BAB II
METODE PERAMALAN

2.1. PENGERTIAN METODE PERAMALAN

Peramalan adalah kegiatan memperkirakan apa yang akan terjadi pada masa yang akan datang. Sedangkan ramalan adalah suatu situasi atau kondisi yang diperkirakan akan terjadi dimasa yang akan datang. Ramalan tersebut dapat didasarkan atas bermacam-macam cara yang kita kenal dengan metode peramalan. Dalam hal ini penulis membatasi mengenai pengertian tentang metode peramalan. Metode peramalan adalah cara memperkirakan secara kuantitatif apa yang akan terjadi pada masa depan, berdasarkan data yang relevan pada masa lalu. Oleh karena metode peramalan ini dipergunakan dalam peramalan yang obyektif.

Pada akhir-akhir ini terdapat banyak sekali metode peramalan, mulai dari metode yang sederhana yang dikenal dengan metode " naive " sampai dengan metode yang lengkap dan rumit, yang penggunaannya dilakukan dengan memakai program computer, serta menghubungkan dengan metode statistik, seperti proyeksi pendapatan nasional, konsumsi dan indikator lainnya dalam ekonomi, serta penjualan, harga, advertensi dan faktor lainnya dalam perusahaan.

Disamping apa yang telah diuraikan diatas, perlu pula kita sadari, bahwa keberhasilan dari suatu peramalan sangat ditentukan oleh:

1). Pengetahuan teknik tentang informasi yang lalu yang dibutuhkan, informasi ini bersifat kwantitatif.

2). Metode peramalan yang digunakan.

Sehingga dapat dikatakan bahwa, tepat tidaknya suatu peramalan yang disusun, disamping ditentukan oleh baik tidaknya informasi kwantitatif yang dipergunakan, juga ditentukan oleh tepat tidaknya metode peramalan yang digunakan.

Pada akhir-akhir ini telah dikembangkan beberapa metode peramalan untuk menghadapi bermacam-macam keadaan yang terjadi. Seperti kita ketahui bahwa metode peramalan dibedakan atas metode peramalan kuantitatif dan metode kwalitatif, tapi dalam hal ini kami hanya akan membahas tentang metode peramalan kwantitatif, karena metode peramalan kwantitatif sering kita jumpai atau yang sering kita pergunakan. Pada dasarnya metode peramalan kwantitatif ini dapat dibedakan atas:

1). Metode peramalan yang didasarkan atas penggunaan analisa pola hubungan antara variabel yang akan diperkirakan dengan variabel waktu, yang merupakan deret waktu atau " time series ".

2). Metode peramalan yang didasarkan atas penggunaan analisa pola hubungan antara variabel yang akan diperkirakan dengan variabel lain yang mempengaruhinya, yang bukan waktu, yang disebut metode korelasi atau sebab akibat ("causal methods").

Metode-metode peramalan dengan menggunakan analisa pola hubungan antara variabel yang akan diperkirakan dengan variabel waktu, atau analisa deret waktu terdiri dari:

a). Metode smoothing, yang mencakup metode data lewat (past data), metode rata-rata kumulatip, metode rata-rata bergerak (moving averages) dan metode " exponential smoothing ".

b). Metode Box. Jenkins.

Metode smoothing digunakan untuk mengurangi ketidakteraturan musiman dari data yang lalu maupun kedua-duanya dengan membuat rata-rata tertimbang dari deretan data yang lalu. Ketepatan (accuracy) dari peramalan dengan metode ini akan terdapat pada peramalan jangka pendek. Biasanya metode ini digunakan untuk perencanaan dan pengendalian produksi dan persediaan, perencanaan keuntungan dan perencanaan keuangan lainnya.

Metode Box Jenkins menggunakan dasar deret waktu dengan model matematik, agar kesalahan yang terjadi dapat sekecil mungkin. Oleh karena itu penggunaan metode ini membutuhkan identifikasi model estimasi parameternya. Metode ini sangat baik ketepatannya untuk peramalan jangka pendek, sedangkan untuk peramalan jangka panjang ketepatannya kurang baik. Metode ini digunakan untuk peramalan dalam perencanaan dan pengendalian produksi dan persediaan serta perencanaan anggaran.

Metode-metode peramalan dengan menggunakan analisa pada hubungan antara variabel yang diperkirakan dengan variabel lain yang mempengaruhi atau dikenal dengan metode sebab akibat ("causal methods") atau korelasi terdiri dari:

a). Metode regresi dan korelasi

b). Model ekonometri

Metode regresi dan korelasi didasarkan pada penetapan suatu persamaan estimasi menggunakan teknik " least squares ". Hubungan yang ada pertama-tama dianalisa secara statistik. Ketepatan peramalan dengan metode ini sangat baik untuk peramalan jangka pendek, sedangkan untuk peramalan jangka panjang ternyata ketepatannya kurang begitu baik. Metode ini banyak digunakan untuk peramalan penjualan, perencanaan keuntungan, peramalan permintaan dan peramalan keadaan ekonomi.

Metode ekonometri, didasarkan atas peramalan pada sistim persamaan regresi yang diestimasikan secara simultan. baik untuk peramalan jangka pendek maupun jangka panjang, ketepatan dengan menggunakan metode ini sangat baik.

2.2. BENTUK DARI BEBERAPA METODE PERAMALAN

2.2.1. METODE PENGHALUSAN (SMOOTHING METHODS)

a). METODE PERATAAN (AVERAGE).

Data masa lalu dapat diratakan dalam berbagai cara, dalam hal ini akan dibahas beberapa metode perataan antara lain nilai tengah (mean), rata-rata bergerak (moving average) tunggal dan ganda atau erde yang lebih tinggi.

a.1. Nilai tengah (Mean).

