

BAB II

LANDASAN TEORI

2.1. Rata-rata Hitung

Definisi : 3

Suatu rata-rata adalah suatu nilai yang mewakili suatu kelompok data.

Untuk data kuantitatif dihitung dengan jalan membagi jumlah nilai data oleh banyak data.

RUMUS : 1

Menurut Definisi 3 di atas, maka rata-rata hitung \bar{X} :

$$\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i = \frac{1}{n} (X_1 + X_2 + \dots + X_n)$$

dimana X_i adalah hasil pengukuran pada pengukuran sampel ke i : $i = 1, 2, 3, \dots, n$.

Adakalanya data sudah disajikan dalam bentuk tabel frekuensi dimana X_1 terjadi f_1 kali, X_2 terjadi f_2 kali dan seterusnya sampai X_n terjadi f_n kali.

Definisi : 4

Rata-rata dari suatu tabel frekuensi adalah hasil kali antara frekuensi dan nilai data dibagi oleh jumlah frekuensi.

RUMUS : 2

Menurut Definisi 4, maka :

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^n f_i X_i}{f_1 + f_2 + \dots + f_n} = \frac{f_1 X_1 + f_2 X_2 + \dots + f_n X_n}{f_1 + f_2 + \dots + f_n}$$

dimana : X_i = hasil pengukuran ke i

$i = 1, 2, 3, \dots, n$.

f_i = banyaknya data yang diambil
untuk suatu nilai variabel X_i
pada pengukuran ke i .

2.2. Aturan Penjumlahan Dengan Menggunakan Sigma

RUMUS 3 :

$$\sum_{i=1}^n (X_i + Y_i + Z_i) = \sum_{i=1}^n X_i + \sum_{i=1}^n Y_i + \sum_{i=1}^n Z_i$$

BUKTI :

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^n (X_i + Y_i + Z_i) &= (X_1 + Y_1 + Z_1) + (X_2 + Y_2 + Z_2) + \\ &\quad (X_3 + Y_3 + Z_3) + \dots + (X_n + Y_n + Z_n) \\ &= X_1 + Y_1 + Z_1 + X_2 + Y_2 + Z_2 + \\ &\quad X_3 + Y_3 + Z_3 + \dots + X_n + Y_n + Z_n \\ &= X_1 + X_2 + X_3 + \dots + X_n + Y_1 + \\ &\quad Y_2 + Y_3 + \dots + Y_n + Z_1 + Z_2 + Z_3 \\ &\quad + \dots + Z_n \\ &= (X_1 + X_2 + X_3 + \dots + X_n) + \\ &\quad (Y_1 + Y_2 + Y_3 + \dots + Y_n) + \\ &\quad (Z_1 + Z_2 + Z_3 + \dots + Z_n) \\ &= \sum_{i=1}^n X_i + \sum_{i=1}^n Y_i + \sum_{i=1}^n Z_i \end{aligned}$$

RUMUS 4 :

$$\sum_{i=1}^n k X_i = k \sum_{i=1}^n X_i$$

Bukti :

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^n k X_i &= k X_1 + k X_2 + k X_3 + k X_4 + \dots + k X_n \\ &= k (X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + \dots + X_n) \\ &= k \sum_{i=1}^n X_i \end{aligned}$$

RUMUS 5 :

$$\sum_{i=1}^n k = n \cdot k$$

Bukti :

$$\sum_{i=1}^n k = k + k + k + k + \dots + k = n \cdot k$$

RUMUS 6 :

$$\sum_{i=1}^n (X_i - k)^2 = \sum_{i=1}^n X_i^2 - 2k \sum_{i=1}^n X_i + nk^2$$

Bukti :

$$\sum_{i=1}^n (X_i - k)^2 = \sum_{i=1}^n (X_i^2 - 2X_i k + k^2)$$

Menurut rumus 3 :

$$\sum_{i=1}^n (X_i + Y_i + Z_i) = \sum_{i=1}^n X_i + \sum_{i=1}^n Y_i + \sum_{i=1}^n Z_i$$

Maka :

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^n (X_i - 2X_i k + k^2) &= \sum_{i=1}^n X_i^2 - 2X_i k + k^2 \\ &= \sum_{i=1}^n X_i^2 - \sum_{i=1}^n 2X_i k + \sum_{i=1}^n k^2 \end{aligned}$$

Menurut Rumus 4 :

$$\sum_{i=1}^n X_i k = k \sum_{i=1}^n X_i$$

$$\sum_{i=1}^n k = n \cdot k$$

Maka :

$$\begin{aligned} &= \sum_{i=1}^n X_i^2 - \sum_{i=1}^n 2X_i k + \sum_{i=1}^n k^2 \\ &= \sum_{i=1}^n X_i^2 - 2k \sum_{i=1}^n X_i + nk^2 \end{aligned}$$

Jadi :

$$= \sum_{i=1}^n (X_i - k)^2 = \sum_{i=1}^n X_i^2 - 2k \sum_{i=1}^n X_i + nk^2$$

Dimana :

- X_i dan Y_i : adalah hasil pengukuran pada pengukuran ke i
- n : adalah banyaknya sampel
- k, a dan b : adalah bilangan konstan
- i : adalah menunjukkan sampel yang ke ...

