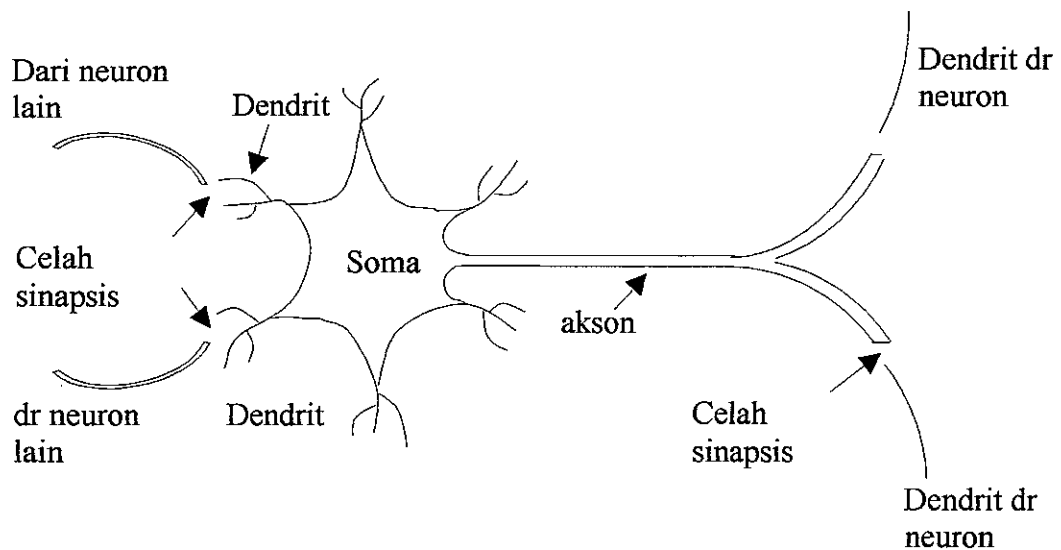


BAB II

MATERI PENUNJANG

2.1 JARINGAN SARAF BIOLOGI

Sebuah jaringan saraf biologi mempunyai tiga komponen dasar, yaitu dendrit, soma, dan akson. Dendrit berfungsi menerima sinyal dari neuron yang lain melewati celah sinapsis dan mengirimkan ke soma atau sel bodi. Soma berfungsi menjumlahkan sinyal yang diterima dan menghasilkan informasi yang akan dikirimkan ke neuron lain. Akson berfungsi mengirimkan informasi ke sel yang lain atau dendrit dari neuron yang lain. Jaringan saraf biologi dapat digambarkan seperti pada gambar 2.1



Gambar 2.1 Saraf biologi.

Jaringan saraf buatan disusun berdasarkan pada beberapa sifat jaringan saraf biologi yaitu :

- a. Pemrosesan informasi terjadi pada elemen-elemen pemroses yang disebut neuron.
- b. Sinyal dilewatkan dari neuron satu ke neuron yang lain melalui penghubung atau sinapsis dan dimodifikasi dengan pembobotan.
- c. Sinyal dari soma dikirim ke neuron lain melalui akson

2.2 JARINGAN SARAF BUATAN

Jaringan saraf buatan adalah sistem pemroses informasi yang mempunyai ciri tertentu yang menyerupai jaringan saraf biologi. Jaringan saraf buatan dikembangkan dengan menggunakan model matematis untuk menirukan cara kerja jaringan saraf biologis.

Sebuah jaringan saraf buatan harus mempunyai ciri :

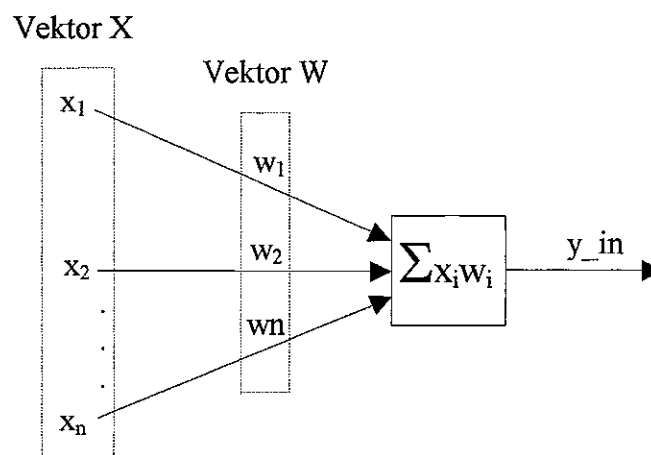
- a. Memiliki pola keterhubungan antar neuron.
- b. Memiliki bobot koneksi antar neuron yang nilainya ditentukan dengan sebuah algoritma.
- c. Mempunyai fungsi aktivasi yang menghasilkan informasi yang akan dikirimkan ke neuron lain.

Jaringan saraf buatan terdiri dari elemen pemroses sederhana yang disebut neuron, sel atau node. Setiap neuron berhubungan dengan neuron lain melalui saluran penghubung, sehingga setiap sinyal yang diterima atau dikirimkan selalu melalui saluran penghubung ini. Jaringan saraf buatan tersusun atas neuron buatan.

2.2.1 Struktur Neuron Buatan

Neuron buatan disusun berdasarkan pada sifat neuron biologis. Pada neuron buatan, dibangkitkan serangkaian masukan (*input*) yang masing-masing menggambarkan keluaran (*output*) dari neuron lain. Setiap masukan dikalikan secara skalar (*dot product*) dengan suatu faktor bobot koneksi, kemudian semua masukan terbobot dijumlahkan untuk menentukan tingkat aktivasi sebuah neuron.

Pada gambar 2.2 ditunjukkan struktur neuron buatan dengan masukan $x_1, x_2, \dots, x_n$ (sebagai vektor x) yang bersesuaian dengan sinyal yang masuk ke dalam sinapsis neuron biologis. Setiap sinyal dikalikan dengan bobot $w_1, w_2, \dots, w_n$ (sebagai vektor w) sebelum masuk ke blok penjumlah yang berlabel Σ . Blok penjumlah menjumlahkan semua masukan terbobot dan menghasilkan sebuah nilai yang disebut y_{in} .