Jika diberikan sekumpulan data yang meliputi N periode waktu terakhir:

$$x_1, x_2, x_3, x_4, \ldots\ldots, x_{N-1}, x_N.$$

dan kemudian ditentukan T titik data pertama sebagai kelompok inisialisasi dan sisanya sebagai kelompok pengujian. Metode rata-rata sederhana adalah mengambil rata-rata dari semua data dalam kelompok inisialisasi tersebut.

$$\bar{X} = \sum_{i=1}^{T} X_i/T = F_{T+1} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (2-1)$$

F_{T+1} sebagai ramalan untuk periode (T+1). Kemudian bila mana data periode (T+1) tersedia, maka dapat dihitung nilai kesalahannya yaitu:

$$e_{T+1} = X_{T+1} - F_{T+1} \quad \text{.....................} \quad (\ 2\text{-}2\ )$$

Untuk periode (T+2) maka nilai rata-ratanya yang baru adalah:

$$\bar{X} = \sum_{i=1}^{T+1} X_i/T+1 = F_{T+2}$$

Dan unsur kesalahan yang baru jika X_{T+2} telah tersedia adalah :

$$e_{T+2} = X_{T+2} - F_{T+2}$$

a.2. Rata-rata Bergerak Tunggal (Single Moving Average).

Salah satu cara untuk mengubah data masa lalu terhadap nilai tengah sebagai ramalan adalah dengan menentukan sejak awal berapa jumlah nilai observasi masa lalu yang akan dimasukkan untuk menghitung nilai tengah. Untuk menggambarkan prosedur ini digunakan istilah rata-rata bergerak karena setiap muncul nilai observasi baru, nilai rata-rata baru dapat dihitung dengan membuang nilai observasi yang paling tua dan memasukkan nilai observasi yang terbaru. Rata-rata bergerak ini kemudian akan menjadi ramalan untuk periode mendatang.

Jika diketahui deretan bilangan x_1, x_2, x_3, ..., x_N, dengan menggunakan T observasi pada setiap rata-rata bergerak sehingga akan kita dapatkan:

Waktu	Rata-rata bergerak	Ramalan
T	$\bar{X} = \dfrac{X_1+X_2+X_3+\ \ldots\ +X_T}{T}$	$F_{T+1} = \bar{X} = \sum_{i=1}^{T} X_i/T$
T+1	$\bar{X} = \dfrac{X_2+X_3+X_4+\ldots+X_{T+1}}{T}$	$F_{T+2} = \bar{X} = \sum_{i=2}^{T+1} X_i/T$
T+2	$\bar{X} = \dfrac{X_3+X_4+X_5+\ldots+X_{T+2}}{T}$	$F_{T+3} = \bar{X} = \sum_{i=3}^{T+2} X_i/T$

dan seterusnya.

Secara aljabar, rata-rata bergerak (MA) dapat ditulis sebagai berikut:

$$F_{t+1} = \frac{X_1+X_2+\ \ldots\ +X_T}{T} = \frac{1}{T} \sum_{i=1}^{T} X_i$$

$$F_{t+2} = \frac{X_2+X_3+\ \ldots\ +X_{T+1}}{T} = \frac{1}{T} \sum_{i=2}^{T+1} X_i$$

Dengan membandingkan F_{T+1} dan F_{T+2} dapat dilihat bahwa F_{T+2} perlu menghilanglan nilai x_1 dan menambah nilai x_{T+1} begitu nilai ini tersedia, sehingga cara lain untuk menulis F_{T+2}
adalah:

$$F_{T+2} = F_{T+1} + \frac{1}{T} (X_{T+1} - X_1) \;\ldots\ldots\ldots\ldots (2\text{-}3)$$

a.3. Rata-rata bergerak Ganda (Double Moving Average).

Dalam dua bagian sebelumnya telah dinyatakan bahwa kedua nilai rata-rata (dari semua data masa lalu) dan rata-rata bergerak (dari T nilai yang terakhir), bila digunakan sebagai ramalan untuk periode mendatang, tidak dapat mengatasi adanya trend yang ada. Disini dijelaskan suatu variasai dari prosedur rata-rata bergerak diinginkan untuk dapat mengatasi adanya trend secara lebih baik.

Jadi prosedur peramalan rata-rata bergerak linier meliputi tiga aspek:

1). Penggunaan rata-rata bergerak tunggal pada waktu t (ditulis S't)

2). Penyesuaian, yang merupakan perbedaan antara rata-rata bergerak tunggal dan ganda pada waktu t (ditulis S't - S"t)

3). Penyesuaian untuk kecenderungan dari periode t ke periode t+1 (atau ke periode t+m jika kita ingin meramalkan m periode ke muka)

Prosedur rata-rata bergerak linier secara umum dapat diterangkan melalui persamaan:

$$S't = \frac{X_t + X_{t-1} + X_{t-2} + \ldots + X_{t-N+1}}{N}$$

$$S''_t = \frac{S'_t + S'_{t-1} + S'_{t-2} + \ldots + S'_{t-N+1}}{N}$$

$$a_t = S'_t + (S'_t - S''_t) = 2S'_t - S''_t$$

$$b_t = \frac{2}{N-1} (S'_t - S''_t)$$

$$F_{t+m} = a_t + b_t \cdot m$$

Dalam persamaan ini kita amsusikan bahwa kita berada pada periode waktu t dan mempunyai nilai masalah sebanyak N. Rata-rata bergerak tunggal dituliskan S'_t. Rata-rata bergerak ganda ditulis sebagai S''_t. a_t kecenderungan yang mengacu pada rata-rata bergerak tunggal S'_t dan perbedaan $S'_t - S''_t$, sedangkan b_t menentukan taksiran kecenderungan dari periode waktu yang satu keperiode waktu berikutnya.

b. METODE PENGHALUSAN EKSPONENSIAL

b.1. Penghalusan Eksponensial Tunggal

Metode ini dipergunakan secara luas didalam peramalan karena sederhana, effisien didalam perhitungan, perubahan ramalan mudah disesuaikan dengan perubahan data, dan ketelitian metode ini cukup besar.

Kasus yang paling sederhana dari penghalusan eksponensial tunggal dapat dikembangkan dari persamaan atau secara lebih khusus dari suatu variasi pada persamaan tersebut, yaitu sebagai berikut:

$$X_t = b + \varepsilon_t \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (2\text{-}5)$$

dimana b = permintaan rata-rata

ε_t = random error dengan $E(\varepsilon_t) = 0$

dan var $\varepsilon_t = \sigma^2_t$.