THEOREMA : 1

Adalah deviasi atau selisih dari suatu kelompok nilai terhadap rata-ratanya sama dengan nol, yaitu

$$\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X}) = 0, \text{ dimana :}$$

$$\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i \rightarrow \sum_{i=1}^n X_i = n \bar{X}$$

X_i = hasil pengukuran pada pengukuran sampel ke i

n = banyaknya sampel

$i = 1, 2, \dots, n$

\bar{X} = hasil dari pengukuran

Bukti :

$$\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X}) = \sum_{i=1}^n X_i - \sum_{i=1}^n \bar{X}$$

Menurut Rumus 3 :

$$\sum_{i=1}^n (X_i + Y_i + Z_i) = \sum_{i=1}^n X_i + \sum_{i=1}^n Y_i + \sum_{i=1}^n Z_i$$

$$= \sum_{i=1}^n X_i - n\bar{X}$$

Menurut Rumus 4 :

$$\sum_{i=1}^n kX_i = nk \sum_{i=1}^n X_i$$

$$= \sum_{i=1}^n X_i - \sum_{i=1}^n X_i$$

$$\text{dimana } \sum_{i=1}^n X_i = n\bar{X}$$

$$= 0$$

2.3. TABEL FREKUENSI

Menentukan banyaknya kelas

Menurut aturan STURGES maka banyaknya kelas :

RUMUS 7 :

$$k = 1 + 3,3 \log n$$

dimana k = banyaknya kelas
n = banyaknya nilai observasi.

Menentukan besarnya kelas

Definisi 5 :

Besarnya kelas adalah selisih antara nilai observasi terbesar dan nilai observasi terkecil dibagi dengan banyaknya kelas.

Menurut Definisi 5 maka dapat dirumuskan :

RUMUS 8 :

$$C = \frac{X_n - X_i}{k}$$

dimana X_n = nilai observasi terbesar
 X_i = nilai observasi terkecil
k = banyaknya kelas

2.4. Waktu Kegiatan

Definisi 6 :

Waktu kegiatan adalah lama suatu kegiatan akan berlangsung yaitu hasil bagi antara jumlah yang akan diproduksi dengan kapasitas rata-rata.

Definisi 9 :

Menurut Definisi 6 maka waktu kegiatan

$$= \frac{\text{Jumlah produksi}}{\text{Kapasitas rata-rata}}$$

2.5. NET WORK

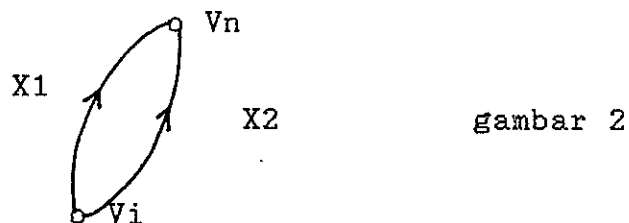
Definisi 7

Jaringan terdiri atas :

- Himpunan titik - titik V
- Himpunan garis - garis X

Dimana setiap himpunan garis menentukan dengan tunggal titik mula dan titik akhir.

Contoh Net (JARINGAN) yang sederhana.



$\xrightarrow{\quad X1 \quad}$: $X1$ dan $X2$ himpunan garis
 $\xrightarrow{\quad X2 \quad}$ yang mempunyai arah.

$\circ Vi$: titik mula
 $\circ Vn$: titik akhir

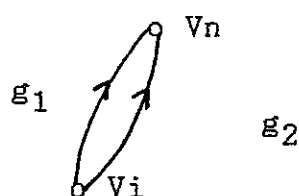
Definisi : 8

Apabila titik awal sama dengan titik akhir maka dinamakan LOOP.

Dikatakan sejajar apabila :

- Himpunan garisnya mempunyai titik awal yang sama dan titik akhir yang sama.

Sebagai contoh :



g_1 sejajar g_2 .

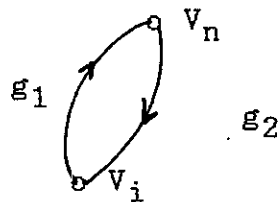
dimana

→ g_1 adalah himpunan garis yang mempunyai

→ g_2 arah

o V_i titik awal

o V_n titik akhir



Gambar 4

g_1 tidak sejajar g_2 .

