

# BAB I

## PENDAHULUAN

### 1.1. PENGERTIAN

Theorema titik tetap Banach (theorema kontraksi) adalah suatu theorema keujudan (keberadaan) dan ketunggalan untuk titik-titik tetap dalam suatu pemetaan yang disebut dengan kontraksi (contraction) dari suatu ruang metrik lengkap ke dalam dirinya sendiri (keterangan di Bab III). Untuk mendapat perkiraan-perkiraan ke titik tetap tersebut (solusi dari problem-problem yang praktis) digunakan suatu cara atau metode yang disebut metode iterasi.

Metode iterasi merupakan suatu metode yang menghasilkkan suatu barisan dari perkiraan-perkiraan ke suatu fungsi yang tidak diketahui, katakan :  $x_0, x_1, x_2, \dots$ , dengan perkiraan ke  $n$ , ( $x_n$ ) didapat dalam langkah ke  $n$  dengan menggunakan satu atau beberapa dari perkiraan-perkiraan sebelumnya, dan operasi yang dilakukan di setiap langkah adalah sama. Sehingga kita dapat memperoleh  $x_{n+1}$  dari  $x_n$  dengan operasi yang dinyatakan dalam  $\mathcal{T}$ , dan ditulis dalam bentuk :

$$x_{n+1} = \mathcal{T}x_n$$

Maka untuk  $x_0$  sembarang dan  $n = 0, 1, 2, \dots$ , diperoleh :

$$x_0; x_1 = \mathcal{T}x_0; x_2 = \mathcal{T}x_1; \dots; x_{n+1} = \mathcal{T}x_n$$

Metode ini juga dapat digunakan dalam bukti-bukti konvergen dan kesalahan estimasi (error estimator) yang

sering didapat dalam peranan dari theorema titik tetap Banach dalam persamaan linier dan persamaan integral.

## 1.2. PERMASALAHAN

Yang menjadi permasalahan disini adalah bagaimana bentuk dan sifat dari theorema titik tetap Banach (syarat cukup untuk keberadaan dan ketunggalan suatu titik tetap dalam suatu kontraksi), serta bagaimana peranan dari theorema titik tetap Banach tersebut dalam sistem persamaan linier maupun persamaan integral.

## 1.3 PEMBAHASAN

Untuk memecahkan permasalahan tersebut, dapat digunakan definisi dan theorema yang akan dijabarkan yaitu mengenai bentuk-bentuk dan syarat cukup yang memenuhi theorema titik tetap Banach.

Dan dalam peranan theorema titik tetap Banach pada sistem persamaan linier dan persamaan integral, digunakan metode :

1. Peranan theorema titik tetap Banach dalam sistem persamaan linier digunakan 2 (dua) metode yaitu :
  - a. Metode Iterasi Jacobi
  - b. Metode Iterasi Gauss - Seidel
2. Peranan theorema titik tetap Banach dalam persamaan integral digunakan dalam :

- a. Theorema persamaan integral Fredholm
- b. Theorema persamaan integral Volterra.