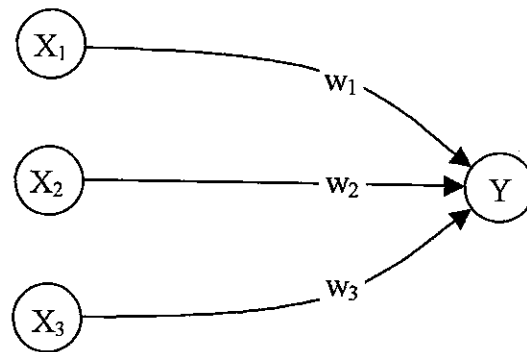


Gambar 2.2 Struktur neuron buatan.

$$y_{in} = \sum x_i w_i \quad (2.1)$$

$$y_{in} = x_1 w_1 + x_2 w_2 + x_3 w_3 + \dots + x_n w_n \quad (2.2)$$

Contoh 2.1. :



Gambar 2.3 Neuron Y berhubungan dengan tiga neuron X

Pada gambar 2.3, neuron Y menerima sinyal masukan dari neuron-neuron X_1 , X_2 , dan X_3 . Nilai aktivasi (sinyal output) dari neuron-neuron pengirim adalah x_1 , x_2 , x_3 . Nilai bobot antara neuron-neuron X_1 , X_2 , dan X_3 dengan neuron Y masing-masing adalah w_1 , w_2 , dan w_3 . Total masukan neuron Y yaitu y_{in} merupakan penjumlahan dari seluruh sinyal x_1 , x_2 , x_3 yang telah dikalikan dengan nilai bobot koneksinya, yaitu :

$$y_{in} = w_1x_1 + w_2x_2 + w_3x_3 \quad (2.3)$$

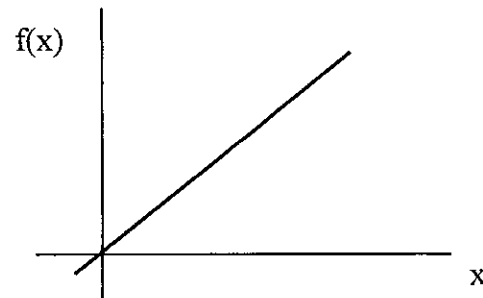
Nilai keluaran neuron Y merupakan hasil dari pengoperasian fungsi aktivasi terhadap nilai total masukan neuron Y , yaitu sebesar $f(y_{in})$.

2.2.2 Fungsi Aktivasi

Pada umumnya sinyal jaringan akan diproses lebih lanjut oleh fungsi aktivasi f untuk menghasilkan sinyal keluaran neuron yang akan dikirimkan ke neuron lain. Neuron-neuron yang mempunyai fungsi aktivasi yang sama berada dalam satu lapisan. Terdapat beberapa fungsi aktivasi yang biasa digunakan oleh jaringan saraf buatan, yaitu :

1. Fungsi identitas, sebagai unit masukan yang mempunyai bentuk :

$$f(x) = x \quad \text{Untuk semua } x \quad (2.4)$$



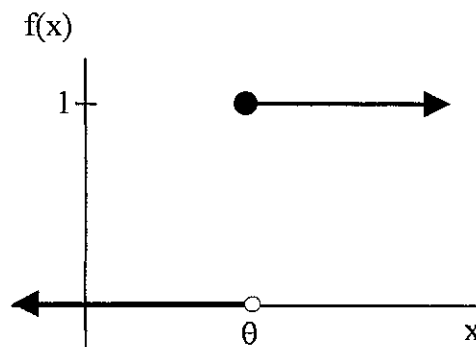
Gambar 2.4. Fungsi identitas

2. Fungsi Tangga

Fungsi ini menghasilkan nilai yang merupakan sinyal keluaran, yaitu berupa 0 dan 1 untuk sistem biner atau 1,0, dan -1 untuk sistem bipolar. Fungsi tangga menggunakan nilai tertentu sebagai batas ambang (*threshold*) untuk menentukan nilai keluarannya, sehingga fungsi ini disebut sebagai fungsi ambang atau fungsi *Heaviside*. Bentuk fungsi ini dapat dinyatakan sebagai berikut :

a. Untuk sistem biner

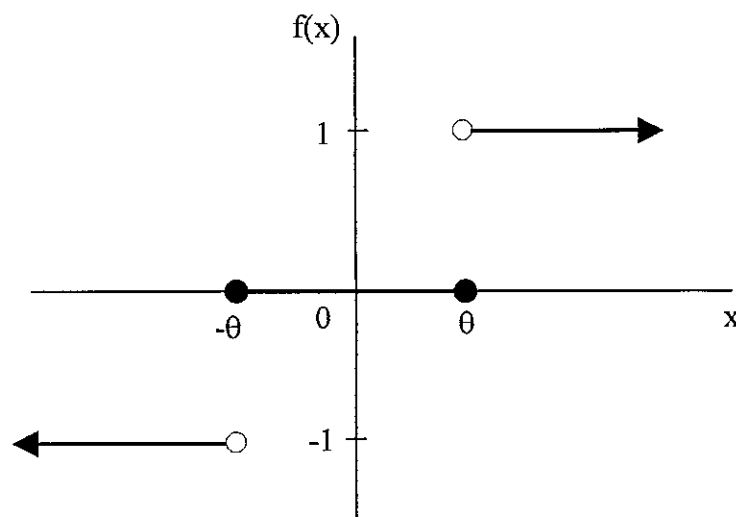
$$f(x) = \begin{cases} 1 & \text{jika } x \geq \theta \\ 0 & \text{jika } x < \theta \end{cases} \quad (2.5)$$



Gambar 2.5. Fungsi tangga untuk sistem biner

b. Untuk sistem bipolar

$$f(x) = \begin{cases} 1 & \text{jika } x > \theta \\ 0 & \text{jika } -\theta \leq x \leq \theta \\ -1 & \text{jika } x < -\theta \end{cases} \quad (2.6)$$

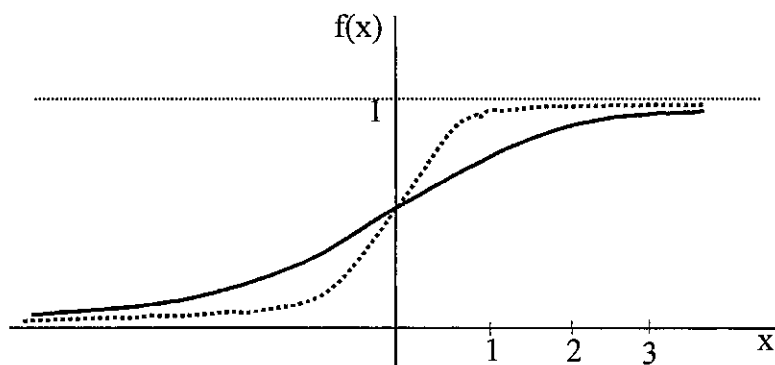


Gambar 2.6. Fungsi tangga untuk sistem bipolar.