Titik awal g_1 tidak sama dengan titik awal g_2

→ g_1 adalah himpunan garis yang mempunyai arah

→ g_2

o V_i titik awal

o V_n titik akhir

2.5.1. Analisa Network

Didalam analisa Network kita mengenal kejadian (events) dan kegiatan (activities).

Definisi 9 :

Kegiatan adalah suatu pekerjaan atau tugas dimana penyelesaiannya memerlukan periode waktu, biaya serta fasilitas tertentu.

Dan biasanya diberi simbol anak panah.

Definisi 10 :

Kejadian adalah permulaan atau akhir dari suatu kegiatan diberi simbol lingkaran.

Untuk bisa melakukan analisa Network, kita harus memperhatikan hal-hal sebagai berikut :

- a. Sebelum suatu kegiatan dimulai, semua kegiatan yang mendahuluinya harus sudah selesai dikerjakan.
- b. Gambar anak panah hanya menunjukkan urutan didalam mengerjakan pekerjaan saja. Panjang anak panah dan arahnya tidak menunjukkan letak dari pekerjaan.
- c. Nodes (lingkaran yang menunjukkan kejadian) diberi nomor sedemikian rupa sehingga tidak terdapat Nodes yang sama. Untuk menghindari arah anak panah yang berulang kembali, biasanya nomor yang lebih kecil diletakkan pada awal anak panah, sedang pada akhir anak panah diberi nomor yang lebih besar.
- d. Dua buah kejadian (events) hanya bisa dihubungkan oleh satu kegiatan (anak panah).
- e. Network hanya dimulai dari satu kejadian awal (initial events) yang sebelumnya tidak ada pekerjaan yang mendahuluinya. Disamping itu Network diakhiri oleh satu kejadian saja (terminal events).

2.5.1.1. Kegiatan Dummy (kegiatan semu)

Untuk menyusun suatu Network yang bisa memenuhi ketentuan di atas maka kadang-kadang diperlukan kegiatan semu.

Kegiatan Semu Atau Kejadian Semu

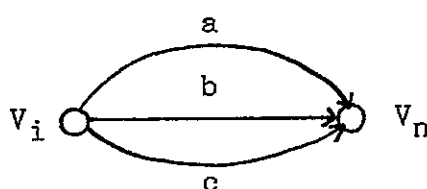
Definisi 11 :

Kegiatan semu adalah bukan kegiatan yang dianggap sebagai kegiatan, hanya saja tanpa memerlukan waktu, biaya dan fasilitas.

Adapun kegunaan dari kegiatan semu adalah :

- a. Untuk menghindari terjadinya dua kejadian dihubungkan oleh lebih dari satu kegiatan.

Contoh :



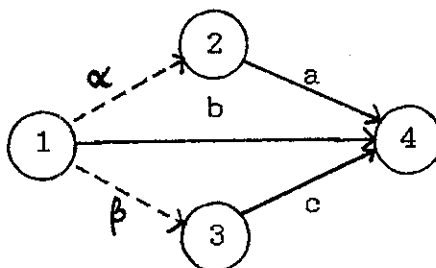
- V_i = titik awal sebelum proses produksi
- V_n = titik akhir sesudah proses produksi

\xrightarrow{a} : proses produksi a

\xrightarrow{b} : proses produksi b

\xrightarrow{c} : proses produksi c

Dengan kegiatan semu hal ini dapat diatasi yaitu 3 kegiatan tersebut dapat dimulai dari kejadian yang tidak sama.



Gambar 6

- 1 Kejadian awal dari kegiatan α , β dan b
- 2 Kejadian semu, akhir kegiatan semu
- 3 Kejadian semu, akhir dari kegiatan semu
- 4 Kejadian akhir dari kegiatan α , β , a, b, c

- α - \rightarrow kegiatan semu α

- β - \rightarrow kegiatan semu β

\xrightarrow{a} kegiatan a

\xrightarrow{b} kegiatan b

\xrightarrow{c} kegiatan c

Proses produksi a didahului oleh proses produksi semu α

Proses produksi c didahului oleh proses produksi semu β

Proses produksi a berawal di kejadian 2

Proses produksi b berawal di kejadian 3

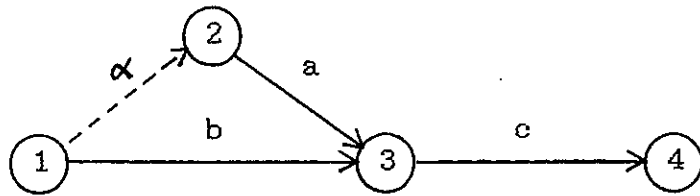
Proses produksi c berawal di kejadian 1

Jadi tidak ada proses produksi berawal di nomor kejadian yang sama.

