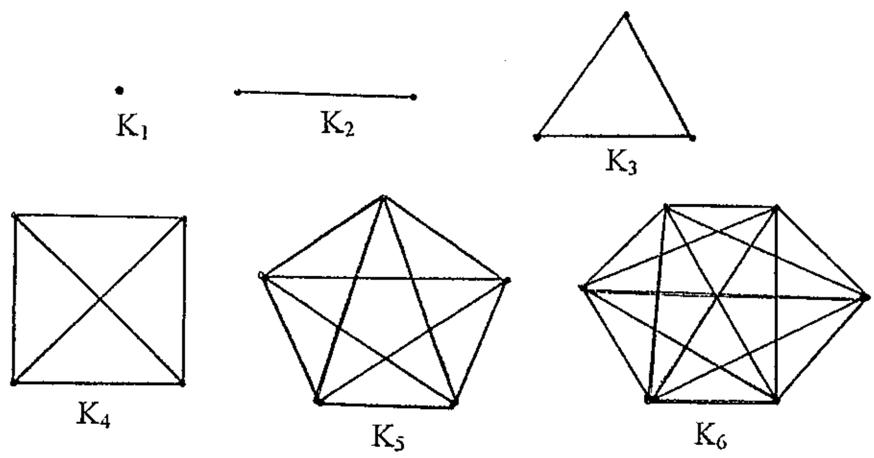
2.5. GRAPH KOMPLIT

Definisi 2.5.1

Suatu graph dikatakan graph komplit atau graph lengkap dinotasikan dengan K_m, jika setiap dua titiknya yang berbeda dihubungkan tepat 1 edge atau garis.

Contoh :

Pada gambar 2.5.1, graph K_1, K_2, K_3, K_4, K_5, K_6 adalah graph komplit



Gambar 2.5.1

Graph K_m adalah graph komplit dengan m titik, jika graph komplit dengan m=2n titik dinotasikan dengan K_{2n}, maka banyaknya titik adalah genap disebut graph komplit genap, sedangkan jika graph komplit dengan m=2n+1 titik dinotasikan dengan K_{2n+1}, maka banyaknya titik adalah ganjil disebut graph komplit ganjil.

Pada gambar 2.5.1, graph K_2, K_4, K_6 adalah graph komplit genap atau graph K_{2n}, sedangkan graph K_1, K_3, K_5 adalah graph komplit ganjil atau graph K_{2n+1}.