Nilai b pada akhir periode T-1 adalah $\hat{b}$ (T-1) dan permintaan aktual sekarang adalah X_T. Kita ingin mencari $\hat{b}$ (T) yaitu penaksir bagi b, nilai $\hat{b}$ (T) ini adalah sama dengan penaksir lama $\hat{b}$ (T-1) ditambah dengan nilai kecil yang tertentu dari kesalahan ramalan, pada periode T adalah:

$$e_1(T) = X_T - \hat{b}(T) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (2\text{-}6)$$

Jika α adalah nilai kecil tertentu yang dimaksud diatas maka taksiran permintaan yang baru adalah:

$$\hat{b}(T+1) = \hat{b}(T) + \alpha\{ X_T - \hat{b}(T) \}$$

Jika $\hat{b}(T) = S_T$, maka :

$$S_{T+1} = S_T + \alpha(X_T - S_T)$$

$$S_{T+1} = \alpha X_T + (1-\alpha) S_T \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (2\text{-}7)$$

model ini yang dimaksud dengan penghalusan eksponensial tunggal dengan S_T adalah peramalan untuk periode ke T, α disebut smoothing konstan atau nilai dari 1/N dimana N adalah jumlah periode. S_T disamping sebagai nilai peramalannya juga merupakan rata-rata tertimbang dari semua pengamatan yang lampau.

Hal ini dapat diperlihatkan sebagai berikut:

$$S_{T+1} = \alpha X_T + (1-\alpha)\ S_T$$

dimana

$$S_T = \alpha X_{T-1} + (1-\alpha)\ S_{T-1}$$

$$\begin{aligned} S_{T+1} &= \alpha X_T + (1-\alpha)\ \{\alpha X_{T-1} + (1-\alpha) S_{T-1}\} \\ &= \alpha X_T + \alpha(1-\alpha) X_{T-1} + \alpha(1-\alpha)^2 S_{T-1} \end{aligned}$$

Jika proses subtitusi ini diulangi dengan mengganti S_{T-2} dengan komponennya dan S_{T-3} dengan komponennya dan seterusnya, hasilnya adalah persamaan:

$$\begin{aligned} S_{T+1} &= \alpha X_T + \alpha(1-\alpha) X_{T-1} + \alpha(1-\alpha)^2 X_{T-2} + \ldots\ldots \\ &\quad + \alpha(1-\alpha)^{N-1} X_{T-(N-1)} + (1-\alpha)^N S_{T-N+1} \end{aligned}$$

Jika subtitusi S_{T-k}, untuk $k = 2, 3, \ldots, T$ dilanjutkan maka akan diperoleh:

$$S_{T+1} = \sum_{k=0}^{T-1} (1-\alpha)^k\ X_{t-k} + (1-\alpha)^T S_i \quad \ldots (2\text{-}8)$$

dimana S_0 adalah penaksir awal dari b, yang dipakai pada awal proses.

b.2. Penghalusan Eksponen Tunggal : Pendekatan Adaptif

Penghalusan eksponensial tunggal dengan tingkat respon yang adaptif memiliki kelebihan yang nyata dalam hal α yang dapat berubah secara terkendali, dengan adanya perubahan dalam pola datanya. Dalam hal ini nilai α akan berubah secara otomatis bilamana terdapat perubahan dalam pola data dasar.

Persamaan dasar untuk peramalan dengan metode ini adalah:

$$F_{t+1} = \alpha_t X_t + (1-\alpha_t)F_t \quad \text{.............} \quad (2\text{-}9)$$

dimana:

F_{t+1} = Peramalan untuk periode waktu ke t+1

$$\alpha_{t+1} = \left| \frac{E_t}{M_t} \right|$$

$$E_t = \beta e_t + (1-\beta)E_{t-1}$$

$$M_t = \beta |e_t| + (1-\beta)M_{t-1}$$

$$e_t = X_t + F_t$$

Sebagai pengganti α_{t+1} dapat digunakan α_t dalam persamaan (2-9) karena metode ini sering terlampau responsif terhadap perubahan, jadi dengan menggunakan α_{t-1} dimasukkan sedikit unsur keterlambatan satu periode, yang memungkinkan bagi sistem untuk membuat ramalan dengan cara yang lebih seksama, sedangkan E_t adalah unsur kesalahan yang dihaluskan dan M_t adalah unsur kesalahan absolut yang dihaluskan.

b.3. Penghalusan Eksponensial Ganda : Metode Linear Satu Parameter dari Brown.

Dasar pemikiran dari penghalusan eksponensial linear dari Brown adalah serupa dengan rata-rata bergerak linear, karena kedua nilai penghalusan tunggal dan ganda ketinggalan dari data yang sebenarnya bilamana terdapat unsur trend, perbedaan antara nilai penghalusan tunggal dan ganda dapat ditambahkan kepada nilai penghalusan tunggal dan disesuaikan untuk trend. Persamaan yang dipakai dalam implementasi penghalusan eksponensial linear satu parameter dari Brown ditunjukkan sebagai berikut:

$$S'_t = \alpha X_t + (1-\alpha)S'_{t-1}$$

$$S''_t = \alpha S'_t + (1-\alpha)S''_{t-1}$$

dimana S'_t adalah nilai penghalusan eksponensial tunggal dan S''_t adalah nilai penghalusan eksponensial ganda.

$$a_t = S'_t + (S'_t - S''_t) = 2S'_t - S''_t$$

$$b_t = \frac{\alpha}{1-\alpha} (S'_t - S''_t)$$

$$F_{t+m} = a_t + b_t \cdot m$$

dimana

F_{t+m} adalah peramalan untuk m jumlah periode ke muka

a_t adalah acuan penyesuaian untuk trend

b_t adalah komponen kecenderungan untuk periode satu keperiode yang lain.

b.4. Penghalusan Eksponensial Tripel : Metode Kwadratik Satu Parameter Dari Brown