- b. Untuk memenuhi ketentuan dimana suatu Network harus dimulai oleh suatu kejadian dan diakhiri oleh satu kejadian, kadang-kadang harus ditambahkan satu kejadian semu pada awal suatu Network, satu kejadian semu pada akhir Network, dan kegiatan-kegiatan semu yang menghubungkan kejadian awal dan kejadian akhir dengan kejadian-kejadian di dalam Network, apabila Network dimulai atau diakhiri oleh beberapa kejadian.

Contoh :

Misalnya dalam pembuatan sepatu.



Gambar 7

- ① Kejadian awal dari kegiatan b dan X
- ② Kejadian semu, akhir dari kegiatan semu
- ③ Kejadian akhir, dari kegiatan a,b dan kejadian awal, dari kegiatan c.
- ④ Kejadian akhir, dari kegiatan c.

- - α - - \rightarrow kegiatan semu α

\xrightarrow{a} proses pembuatan bagian atas sepatu

\xrightarrow{b} proses pembuatan bagian bawah sepatu

\xrightarrow{c} proses perakitan sepatu

- Proses produksi C belum bisa dimulai jika proses a dan b belum selesai.
- Proses produksi a belum bisa diproduksi jika proses α belum selesai.
- Proses semu ditambahkan agar definisi 11 dapat terpenuhi.

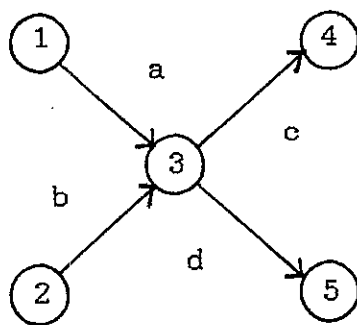
c. Untuk menunjukkan urutan pekerjaan yang tepat.

Contoh :

Ada 4 proses produksi a,b,c,d.

- Proses a, mendahului proses c.
- Proses b, mendahului proses c. dan

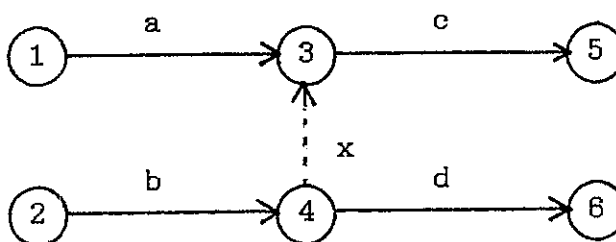
- Proses c, mendahului proses d.



Gambar 8

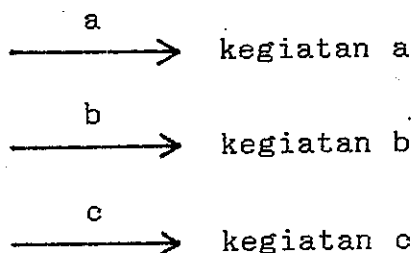
Gambar 8 salah. Sebab seolah-olah proses produksi harus didahului oleh proses produksi a.

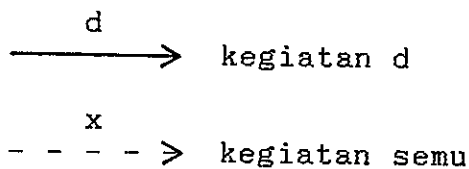
Yang benar adalah :



gambar 9

- ① Kejadian awal dari kegiatan a.
- ② Kejadian awal dari kegiatan b.
- ③ Kejadian awal dari kegiatan c, kejadian akhir kegiatan x.
- ④ Kejadian akhir dari kegiatan b, kejadian awal kegiatan x, d.
- ⑤ Kejadian akhir dari kegiatan c.
- ⑥ Kejadian akhir dari kegiatan d.





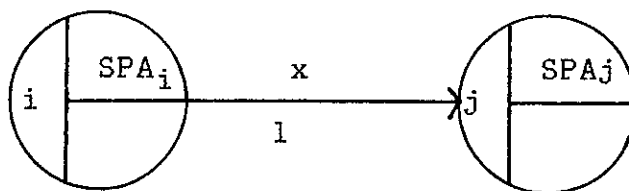
Pada gambar terlihat bahwa proses produksi b sesudah melalui proses semu x baru melakukan proses c. Dan proses d hanya didahului oleh proses b saja.

2.5.2. Saat Paling Awal (SPA)

DEFINISI 12 :

Saat paling awal adalah saat paling awal suatu peristiwa mungkin terjadi dan tidak mungkin terjadi sebelumnya.

Gunanya adalah untuk mengetahui saat paling awal mulai melaksanakan kegiatan-kegiatan sesudah peristiwa yang bersangkutan.