3. Fungsi Sigmoid Biner

Fungsi sigmoid merupakan fungsi dengan bentuk kurva S. Fungsi tangen hiperbolik dan fungsi logistik merupakan fungsi sigmoid yang umum digunakan. Fungsi logistik adalah fungsi sigmoid dengan range dari 0 sampai 1, sering digunakan sebagai fungsi aktivasi untuk jaringan saraf yang nilai keluarannya adalah biner atau dalam interval 0 dan 1. Fungsi ini dinamakan sigmoid biner atau sigmoid logistik, yaitu

$$f(x) = \frac{1}{1 + \exp(-\sigma x)} \quad (2.7)$$



Gambar 2.7. Fungsi Sigmoid Biner

4. Fungsi Sigmoid Bipolar

Fungsi ini merupakan perluasan dari fungsi sigmoid biner dan mempunyai nilai keluaran antara -1 sampai 1 .

Fungsi ini mempunyai bentuk :

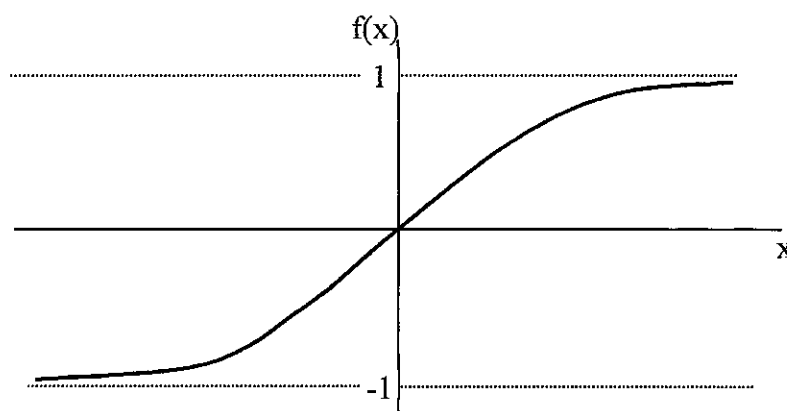
$$f(x) = \frac{2}{1 + \exp(-\sigma x)} - 1 \quad (2.8)$$

$$= \frac{1 - \exp(-\sigma x)}{1 + \exp(-\sigma x)} \quad (2.9)$$

Fungsi sigmoid bipolar mempunyai keterkaitan dengan fungsi tangen hiperbolik. Fungsi tangen hiperbolik berbentuk :

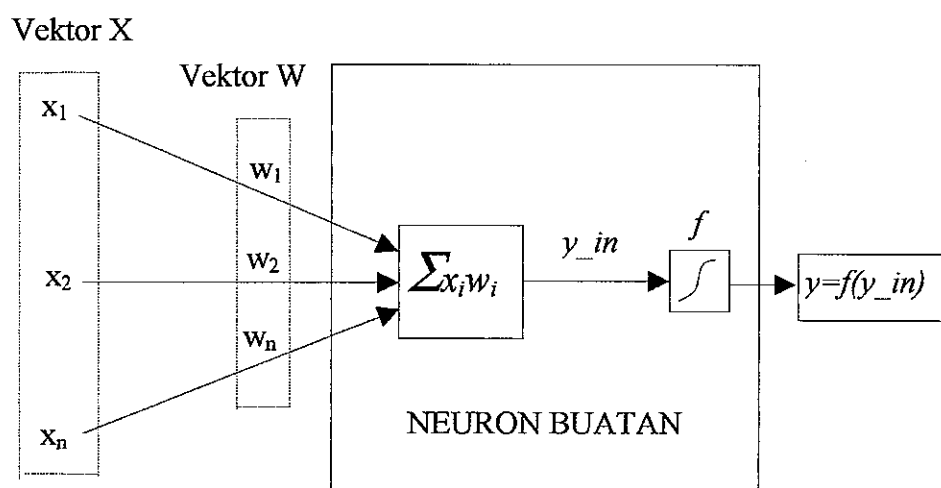
$$h(x) = \frac{\exp(x) - \exp(-x)}{\exp(x) + \exp(-x)} \quad (2.10)$$

$$= \frac{1 - \exp(-2x)}{1 + \exp(-2x)} \quad (2.11)$$



Gambar 2.8. Fungsi sigmoid bipolar

Neuron buatan dengan fungsi aktivasi f ditunjukkan pada gambar 2.9. Sebuah blok f menerima masukan y_{in} dan menghasilkan sinyal yang berlabel y .



Gambar 2.9 Neuron buatan dengan fungsi aktivasi

2.2.3 Arsitektur Jaringan Saraf Buatan

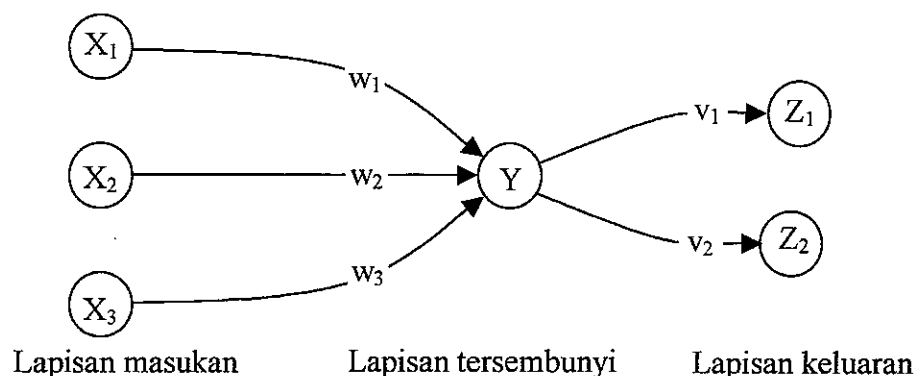
Neuron-neuron dalam jaringan saraf buatan tersusun ke dalam bentuk lapisan-lapisan (*layers*) dan memiliki pola keterhubungan baik dalam satu lapisan maupun antar lapisan. Susunan dari neuron-neuron

dalam lapisan dan pola ketehubungannya dalam dan antar lapisan disebut arsitektur jaringan. Neuron-neuron yang berada dalam satu lapisan tertentu akan mempunyai fungsi aktivasi dan pola keterhubungan yang sama. Sebuah jaringan saraf biasanya terdiri dari lapisan-lapisan antara lain:

1. Lapisan masukan : Lapisan neuron yang menerima masukan dari
(*input layer*) luar jaringan.
2. Lapisan keluaran : Lapisan neuron yang menghasilkan keluaran
(*output layer*) dari jaringan.
3. Lapisan tersembunyi : Sebuah lapisan yang terdiri dari neuron-neuron
(*hidden layer*) yang interaksinya terbatas ke neuron-neuron lain dalam jaringan.