Sebagaimana halnya dengan penghalusan eksponensial linier yang dapat digunakan untuk meramalkan data dengan suatu pola trend dasar bentuk pola yang lebih tinggi dapat digunakan bila dasar pola datanya adalah kwadratis, kubik, atau orde yang lebih tinggi. Untuk berangkat dari penghalusan kuadratis, pendekatan dasarnya adalah memasukkan tingkat penghalusan tambahan (smoothing tripel) dan memberlakukan persamaan peramalan kwadratis.
Demikian pula kita dapat berangkat dari kuadratis ke kubik dan seterusnya untuk orde penghalusan yang lebih tinggi. Persamaan untuk penghalusan kwadratis adalah:

$$S'_t = \alpha X_t + (1-\alpha) S'_{t-1} \quad \text{(penghalusan pertama)}$$

$$S''_t = \alpha S'_t + (1-\alpha) S''_{t-1} \quad \text{(penghalusan kedua)}$$

$$S'''_t = \alpha S''_t + (1-\alpha) S'''_{t-1} \quad \text{(penghalusan ketiga)}$$

$$a_t = 3S'_t - 3S''_t + S'''_t$$

$$b_t = \frac{\alpha}{2(1-\alpha)^2} \left((6-5\alpha) S'_t - (10-8\alpha) S''_t + (4-3\alpha) S'''_t \right)$$

$$c_t = \frac{\alpha^2}{(1-\alpha)^2} (S'_t - 2S''_t + S'''_t)$$

maka

$$F_{t+m} = a_t + b_t \cdot m + 1/2\, c_t \cdot m^2$$

Persamaan yang dibutuhkan untuk penghalusan kwadratis sangat lebih rumit dari pada persamaan untuk penghalusan tunggal dan linier. Walaupun demikian pendekatannya dalam mencoba menyesuaikan nilai ramalan sehingga ramalan tersebut dapat mengikuti perubahan trend yang kuadratis adalah sama.

b.5. Penghalusan Eksponensial Tripel : Metode Kecenderungan Dan Musiman Tiga Parameter Dari Winter.

Metode Winters didasarkan atas tiga persamaan penghalusan yaitu satu unsur stasioner, satu untuk trend, dan satu untuk musiman. Persamaan dasar untuk metode winters adalah penghalusan keseluruhan:

$$S'_t = \alpha \frac{X_t}{I_{t-1}} + (1-\alpha)(S'_{t-1}+b_{t-1})$$

PENGHALUSAN TREND

$$b_t = \gamma(S'_t - S'_{t-1}) + (1-\gamma)b_{t-1}$$

PENGHALUSAN MUSIMAN

$$I_t = \beta \frac{X_t}{S'_t} + (1-\beta) I_{t-L}$$

RAMALAN

$$F_{t+m} = (S'_t + b_t m) I_{t-L+m}$$

dimana L adalah panjang musiman (misal, jumlah bulan atau kuartal dalam suatu tahun), b_t adalah komponen trend, I adalah faktor penyesuaian musiman dan F_{t+m} adalah ramalan untuk m periode ke muka.

2.2.2. METODE DEKOMPOSISI

Metode dekomposisi sering juga disebut metode Time-Series.

Metode ini didasarkan pada kenyataan bahwa biasanya apa yang telah terjadi itu akan berulang kembali dengan pola yang sama.

Artinya yang dulu selalu naik pada waktu yang akan datang akan naik juga, yang biasanya berkurang maka akan berkurang juga, yang biasanya berfluktuasi akan berfluktuasi dan yang biasanya tidak teratur maka akan tidak teratur juga.

Perubahan suatu hal itu biasanya punya pola yang agak kompleks, misalnya ada unsur kenaikan, berfluktuasi, dan tidak teratur. Untuk dianalisa dan diramal sekaligus sangat sulit, sehingga biasanya diadakan dekomposisi (pemecahan) kedalam 4 komponen (pola) perubahan sebagai berikut: Trend (T), Fluktuasi Musiman (M), Fluktuasi Siklis (S), dan perubahan-perubahan yang bersifat Random (R). Masing-masing pola perubahan akan dipelajari dan dicari satu persatu, setelah ditemukan akan digabungkan lagi menjadi nilai, taksiran atau ramalan, maka penggabungannya dapat kita lihat dengan persamaan sebagai berikut:

$$X = T \times M \times S \times R \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (2\text{-}10)$$

Nilai yang terjadi sebenarnya (data) diwakili dengan simbol X. Karena sifat hubungan / penggabungan dengan perkalian maka fluktuasi musim dan fluktuasi siklis dinyatakan dengan angka indeks. Masing-masing pola (komponen) akan kita bicarakan satu-persatu.

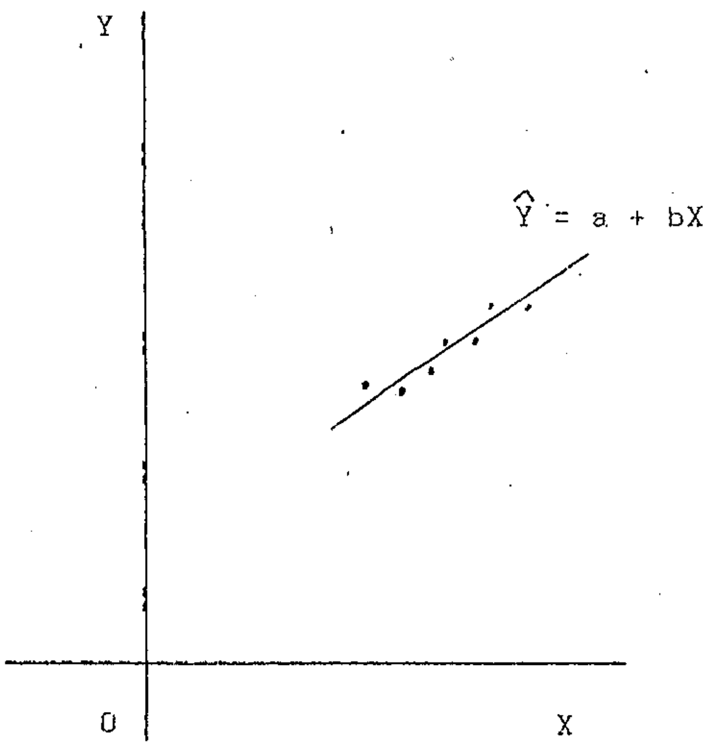
a). Trend

Trend atau sering disebut secular trend adalah rata-rata perubahan (biasanya tiap tahun) dalam jangka panjang. Kalau hal yang diteliti menunjukkan gejala kenaikkan maka trend yang kita miliki menunjukkan rata-rata pertambahan, sering disebut trend positif jika sebaliknya disebut trend negatif.