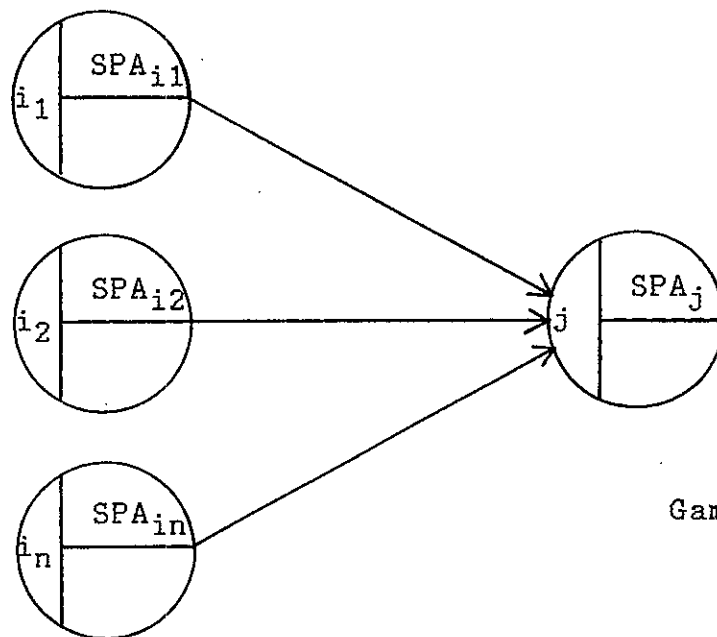
Gambar 10

- : Peristiwa awal i dan mempunyai saat paling awal SPA_i
- : Peristiwa akhir j dan mempunyai saat paling awal SPA_j
- : Proses produksi x dan lama kegiatannya l.

DEFINISI 13 :

Saat paling awal suatu peristiwa dapat mulai adalah jumlah antara saat paling awal dari peristiwa sebelumnya dan lama kegiatan.

Adakalanya beberapa kegiatan berakhir pada satu peristiwa :

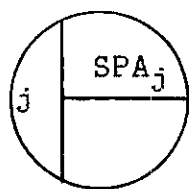


Gambar 11

i_1 SPA_{i_1} Peristiwa i_1 , dengan Saat Paling Awal SPA_{i_1}

i_2 SPA_{i_2} Peristiwa i_2 , dengan Saat Paling Awal SPA_{i_2}

i_n SPA_{i_n} Peristiwa i_n , dengan Saat Paling Awal SPA_{i_n}



Peristiwa j , dengan Saat Paling Awal SPA_j

$\xrightarrow[l_1]{X_1}$ kegiatan X_1 dengan lama kegiatan l_1

$\xrightarrow[l_2]{X_2}$ kegiatan X_2 dengan lama kegiatan l_2

$\xrightarrow[l_n]{x_n}$ kegiatan x_n dengan lama kegiatan l_n

DEFINISI 14 :

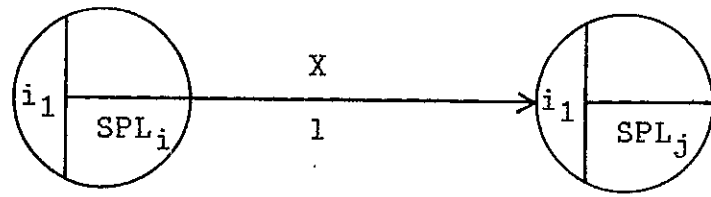
Saat awal dari peristiwa akhir adalah jumlah maximum antara saat paling awal dari peristiwa awal dan lama kegiatan.

2.5.3. Saat Paling Lambat (SPL)

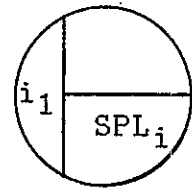
DEFINISI 15 :

Saat paling lambat adalah suatu peristiwa boleh terjadi dan tidak boleh sesudahnya (meskipun itu mungkin) sehingga pekerjaan mungkin selesai pada waktu yang direncanakan.

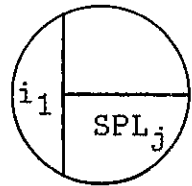
Manfaat ditetapkannya SPL setiap peristiwa yang ada dalam sebuah network diagram adalah untuk mengetahui Saat Paling Lambat selesainya semua kegiatan yang menuju peristiwa bersangkutan, agar pekerjaan masih dapat selesai pada waktu yang direncanakan.