Dalam menentukan jumlah lapisan dalam suatu jaringan, lapis masukan tidak dihitung, karena lapis masukan tidak melakukan proses perhitungan, hanya mendistribusikan sinyal ke semua neuron dalam lapisan berikutnya sehingga tidak dianggap sebagai lapisan.

Contoh 2.2. :



Gambar 2.10. Lapisan pada jaringan saraf

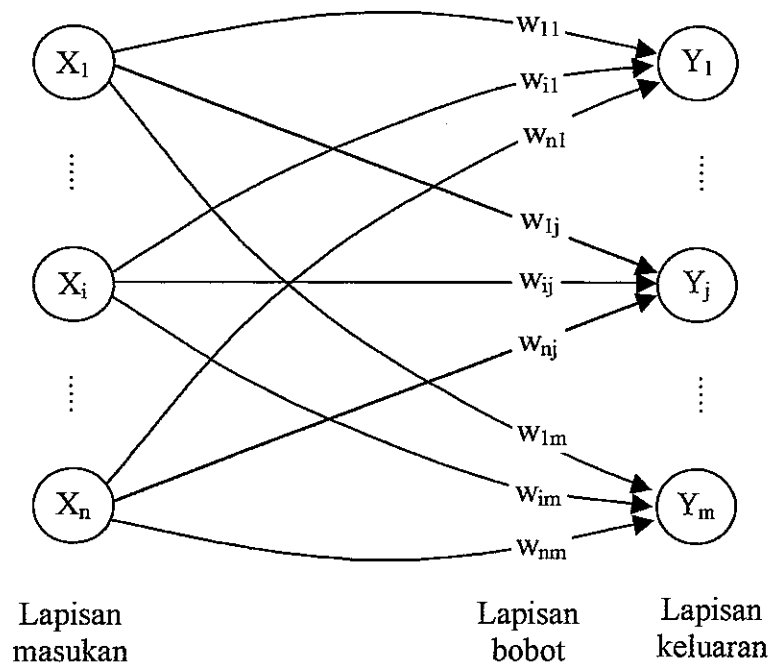
Jaringan saraf pada gambar 2.10 mempunyai 2 lapisan koneksi

antar neuron.

Jaringan saraf buatan berdasarkan jumlah lapisan yang dimiliki dibedakan menjadi :

1. Jaringan Lapis Tunggal (*Single Layer*).

Sebuah jaringan saraf disebut jaringan saraf lapis tunggal (*single layer neural network*) jika jaringan tersebut tidak mempunyai lapisan tersembunyi dari neuron atau hanya mempunyai satu lapisan bobot koneksi. Arsitektur dari sebuah jaringan saraf lapis tunggal digambarkan pada gambar 2.11.

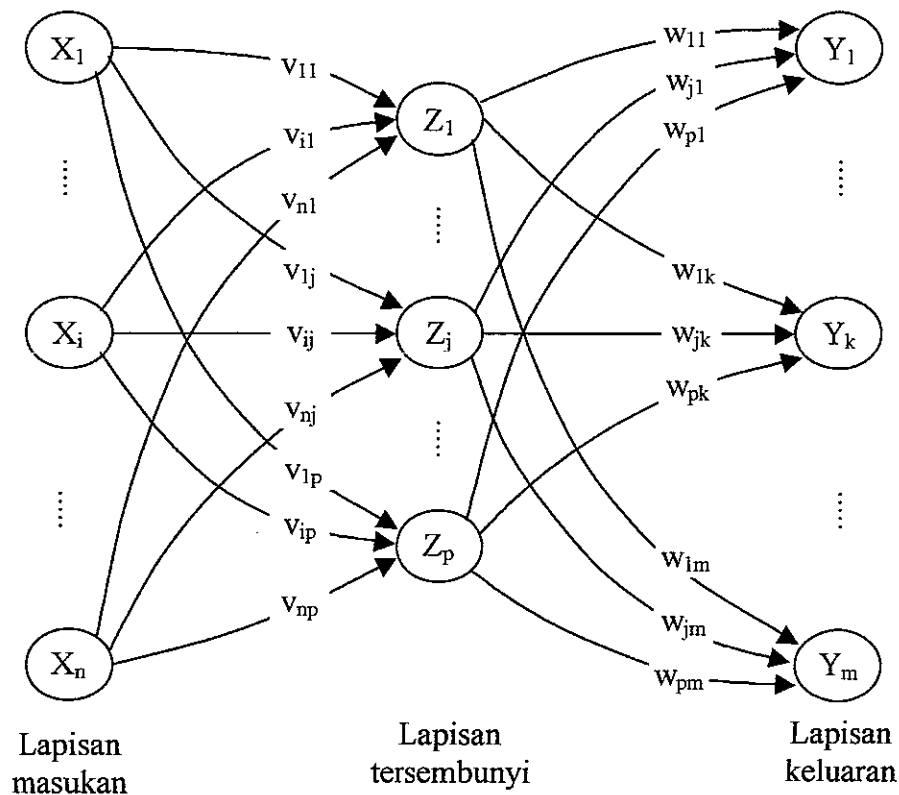


Gambar 2.11. Jaringan saraf lapis tunggal.

2. Jaringan Multi Lapis (*Multilayer*).

Jaringan multi lapis terdiri dari lapis masukan, lapis tersembunyi (*hidden layers*), dan lapis keluaran. Jaringan ini paling tidak memiliki

satu lapis tersembunyi. Lapis tersembunyi terletak di antara lapis masukan dan lapis keluaran. Keluaran dari sebuah lapisan tersembunyi akan menjadi masukan bagi lapisan berikutnya. Arsitektur jaringan saraf multi lapis digambarkan pada gambar 2.12.