Salah satu persamaan trend dengan metoda least squares adalah sebagai berikut:

$$\hat{Y} = a + bX$$

$\hat{Y}$ adalah nilai trend (forecast), a bilangan konstan, b slope atau koefisien kecenderungan garis trend dan x mewakili waktu (tahun). Jika digambarkan, garir trend seperti terlihat pada gambar dibawah ini:



Pada gambar $\hat{Y}$ merupakan nilai trend sedang Y merupakan nilai asli yang diperoleh (nilai nyata). Tahun (waktu) biasanya diwakili dengan nilai x. Untuk mencari nilai a dan nilai b dari persamaan diatas dapat digunakan dua persamaan normal sebagai berikut:

$$\Sigma Y = na + b\Sigma X$$

$$\Sigma XY = a\Sigma X + b\Sigma X^2$$

Sehingga didapat

$$a = \Sigma Y/n$$

$$b = \frac{\Sigma XY}{\Sigma x^2}$$

b). Fluktuasi Musim

Fluktuasi musim adalah gelombang pasang surut yang berulang kembali dalam waktu tidak lebih dari satu tahun. Misalnya permintaan kertas biasannya meningkat pada saat-saat tahun ajaran baru, saat-saat ujian dan pada saat tutup buku. Dalam forecasting biasannya fluktuasi musim ini dinyatakan dalam bentuk indeks, namanya indeks musim.

Pada metode rata-rata sederhana indeks musim dihitung dengan berdasarkan rata-rata tiap periode musim setelah dibebaskan dari pengaruh trend.

c). Variasi Siklis

Variasai Siklis adalah perubahan atau gelombang pasang surut sesuatu hal yang berulang kembali dalam waktu lebih dari satu tahun.

d). Variasi Random

Variasi Random adalah gelombang pasang atau surutnya sesuatu hal yang biasanya terjadi secara tiba-tiba dan sukar diperkirakan. Biasanya ini terjadi secara kebetulan dan sukar diramalkan.

Pada metode Dekomposisi, forecasting dilakukan dengan menggabungkan komponen-komponen yang telah kita peroleh, yaitu trend, indeks musim, mestinya dengan indeks siklis dan perubahan-perubahan random. Tetapi gerak siklis sukar diperkirakan polanya karena faktor yang mempengaruhinya banyak sekali, demikian juga gerak random sangat sulit diperkirakan. Oleh karena itu forecasting biasanya hanya menggunakan trend (T) dan gerak musiman (M) saja, sehingga forecast dapat dibuat dengan rumus sebagai berikut:

$$F = T \times M$$

dimana

F adalah forecasting atau peramalan

T adalah unsur trend

M adalah unsur musim.

2.2.3. MODEL PERAMALAN METODE REGRESI

Teknik-teknik peramalan yang menggunakan analisa regresi pada pokoknya sangat berbeda dengan teknik analisa deret berkala (time series) yaitu penghalusan / smoothing dan dekomposisi yang telah diuraikan pada bagian sebelumnya, dalam hal konsep dan teori yang mendasarinya. Teknik regresi umumnya membahas pendekatan sebab akibat (causal) atau yang bersifat menjelaskan (explanatory) untuk peramalan. Teknik-teknik ini mencoba memperkirakan keadaan dimasa yang akan datang dengan menemukan atau mengukur beberapa faktor bebas (independent) yang penting beserta pengaruh mereka terhadap variabel tidak tidak bebas yang akan diramalkan. Karena memerlukan biaya tinggi, metode ini umumnya digunakan dalam perencanaan jangka panjang dan dalam situasi dimana nilai peningkatan ketepatan menuntut adanya pengeluaran tambahan.

Banyak data runtun waktu dapat dinyatakan sebagai fungsi linier sederhana dari waktu. Fungsi ini yang digunakan sebagai dasar dari berbagai metode regresi yang ada. Adapun metode regresi tersebut adalah:

a. Metode Regresi Sederhana

Pada tingkat numerik secara murni, hubungan antara korelasi dan regresi dapat ditetapkan lewat pengujian rumus-rumus yang digunakan untuk menentukan kemiringan (slope) dan titik perpotongan (intersep) regresi linier sederhana. Dengan asumsi terdapat n titik data yang diberi notasi Y_i, persamaan regresi $\hat{Y}_i = a+bX$ dapat ditaksir sedemikian rupa hingga meminimkan jumlah kwadrat deviasi. Dengan mendefinisikan kesalahan taksiran e_i dimana:

$$e_i = Y_i - \hat{Y}_i$$

maka

$$e^2_i = (Y_i - \hat{Y}_i)^2$$

dan

$$\sum_{i=1}^{n} e^2_i = \sum_{i=1}^{n} (Y_i - \hat{Y}_i)^2$$

dengan subtitusi

$$\sum_{i=1}^{n} e^2_i = \sum_{i=1}^{n} (Y_i - a - bX_i)^2$$

dideferensialkan didapat:

$$\frac{\partial \sum e_i^2}{\partial a} = -2 \sum (Y_i - a - bX_i) = 0 \ldots\ldots \quad (2\text{-}11)$$

$$\frac{\partial \sum e_i^2}{\partial b} = -2 \sum X_i (Y_i - a - bX_i) = 0 \ldots\ldots \quad (2\text{-}12)$$

dari persamaan (2-11) dan (2-12) didapat :

$$a = \frac{\sum Y_i}{n} - b \frac{\sum X_i}{n} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (2\text{-}13)$$

$$b = \frac{n \sum X_i Y_i - \sum X_i \sum Y_i}{n \sum X^2_i - (\sum X_i)^2} \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (2\text{-}14)$$

Dengan demikian nilai a dan b seperti terlihat pada persamaan diatas berhubungan dengan titik-titik dimana turunan pertama (persamaan (2-11) dan (2-12)) adalah nol yaitu pada saat jumlah kuadrat kesalahan adalah minimum.