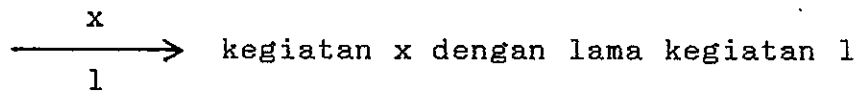
Gambar 12



peristiwa awal i , dengan saat paling lambat SPL_i



peristiwa akhir j , dengan saat paling lambat SPL_j

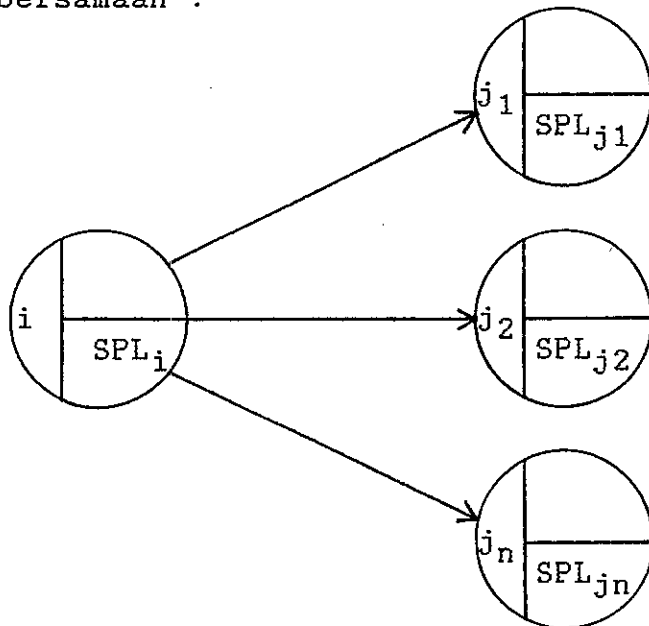


kegiatan x dengan lama kegiatan l

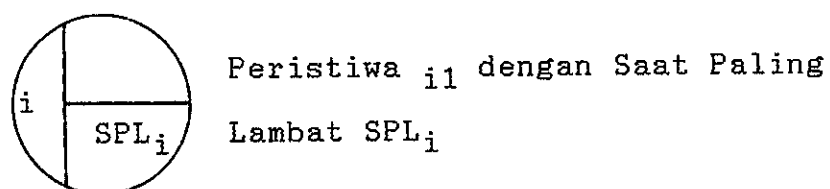
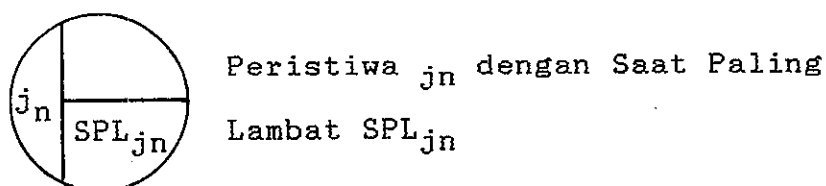
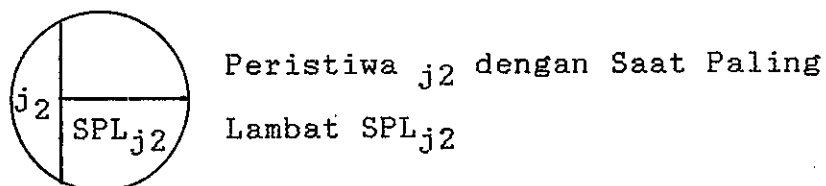
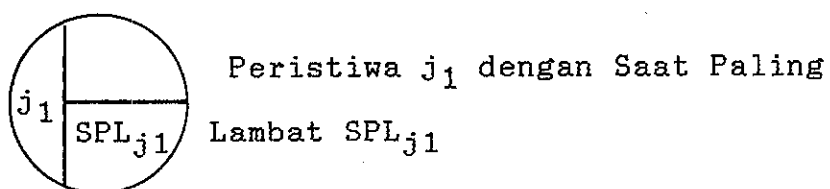
DEFINISI 16 :

Saat paling lambat suatu peristiwa adalah selisih antara saat paling lambat peristiwa sesudahnya dan lama kegiatan.

Untuk proses produksi yang mempunyai awal bersamaan :



Gambar 13



$\xrightarrow[l_1]{X_1}$ kegiatan X_1 , dengan lama kegiatan l_1

$\xrightarrow[l_2]{X_2}$ kegiatan X_2 , dengan lama kegiatan l_2

$\xrightarrow[l_n]{X_n}$ kegiatan X_n , dengan lama kegiatan l_n

DEFINISI : 17

Saat paling lambat dari peristiwa awal yang mempunyai beberapa peristiwa akhir adalah selisih minimum antara saat paling lambat dari peristiwa akhir dan lama kegiatan.

2.5.4. Jalur Kritis (Lintasan Kritis)

DEFINISI 18 :

Jalur adalah satu rangkaian kegiatan yang menghubungkan secara terusan dari

permulaan sampai akhir pekerjaan.

DEFINISI 19 :

Jalur kritis adalah jalur yang terpanjang dari kegiatan awal sampai kegiatan akhir dengan waktu yang terpendek untuk menyelesaikan semua kegiatan.