Gambar 2.12. Jaringan saraf multilapis

Hubungan antar neuron dalam jaringan saraf dibedakan menjadi 3 jenis, yaitu koneksi maju (*feedforward connections*), koneksi balik (*feedback connections*) dan koneksi perulangan (*recurrent connections*). Jaringan koneksi maju hanya memungkinkan perambatan sinyal dari lapis masukan ke lapis keluaran, sedangkan jaringan dengan koneksi balik memungkinkan adanya sirkulasi sinyal dari neuron di lapisan tertentu ke neuron di lapisan sebelumnya. Pada jaringan dengan koneksi perulangan

terdapat sinyal loop tertutup dari sebuah neuron kembali ke neuron itu sendiri.

2.2.4 Metode Penentuan Bobot koneksi Antar Neuron

Jaringan saraf menentukan bobot koneksi antar neuron dengan jalan melakukan pelatihan (*training*). Pelatihan yang dilakukan berkaitan dengan permasalahan yang ingin dipecahkan. Secara umum terdapat tiga macam pelatihan yang biasa dilakukan jaringan saraf buatan, yaitu :

a. Pelatihan dengan pengarahan (*Supervised Training*).

Pelatihan dengan pengarahan memberikan pola-pola keluaran yang diharapkan dengan memasang setiap vektor atau pola masukan dengan sebuah vektor target yang merepresentasikan keluaran. Setiap masukan bagi jaringan akan dihitung keluarannya dan selanjutnya keluaran tersebut dibandingkan dengan vektor target (target keluaran) yang bersesuaian. Perbedaan antara keluaran yang dihasilkan dengan target keluaran dianggap sebagai *error*. *Error* tersebut dikembalikan ke dalam jaringan sebagai acuan untuk menentukan bobot koneksi yang baru. Bobot antar neuron akan diperbaiki berdasarkan algoritma pelatihan tertentu, sampai seluruh rangkaian pelatihan menghasilkan *error* yang sedikit.

b. Pelatihan tanpa pengarahan (*Unsupervised Training*).

Pada pelatihan ini tidak membutuhkan vektor target untuk keluarannya, sehingga tidak ada perbandingan yang dilakukan dengan respon ideal yang ditetapkan sebelumnya. Rangkaian pelatihan hanya

berisi vektor masukan saja. Jaringan saraf menempatkan masukan-masukan ke dalam beberapa kelompok. Selanjutnya dari kelompok-kelompok tersebut ditentukan karakteristik kelompoknya, sehingga apabila jaringan menerima masukan yang baru dapat ditentukan ke dalam kelompok mana masukan tersebut berada. Jaringan saraf memperbaiki bobot koneksi antar neuron sedemikian sehingga pola-pola masukan yang mirip ditempatkan ke dalam kelompok yang sama. Selanjutnya jaringan akan membuat pola-pola masukan sebagai wakil bagi setiap kelompok yang terbentuk.

c. Bobot koneksi tetap

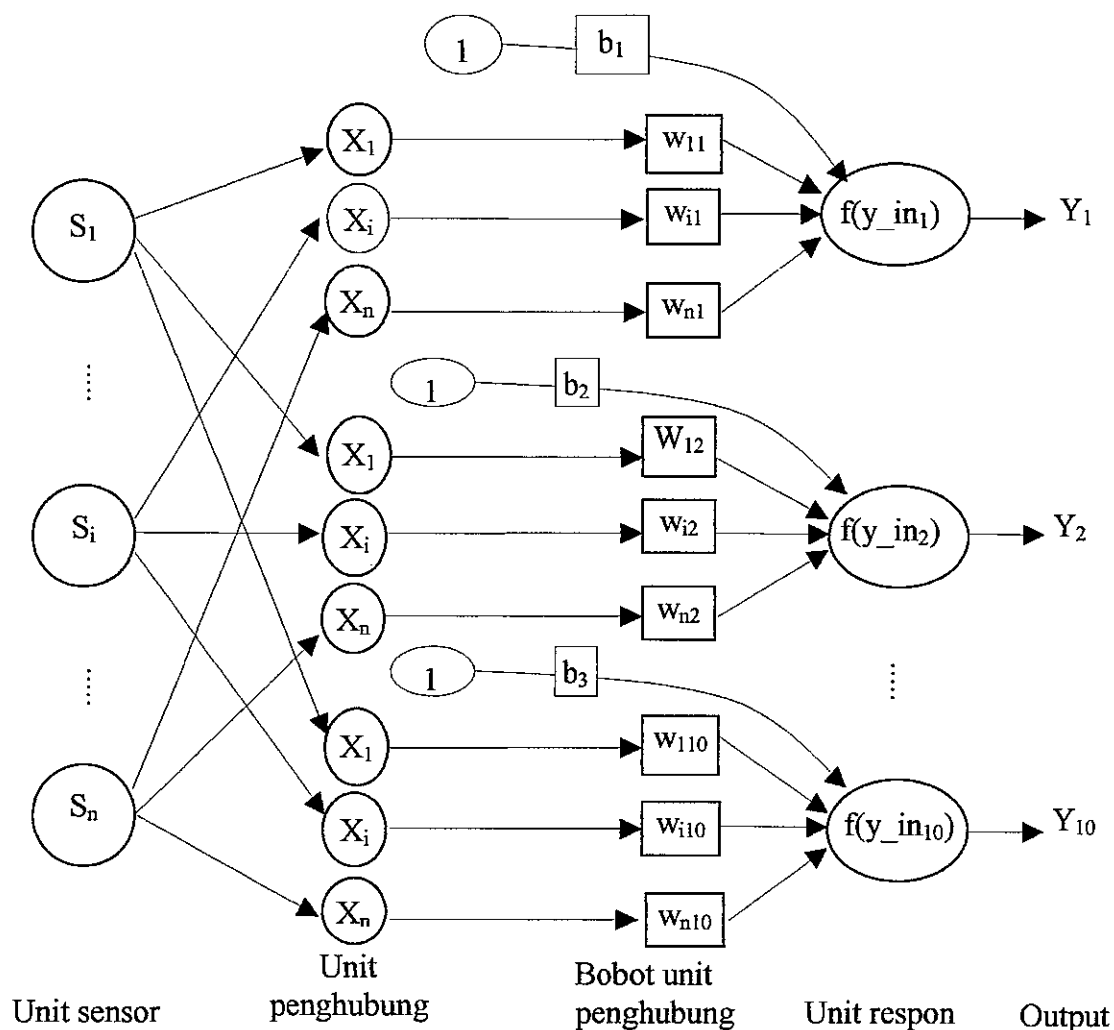
Pada pelatihan ini, jaringan saraf selama prosesnya tidak melakukan perubahan terhadap nilai bobot koneksi antar neuron. Jaringan saraf yang memiliki pelatihan semacam ini sangat baik digunakan untuk memecahkan masalah optimasi. Bobotnya merupakan representasi dari kendala-kendala masalah dan besaran yang akan diminimalkan atau dimaksimalkan.