Titik penyelesaian untuk a dan b sesungguhnya terjadi dimana $\sum e^2_i$ minimum, yang dapat divertifikasi dengan menghitung turunan kedua, yang menunjukkan bahwa:

$$\frac{\partial \sum e^2_i}{\partial a^2} > 0 \quad \text{dan} \quad \frac{\partial \sum e^2_i}{\partial b^2} > 0$$

Suatu cara yang sering dipakai untuk menyatakan persamaan regresi adalah dalam bentuk deviasi dari nilai-nilai tengah x dan y. Data ditransformasi dengan mensubstitusikan:

$$x_i = X_i - \bar{X} \quad \text{atau} \quad X_i = x_i + \bar{X}$$

dan

$$\hat{y}_i = \hat{Y}_i - \bar{Y} \quad \text{atau} \quad \hat{Y}_i = \hat{y}_i + \bar{Y}$$

Persamaan regresi $\hat{Y} = a+bX$, kemudian menjadi

$$\hat{y}_i + \bar{Y} = a + b(x_i+\bar{X})$$

Yang dapat disederhanakan menjadi

$$\hat{y}_i = a + bx_i + b\bar{X} - \bar{Y}$$

Tetapi karena $a = \bar{Y} - b\bar{X}$

maka:

$$\hat{y}_i = \bar{Y} - b\bar{X} + bx_i + b\bar{X} - \bar{Y}$$

$$\hat{y}_i = b x_i$$

Demikian pula dengan subtitusi:

$$\sum e^2_i = \sum (y_i - \hat{y}_i)^2$$
$$= \sum (y_i - b x_i)^2$$

$$\frac{d \sum e^2_i}{db} = -2 \sum x_i (y_i - b x_i) = 0$$

$$-2 \sum x_i y_i + 2b \sum x_i^2 = 0$$

$$b = \frac{\sum x_i y_i}{\sum x^2_i} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (2\text{-}15)$$

Persamaan (2-15) adalah serupa dengan persamaan (2-14) kecuali bahwa persamaan (2-15) dinyatakan dalam bentuk deviasi.

b. Metode Regresi Linear Berganda

Metode pada metode regresi sederhana dapat dikembangkan untuk mencari koefisien-koefisien setiap persamaan regresi linear berganda, model regresi yang akan dibicarakan dibawah ini adalah:

$$X_t = b_1 z_1(t) + b_2 z_2(t) + \ldots + b_k z_k (t)$$

atau secara singkat:

$$X_t = \sum_{i=1}^{k} b_i \; z_i \; (t)$$

dengan $t = 1, 2, 3, 4, \ldots, T$

Pada model ini, setiap data mempunyai bobot yang sama. Artinya data yang paling lama dan paling baru bobotnya sama.

Data yang diperlukan untuk melakukan perhitungan adalah sebagai berikut:

X_t	$Z_1(t)$	$Z_2(t)$	$Z_k(t)$
X_1	$Z_1(1)$	$Z_2(1)$	$Z_k(1)$
X_2	$Z_1(2)$	$Z_2(2)$	$Z_k(2)$
X_3	$Z_1(3)$	$Z_2(3)$	$Z_k(3)$
.	.	.	.
.	.	.	.
.	.	.	.
.	.	.	.
X_t	$Z_1(T)$	$Z_2(T)$	$Z_k(T)$

Berdasarkan data diatas dikembangkan k persamaan dibawah ini:

$$g_1(T) = b_1 Z_{11}(T) + b_2 Z_{12}(T) + \ldots + b_k Z_{1k}(T)$$

$$g_2(T) = b_1 Z_{21}(T) + b_2 Z_{22}(T) + \ldots + b_k Z_{2k}(T)$$

$$\vdots$$

$$g_k(T) = b_1 Z_{k1}(T) + b_2 Z_{k2}(T) + \ldots + b_k Z_{kk}(T)$$

dimana:

$$g_i(T) = X_1 Z_i(1) + X_2 Z_i(2) + \ldots + X_T Z_i(T)$$

$$= \sum_{t=1}^{T} X_t Z_i(t) \text{ dimana } i=1, 2, 3, \ldots, k$$

$$Z_{ik}(T) = Z_i(1)Z_n(1) + Z_i(2)Z_n(2) + \ldots + Z_i(i)Z_n(T)$$

$$= \sum_{t=1}^{T} Z_i(t)Z_n(t) \quad \text{dimana } i=1,\ 2,\ 3,\ \ldots,\ k \quad n=1,\ 2,\ 3,\ \ldots,\ k$$

Dalam bentuk matrik persamaan diatas dapat ditulis sebagai:

$$\begin{bmatrix} g_1(T) \\ g_2(T) \\ g_3(T) \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ g_k(T) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{11}(T) & Z_{12}(T) & \ldots & Z_{1k}(T) \\ Z_{21}(T) & Z_{22}(T) & \ldots & Z_{2k}(T) \\ Z_{31}(T) & Z_{32}(T) & \ldots & Z_{3k}(T) \\ \cdot & \cdot & & \cdot \\ \cdot & \cdot & & \cdot \\ \cdot & \cdot & & \cdot \\ Z_{k1}(T) & Z_{k2}(T) & \ldots & Z_{kk}(T) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ b_k \end{bmatrix}$$

Penyelesaian persamaan diatas adalah:

$$\begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ b_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{11}(T) & Z_{12}(T) & \ldots & Z_{1k}(T) \\ Z_{21}(T) & Z_{22}(T) & \ldots & Z_{2k}(T) \\ Z_{31}(T) & Z_{32}(T) & \ldots & Z_{3k}(T) \\ \cdot & \cdot & & \cdot \\ \cdot & \cdot & & \cdot \\ \cdot & \cdot & & \cdot \\ Z_{k1}(T) & Z_{k2}(T) & \ldots & Z_{kk}(T) \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} g_1(T) \\ g_2(T) \\ g_3(T) \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ g_k(T) \end{bmatrix}$$