Pada jalur kritis ini terdapat kegiatan kritis dan peristiwa kritis.

DEFINISI 20 :

Kegiatan kritis adalah kegiatan yang sangat peka terhadap keterlambatan.

DEFINISI 21 :

Peristiwa kritis adalah peristiwa yang tidak mempunyai tenggang waktu.

THEOREMA 2 :

Pada lintasan kritis berlaku, setiap peristiwa kritisnya mempunyai SPA dan SPL yang sama.

BUKTI :

Pada akhir kegiatan (Pada Peristiwa Akhir)
SPA dan SPLnya sama. $SPA = SPL$

$$SPA_z = SPL_z$$

Menurut Definisi 13 :

Saat Paling Awal adalah jumlah antara Saat Paling Awal dari peristiwa sebelumnya dan lama kegiatan.

$$SPA_z = SPA_{z-1} + l$$

Menurut Definisi 16 :

Saat Paling Lambat adalah selisih antara Saat Paling Lambat dari Peristiwa sesudahnya dengan lama kegiatan.

$$SPL_{z-1} = SPL_z - 1$$

$$SPL_z = SPL_{z-1} + 1$$

Karena $SPA_z = SPL_z$. Maka

$$SPA_{z-1} = SPL_{z-1} \dots\dots\dots (1)$$

Menurut Definisi 13 :

Saat Paling Awal adalah jumlah antara Saat Paling Awal dari peristiwa sebelumnya dan lama kegiatan.

$$SPL_i = SPL_j - 1$$

$$SPL_j = SPL_{z-1}$$

$$SPL_j = SPL_i + 1$$

$$\text{Karena } SPA_{z-1} = SPL_{z-1} \dots\dots\dots (1)$$

$$\text{Maka } SPA_j = SPL_j$$

$$\text{Akibatnya } SPA_i = SPL_i$$

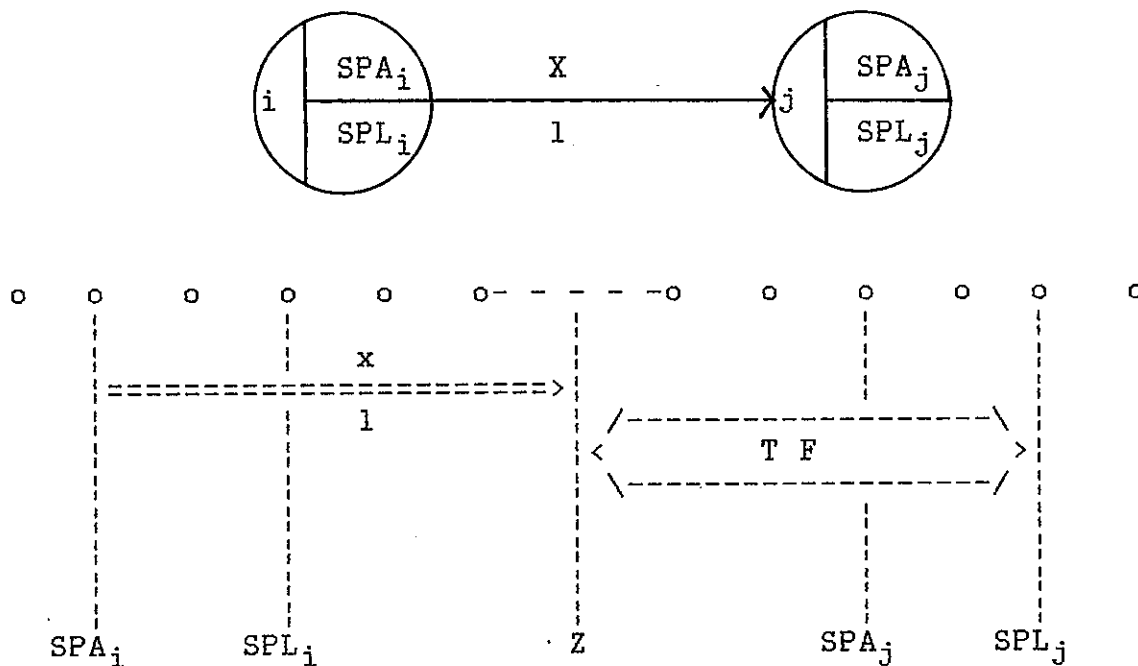
Jadi Pada Lintasan Kritis setiap peristiwanya (peristiwa kritis) mempunyai SPA dan SPL yang sama.