2.3 Jaringan saraf untuk pengklasifikasi pola

Permasalahan dalam pengklasifikasi pola berkaitan dengan apakah suatu pola termasuk atau tidak termasuk dalam suatu kategori (*kelas/kelompok*) tertentu. Jaringan dapat menentukan suatu vektor masukan merupakan salah satu anggota dari sekumpulan kategori atau tidak. Salah satu jaringan saraf untuk pengklasifikasi pola adalah perseptron.

2.3.1. Perseptron

Perseptron terdiri dari 3 bagian unit neuron yaitu unit sensor S, unit penghubung (*asosiator*) A, unit respon R merupakan penurunan dari jaringan retina. Arsitektur jaringan saraf perseptron untuk 10 kategori *output* ditunjukkan pada gambar 2.13.



Gambar 2.13. Arsitektur perseptron dengan 10 kategori keluaran.

Perseptron menggunakan aktivasi biner untuk unit sensor dan penghubung dan unit respon menggunakan aktivasi bipolar. Fungsi aktivasi

untuk setiap unit penghubung adalah fungsi tangga sistem bipolar dengan ambang bebas (θ sebarang) yaitu :

$$f(y_{in}) = \begin{cases} 1 & \text{jika } y_{in} > \theta \\ 0 & \text{jika } -\theta \leq y_{in} \leq \theta \\ -1 & \text{jika } y_{in} < -\theta \end{cases} \quad (2.12)$$

y_{in} adalah *output* dari unit penghubung dan dihitung menurut pers 2.2.

Pada gambar 2.13 terdapat nilai bias b yang merupakan nilai bobot dari neuron tambahan, nilai aktivasi dari neuron tersebut selalu bernilai 1. Apabila jaringan menggunakan bias b dan nilai ambang (*threshold*) θ maka fungsi aktivasi neuronnya berdasarkan pada persamaan 2.6 adalah

$$f(y_{in}) = \begin{cases} 1 & \text{jika } y_{in} > \theta \\ 0 & \text{jika } -\theta \leq y_{in} \leq \theta \\ -1 & \text{jika } y_{in} < -\theta \end{cases} \quad (2.13)$$

$$y_{in} = b + \sum x_i w_i \quad (2.14)$$

Nilai ambang merupakan nilai bias yang besar nilainya dapat diatur. Dalam Tugas Akhir ini keduanya akan digunakan dalam jaringan. Fungsi dari bias dan ambang sebagai pemisah antara daerah yang bertanggung positif dengan daerah bertanggung negatif. Bobot dari unit sensor adalah tetap, sedangkan bobot koneksi dari unit penghubung berubah menurut algoritma pelatihan perseptron.

2.3.2 Teorema Konvergensi Aturan Belajar Perseptron

Aturan belajar perseptron adalah sebagai berikut :

Diberikan vektor masukan pelatihan $x(p)$, $p = 1, 2, 3, \dots, p$ yang masing-masing berasosiasi dengan vektor target $t(p)$, $p=1,2,3,\dots,p$ yang bernilai 1 atau -1 , dan fungsi aktivasi $y = f(y_{in})$.

$$y = \begin{cases} 1 & \text{jika } y_{in} > \theta \\ 0 & \text{jika } -\theta \leq y_{in} \leq \theta \\ -1 & \text{jika } y_{in} < -\theta \end{cases} \quad (2.15)$$

Bobot diperbaiki dengan aturan :

$$\text{Jika } y \neq t, \quad \text{maka } w(\text{baru}) = w(\text{lama}) + tx; \quad (2.16)$$

$$\text{Jika } y = t, \quad \text{maka tidak ada perbaikan pada bobot} \quad (2.17)$$

Teorema konvergensi aturan belajar perseptron adalah :

Jika terdapat vektor w^* sedemikian sehingga $f(x(p).w^*) = t(p)$, untuk semua p , maka aturan belajar perseptron akan konvergen ke vektor bobot yang memberikan respon benar untuk semua pola pelatihan, dan terjadi dalam jumlah yang terbatas.

Bukti :

Himpunan pelatihan bisa dibagi menjadi dua bagian yaitu :

$$F^+ = \{ x \mid t(p) = 1 \} \quad \text{dan} \quad (2.18)$$

$$F^- = \{ x \mid t(p) = -1 \}, \quad (2.19)$$

Himpunan pelatihan baru bisa didefinisikan sebagai :

$$F = F^+ \cup F^-, \quad (2.20)$$

$$-F = \{-x \mid x \in F\}, \quad (2.21)$$

Misal $\theta = 0$ dan $\alpha = 1$. Solusi masalah awal yaitu keberadaan vektor w^* untuk

$$x \cdot w^* > 0 \quad \text{jika } x \in F^+ \text{ dan} \quad (2.22)$$

$$x \cdot w^* < 0 \quad \text{jika } x \in F, \quad (2.23)$$

adalah ekuivalen dengan keberadaan vektor w^* untuk

$$x \cdot w^* > 0 \quad \text{jika } x \in F. \quad (2.24)$$

Semua nilai target untuk himpunan pelatihan yang dimodifikasi (persamaan 2.20) adalah 1. Jika respon jaringan salah untuk masukan pelatihan yang diberikan, maka bobot diperbaiki menurut :

$$w(\text{baru}) = w(\text{lama}) + x \quad (2.25)$$

Catatan bahwa setiap vektor masukan pelatihan harus mempunyai komponen tambahan yang selalu bernilai 1 untuk menghitung sinyal bias.

Akan ditunjukkan bahwa barisan vektor masukan pelatihan dari perubahan bobot yang terjadi adalah berhingga. Barisan yang berhingga atau terbatas adalah konvergen.