Setelah diperoleh nilai b_1, b_2, ..., b_k, nilai ramalan untuk m periode dimasa mendatang menjadi:

$$X_{T+m}(T) = b_1 Z_1(T+m) + b_2 Z_2(T+m) + \ldots + b_k Z_k(T+m)$$

c. Model-model Peramalan Ekonometri

Yang dimaksud dengan ekonometri dalam uraian ini adalah suatu kombinasi dari teori ekonomi, analisa statistik dan penyusunan model matematis yang dipergunakan untuk menerangkan hubungan-hubungan ekonomi. Jadi ekonometri menggunakan teknik-teknik statistik dan matematik untuk menguji suatu hipotesa yang telah dibuat, dalam kaitannya dengan teori ekonomi. Suatu model ekonometri memasukkan hubungan-hubungan fungsional yang diestimasikan dengan teknik-teknik statistik dan matematik kedalam suatu kerangka yang konsisten dan logik.

Dalam pembahasan ini, istilah model ekonometri dibatasi pada sistim persamaan linear yang mencakup beberapa variabel yang saling berhubungan atau saling tergantung. Batasan ini didasarkan atas pertimbangan mengenai penggunaan yang sangat umum dari model tersebut pada waktu ini, dalam bentuk sistem linear.

Seluruh model ekonometri seperti ini berisi beberapa variabel yang dipergunakan sebagai masukan (input) kedalam sistim, akan tetapi variabel-variabel itu sendiri ditentukan dari luar model tersebut. Variabel-variabel yang ditentukan dari luar model meliputi variabel-variabel kebijakan (policy variables) dan peristiwa-peristiwa yang tidak dapat diatasi, variabel-variabel tersebut dikenal sebagai " exogenous variabel ". Disamping itu seluruh model-model ekonometri juga berisi variabel-variabel yang ditentukan didalam sistim, variabel-variabel tersebut dikenal sebagai " endogenous variables ".

Didalam banyak hal, model ekonometri pada umumnya hanya menempatkan hubungan-hubungan didalam suatu kerangka yang dapat dikwantifikasikan. Jadi ekonometri menekankan kuantifikasi hubungan diantara variabel-variabel ekonomi yang ada. Untuk tujuan tersebut dibutuhkan adanya spesifikasi model dalam bentuk persamaan matematis.

Hubungan-hubungan tersebut dapat dinyatakan lebih tepat dengan suatu sistim dari suatu persamaan simultan yang dapat memecahkan permasalahan saling ketergantungan antara variabel-variabel tersebut. Adapun persamaan tersebut adalah :

Penjualan = f (PDB, Harga, Advertensi)

Biaya Produksi = f (Jumlah unit yang diproduksi, besarnya persediaan, biaya upah, biaya bahan)

Biaya Penjualan = f (Advertensi, biaya-biaya penjualan lainnya)

Advertensi = f (Penjualan)

Harga = f (Biaya produksi, biaya

penjualan, biaya overhead administrasi, laba)

Adapun hal yang sangat penting dalam setiap prosedur estimasi adalah usaha untuk mendapatkan estimator-estimator yang tidak bias. Ini berarti bahwa bila besarnya sampel ditambah, maka kebenaran atau ketepatan estimator tersebut juga bertambah. Jadi bila besarnya sampel sama dengan besarnya populasi, maka estimasi akan menjadi nilai parameter dari populasi secara riil.

Ada bias pada penaksir dapat diperiksa dengan menggunakan prosedur dasar statistik. Penaksir parameter a, b_1, b_2, ..., b_k yang diperoleh pada regresi berganda dapat ditunjukkan tidak bias.
Tetapi hal ini bukanlah kasus pada sistem persamaan simultan. Seperti dapat diilustrasikan dengan menggunakan model penentuan pendapatan klasik.
Andaikan:

$$C_t = a + b\,Y_t + U_t \text{ .... } \quad (2\text{-}16)$$

$$Y_t = C_t + Z_t \text{ .... } \quad (2\text{-}17)$$

dimana

C_t adalah pengeluaran konsumsi pada periode t

Y_t adalah pendapatan (GNP) pada periode t

Z_t adalah pengeluaran bukan konsumsi (seperti belanja pemerintah) pada periode t

U_t adalah unsur kesalahan atau gangguan (disturbance) pada periode t.

Persamaan (2-16) menyatakan konsumsi adalah suatu fungsi dari pendapatan, sedangkan persamaan (2-17) menyatakan bahwa pendapatan ditentukan oleh konsumsi dan pengeluaran pemerintah (non konsumsi). Jadi variabel bebas (independent variable) Y_t dari pada persamaan (2-16) sebagian ditentukan oleh tingkat konsumsi (disebut endogenous variable) dan sebagian lagi ditentukan oleh faktor diluarnya, yaitu pengeluaran pemerintah (disebut sebagai exogenous variable). Kedua jenis variabel ini dapat dibedakan dalam suatu sistim persamaan yang simultan yaitu endogenous adalah C_t dan Y_t dan exogenous adlah Z_t. Suatu persoalan yang timbul dari kenyataan yang ada adalah bahwa endogenous variabel mempunyai hubungan satu dengan yang lainnya. Hubungan ini mengakibatkan salaing ketergantungan diantara variabel tidak bebas dan unsur kesalahan " U_t " yang timbul sebagai sesuatu yang tergantung diantara nilai yang berturut-turut dari U_t. Ketergantungan ini menggugurkan satu asumsi dari kuadrat terkecil biasa (ordinary least square / OLS) yang digunakan pada analisis regresi.

Ketergantungan antara C_t dan U_t pada persamaan (2-16) dapat dilihat dengan menerapkan metode OLS terhadap (2-16) dan (2-17) dan secara terpisah menaksir nilai-nilai a dan b.