Misal nilai awal bobot dinotasikan dengan $w(0)$, bobot baru ke 1 dengan $w(1)$, bobot baru ke 2 dengan $w(2)$, dan seterusnya. Jika $x(0)$ adalah vektor awal pelatihan dari error yang telah terjadi maka

$$w(1) = w(0) + x(0) \quad (\text{dengan asumsi, } x(0) \cdot w(0) \leq 0). \quad (2.26)$$

Jika error yang lain terjadi, vektor dinotasikan sebagai $x(1)$, maka

$$w(2) = w(1) + x(1) \quad (\text{dengan asumsi, } x(1) \cdot w(1) \leq 0) \quad (2.27)$$

Pada setiap tahap , misal k proses, bobot diubah jika dan hanya jika bobot saat ini gagal untuk menghasilkan respon yang benar (positif) untuk vektor masukan saat ini, yaitu

$$x(k-1).w(k-1) \leq 0 \quad (2.28)$$

Kombinasi dari perubahan bobot yang berturut-turut memberikan

$$w(k) = w(0) + x(0) + x(1) + x(2) + \dots + x(k-1). \quad (2.29)$$

Misal w^* sebuah vektor bobot sedemikian sehingga $x.w^* > 0$ untuk semua vektor pelatihan dalam F . Misal $m = \min\{x.w^*\}$, nilai minimum diambil dari keseluruhan vektor pelatihan dalam F .

$$w(k).w^* = [w(0) + x(0) + x(1) + x(2) + \dots + x(k-1)].w^* \quad (2.30)$$

$$\geq w(0).w^* + km \quad (2.31)$$

karena $x(i).w^* \geq m \quad \forall i, 1 \leq i \leq P$.

(i) Ketidaksamaan Cauchy-Schwartz menyatakan bahwa untuk berapapun vektor a dan b ,

$$(a.b)^2 \leq \|a\|^2 \|b\|^2 \quad \text{atau} \quad (2.32)$$

$$\|a\|^2 \geq \frac{(a.b)^2}{\|b\|^2} \quad (\text{untuk } \|b\|^2 \neq 0) \quad (2.33)$$

sehingga

$$\|w(k)\|^2 \geq \frac{(w(k).w^*)^2}{\|w^*\|^2} \quad (2.34)$$

$$\geq \frac{(w(0).w^* + km)^2}{\|w^*\|^2} \quad (2.35)$$

Hal ini menunjukkan bahwa kuadrat panjang dari vektor bobot bertambah lebih cepat daripada k^2 , k adalah banyaknya perubahan bobot.

(ii) dari persamaan (2.28) dari (2.29) dengan aljabar, diperoleh

$$\|w(k)\|^2 = \|w(k-1)\|^2 + 2x(k-1).w(k-1) + \|x(k-1)\|^2 \quad (2.36)$$

$$\leq \|w(k-1)\|^2 + \|x(k-1)\|^2 \quad (2.37)$$

Misal jika $M = \max \{\|x\|^2\}$, untuk semua x dalam himpunan pelatihan};

$$\text{maka} \quad \|w(k)\|^2 \leq \|w(k-1)\|^2 + \|x(k-1)\|^2 \quad (2.38)$$

$$\leq \|w(k-2)\|^2 + \|x(k-2)\|^2 + \|x(k-1)\|^2 \quad (2.39)$$

$$\vdots$$

$$\leq \|w(0)\|^2 + \|x(0)\|^2 + \dots + \|x(k-1)\|^2 \quad (2.40)$$

$$\leq \|w(0)\|^2 + kM \quad (2.41)$$

Sehingga, kuadrat panjang menjadi berkurang dengan cepat daripada secara linear dalam k .

Dari (i) dan (ii) diperoleh

$$\frac{(w(0).w^* + km)^2}{\|w^*\|^2} \leq \|w(k)\|^2 \leq \|w(0)\|^2 + kM \quad (2.42)$$

persamaan ini menunjukkan bahwa barisan vektor masukan pelatihan dari perubahan bobot yang mungkin terjadi adalah terbatas.

Jika diasumsikan bahwa $w(0) = 0$, maka

$$\frac{(km)^2}{\|w^*\|^2} \leq kM, \quad (2.43)$$

$$\text{atau} \quad k \leq \frac{M\|w^*\|^2}{m^2} \quad (2.44)$$

Terbukti bahwa aturan belajar perseptron konvergen pada w^* yang memberikan respon yang benar dan terjadi pada langkah (perubahan bobot) yang terbatas (k).

2.3.3 Algoritma Pelatihan Perseptron

Algoritma pelatihan perseptron untuk menentukan perubahan bobot koneksi adalah sebagai berikut :

Langkah 1. Inisialisasi bobot koneksi (w) dan bias (b). Menentukan laju pelatihan α ($0 < \alpha \leq 1$).

Langkah 2 . Untuk setiap pasangan pelatihan vektor masukan dengan target keluaran kerjakan 3-5.

Langkah 3 Tentukan nilai aktivasi untuk setiap unit masukan x ,

$$x_i = s_i \quad i=1,2,\dots,n:$$

Langkah 4. Hitung aktivasi untuk unit keluaran y

$$y_in = b + \sum_i x_i w_i$$

$$y = \begin{cases} 1 & \text{jika } y_in > \theta \\ 0 & \text{jika } -\theta \leq y_in \leq \theta \\ -1 & \text{jika } y_in < -\theta \end{cases}$$

Langkah 5. Jika masih ada *error*, maka perbaiki bias dan bobot koneksi,

Jika $y \neq t$ maka

$$b \text{ (baru)} = b \text{ (lama)} + \alpha t,$$

$$w_i \text{ (baru)} = w_i \text{ (lama)} + \alpha t x_i,$$

Jika $y = t$ maka

$$b \text{ (baru)} = b \text{ (lama)},$$

$$w_i \text{ (baru)} = w_i \text{ (lama)},$$

Langkah 6. Test kondisi untuk berhenti:

Jika ada perubahan bobot koneksi pada langkah 5 maka

kembali ke langkah 2; Jika tidak berhenti.

Bobot diperbaiki untuk pola yang menghasilkan nilai aktivasi y yang tidak sesuai dengan vektor target. Perseptron mengklasifikasi pola masukan menjadi dua daerah tanggapan yaitu 1 (ya/positif) dan -1 (tidak/negatif). Dua daerah tanggapan ini disebut separabilitas linear (*linear separability*). Prosedur aplikasi untuk pengenalan pola angka setelah dilakukan pelatihan terhadap jaringan perseptron adalah sebagai berikut:

Langkah 1. Kerjakan algoritma pelatihan perseptron untuk menentukan bobot.

Langkah 2. Tetapkan nilai aktivasi dari unit masukan

$$a_i = s_i, i=1,2,3,\dots,n$$

Langkah 3. Hitung respon dari unit keluaran:

$$r_{in} = \sum_i a_i w_i^*$$

$$r = \begin{cases} 1 & \text{jika } r_{in} > \theta \\ 0 & \text{jika } -\theta \leq r_{in} \leq \theta \\ -1 & \text{jika } r_{in} < -\theta \end{cases}$$

2.3.4 Separabilitas linear (*Linear separability*)

Jaringan pengklasifikasi pola membagi pola masukan menjadi 2 daerah tanggapan yaitu

1. Pola masukan yang akan membuat jaringan bertanggapan 'ya/positif' (bernilai 1).
2. Pola masukan yang akan membuat jaringan bertanggapan 'tidak/negatif' (bernilai -1).

Karena jawaban hanya 1 dari 2 kemungkinan maka fungsi aktivasinya menggunakan fungsi tangga. Arti dari separabilitas linier adalah jika jaringan mendapatkan nilai bobot (dan bias) yang menyebabkan vektor masukan pelatihan terespon 1 berada pada salah satu bagian dari daerah tanggapan, sedangkan vektor masukan pelatihan terespon -1 berada dalam tanggapan lain. Jaringan akan bertanggapan positif bila nilai masukan total yang diterima y_{in} memenuhi persamaan :

$$b + \sum_i x_i w_i > \theta \quad (2.45)$$

dan akan bertanggapan negatif bila,

$$b + \sum_i x_i w_i \leq \theta \quad (2.46)$$

Dua daerah tanggapan positif dan negatif tersebut dibatasi oleh “batas keputusan (*boundary decision*)” yang memenuhi persamaan :

$$b + \sum_i x_i w_i = \theta \quad (2.47)$$

$$b + \sum_i x_i w_i = -\theta \quad (2.48)$$

Sehingga lebar daerah yang membatasi respon positif dan negatif memenuhi persamaan :

$$-\theta \leq b + \sum_i x_i w_i \leq \theta \quad (2.49)$$

“Batas keputusan (*boundary decision*)” bisa berupa garis, bidang atau hiperbidang tergantung dari jumlah anggota vektor masukan.

Contoh 2.2 Daerah respon untuk fungsi logika AND.

Fungsi logika AND (dengan target dan *input* berupa bipolar 1

dan -1) dan misalkan $\theta = 0$.

Input (x_1, x_2)	Output
(1,1)	1
(1,-1)	-1
(-1,1)	-1
(-1,-1)	-1

Daerah respon yang diinginkan yaitu daerah bertanggapan negatif ditunjukkan pada gambar 2.14. Salah satu solusi batas daerah tanggapan ditunjukkan pada gambar 2.15. Dari persamaan 2.47 dan 2.48 didapat “batas keputusan (*boundary decision*)” yang mempunyai persamaan :

$$b + x_1 w_1 + x_2 w_2 = 0$$

$$x_2 = -\frac{w_1}{w_2} x_1 - \frac{b}{w_2}, \quad w_2 \neq 0$$

Dengan mengambil nilai bias dan bobot :

$$b = -1; \quad w_1 = 1; \quad w_2 = 1$$

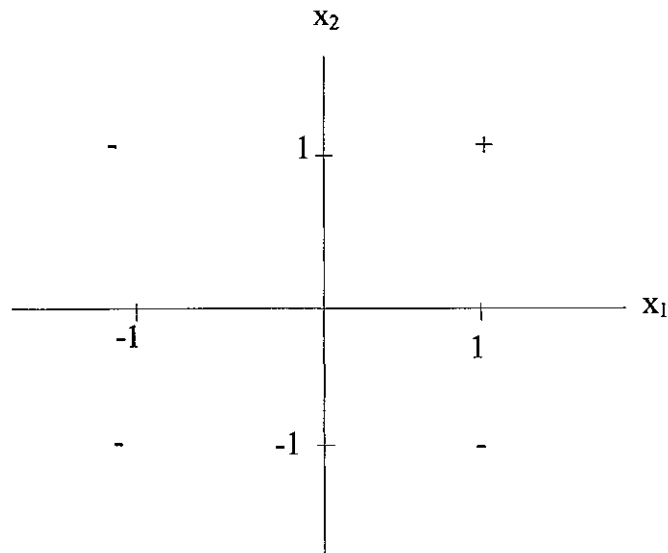
didapatkan salah satu solusi persamaan garis :

$$x_2 = -x_1 + 1$$

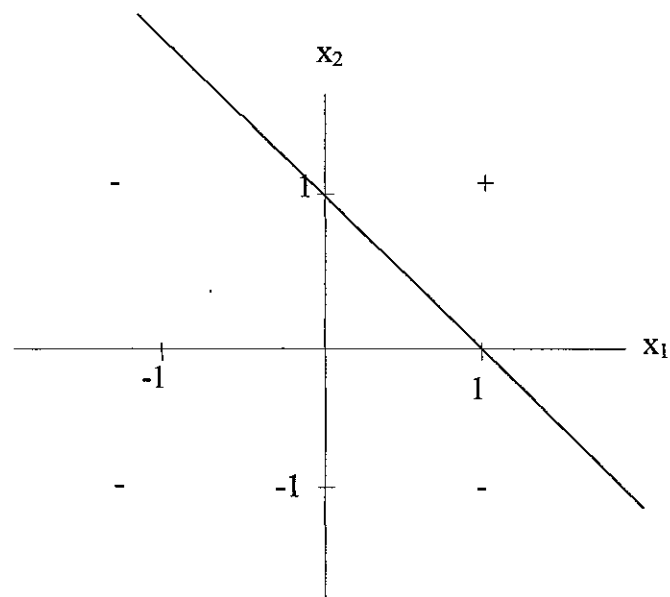
Karena daerah yang diminta adalah daerah bertanggapan negatif maka penentuan tanda b harus memenuhi persamaan 2.24 :

$$b + x_1 w_1 + x_2 w_2 < 0$$

$$x_1 = 0 \text{ dan } x_2 = 0,$$



Gambar 2.14. Respon yang diinginkan untuk fungsi logika AND.



Gambar 2.15. Batas daerah respon untuk fungsi logika AND.