Subtitusi persamaan (2-17) kedalam persamaan (2-16):

$$C_t = a + b (C_t + Z_t) + U_t$$

atau

$$C_t - bC_t = a + bZ_t + U_t$$

$$C_t (1 - b) = a + bZ_t + U_t$$

dan

$$C_t = \frac{a}{1-b} + \frac{b}{1-b} Z_t + \frac{U_t}{1-b} \quad \ldots\ldots\ldots (2\text{-}18)$$

misalkan : $a_1 = \frac{a}{1-b}$ dan $b_1 = \frac{b}{1-b}$

maka :

$$C_t = a_1 + b_1 Z_t + \frac{U_t}{1-b} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (2\text{-}19)$$

Persamaan (2-18) dan hasil kesamaannya yaitu persamaan (2-19) menunjukkan bahwa ada suatu ketergantungan diantara variabel tidak bebas C_t dan unsur kesalahan U_t. Hasil ketergantungan ini akan menimbulkan estimasi yang bias dari a_1 dan b_1 dalam persamaan (2-19) seperti halnya dengan estimator yang bias untuk a dan b dari persamaan asalnya (2-16) dan (2-17). Dari uraian ini terlihat bahwa akan terdapat bias untuk kedua jumlah sampel yang besar maupun yang kecil dan hal ini dapat diperkirakan dengan mengasumsikan bahwa proses dan variance diketahui. Dengan demikian berarti bahwa OLS tidak dapat dipergunakan dengan lebih dipercaya untuk diramalkan, bila sistim persamaan simultan dapat diikutsertakan atau dilibatkan.

Prosedur estimasi lainnya. Untuk menghindari adanya bias dalam estimasi, maka kita dapat meninjau prosedur alternatif yang dapat diterapkan, dengan berbagai tingkat kemampuan dan keberhasilan. Salah satu alternatif prosedur untuk metode ekonometri adalah apa yang disebut dengan metode least square tidak langsung atau indirect least squares (ILS). Sebenarnya metode ini hampir sama dengan metode OLS akan tetapi digunakan untuk bentuk pengurangan (reduced form) dari persamaan-persamaan (2-16) dan (2-17). Bentuk pengurangan dari suatu sistem persamaan yang simultan dapat diperoleh dengan pensubtitusian secara berturut-turut persamaan-perasamaan asal, sehingga seluruh variabel-variabel yang endogenous dapat dinyatakan sebagai fungsi hanya dari variabel yang endogenous. Persamaan (2-18) adalah persamaan dengan bentuk pengurangan, bila persamaan ini menyatakan C_t, variabel tidak bebas, hanya dalam dalam hubungan unsur variabel bebas yang exogenous, Z_t jadi :

$$C_t = \frac{a}{1-b} + \frac{b}{1-b} Z_t + \frac{U_t}{1-b}$$

Persamaan (2-17) dapat dinyatakan pula dalam bentuk pengurangan dengan mensubtitusikan persamaan (2-16) kedalam persamaan (2-17) yaitu:

$$Y_t = a + bY_t + Z_t + U_t$$

$$Y_t (1 - b) = a + Z_t + U_t$$

Maka

$$Y_t = \frac{a}{1-b} + \frac{1}{1-b} Z_t + \frac{U_t}{1-b} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (2\text{-}20)$$

Persamaan-persamaan (2-18) dan (2-20) adalah bentuk pengurangan dari (2-16) dan (2-17). Melalui proses persubtitusian dari:

$$a_1 = \frac{a}{1-b}, \quad b_1 = \frac{b}{1-b} \quad \text{dan} \quad b_2 = \frac{1}{1-b}$$

dalam persamaan (2-18) dan (2-20) maka diperoleh:

$$C_t = a_1 + b_1 Z_t + \frac{U_t}{1-b} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (2\text{-}21)$$

$$Y_t = a_1 + b_2 Z_t + \frac{U_t}{1-b} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (2\text{-}22)$$

Persamaan-persamaan (2-21) dan (2-22) dapat dipecahkan dengan menggunakan OLS, bila hanya variabel Z yang terlibat atau terdapat. Hasil estimator dari a_1, b_1, dan b_2 merupakan konsisten dan tidak bias (unbiased), bila b jumlah sampel cukup besar. Walaupun nilai a dan b yang diperoleh melalui a1 dan b2 adalah bias, akan tetapi tidak inconsistent, sehingga merupakan keuntungan yang lebih baik dari metode OLS. Sehingga terlihat bahwa walaupun konsep ILS agak sederhana, akan tetapi perhitungan-perhitungannya agak rumit. Akibatnya banyak peneliti mencari metode lain, antara lain yaitu metode least squares dua tingkat atau two-stage least squares menggantikan ILS.

Metode two-stages least squares (2SLS) adalah agak praktis, dengan nilai istimasi yang tidak inconsistent dan biasnya agak kecil, bila jumlah sampelnya cukup besar. Dalam metode ini kita petama-tama memilih satu dari variabel-variabel yang endogenous, seperti variabel bebas Y dalam contoh terdahulu, kemudian dicoba untuk menghilangkan ketergantungan variabel C atau U. hal ini dapat diperoleh atau dicapai dengan penerapan OLS untuk bentuk pengurangan dari persamaan (2-22), sehingga nilai a_1 dan b_2 dapat diperoleh. Kemudia nilai-nilai ini disubtitusikan kedalam persamaan asalnya yaitu persamaan (2-16):

$$C_t = a + bY_t + U_t \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (2\text{-}23)$$

$$Y_t = a_1 + b_2 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (2\text{-}24)$$

Pensubstitusian Y_t dan persamaan (2-24) kedalam persamaan (2-23) menghasilkan :

$$C_t = a + ba_1 + bb_2 Z_t + U_t$$

atau

$$C_t = a_3 + b_3 Z_3 + U_t \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots 2\text{-}25)$$

dimana $a_3 = a+b_{a_1}$ dan $b_3 = bb_2$

Persamaan (2-25) hanya mengandung variabel yang exogenous, dan C_t tidak tergantung pada U_t. Jadi persamaan ini adalah suatu bentuk yang tidak bias dan konsisten dari estimasi. Persoalan yang terdapat pada metode 2SLS adalah bahwa metode ini tidak mempertimbangkan perluasan dari saling ketergantungan diantara persamaan-persamaan yang berbeda, bila digunakan cara yang berurutan, sehingga dalam beberapa hal ketergantungan menjadi hilang.