2.5.5. Total Float (Tenggang Waktu Total)

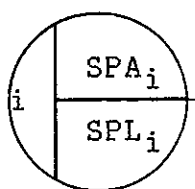
DEFINISI 22 :

Total Float (Tenggang Waktu) adalah jangka waktu antara Saat Paling Lambat dari peristiwa akhir kegiatan yang bersangkutan dengan saat selesainya kegiatan yang bersangkutan, bila

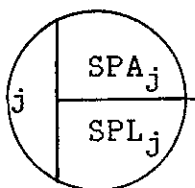
kegiatan tersebut dimulai pada Saat Paling Awal peristiwa awalnya.



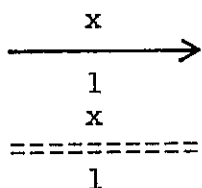
Gambar 14



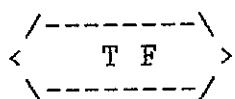
: Peristiwa sebelum produksi, dengan saat paling awal SPA_i dan saat paling lambat SPL_i .



: Peristiwa sesudah produksi, dengan saat paling awal SPA_j dan saat paling lambat SPL_j .



: Proses produksi x dengan lama produksi L



: Total Float (Tenggang waktu total)

Z : Saat selesainya proses produksi, bila

kegiatan tersebut dimulai pada saat paling awal peristiwa awalnya.

Menurut definisi 22 dapat diturunkan rumus :

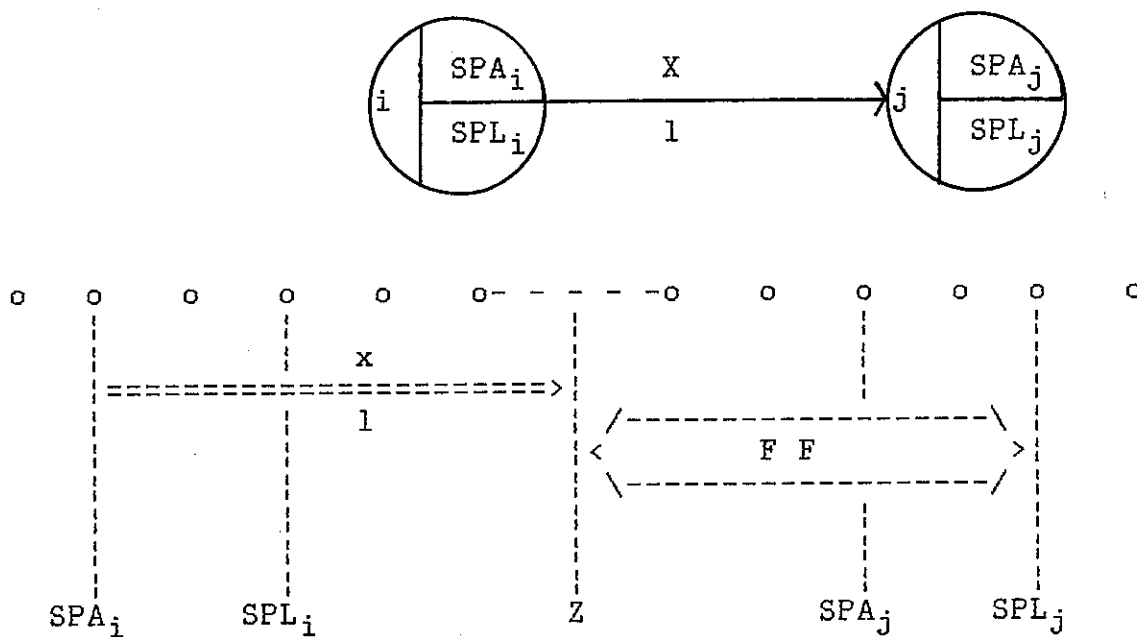
RUMUS 10 :

$$T F = SPL_j - l - SPA_i$$

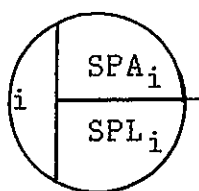
2.5.6. Free Float (Tenggang Waktu Bebas)

DEFINISI 23 :

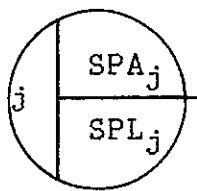
Free float (tenggang waktu bebas) adalah jangka waktu antara Saat Paling Awal peristiwa akhir kegiatan yang bersangkutan dengan saat selesainya kegiatan yang bersangkutan, bila kegiatan tersebut dimulai pada saat paling awal peristiwa awalnya.



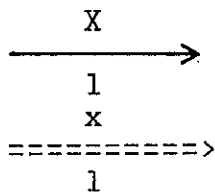
Gambar 15



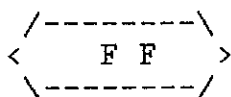
Peristiwa awal i , dengan Saat Paling Awal SPA_i dan Saat Paling Lambat SPL_i .



: Peristiwa akhir j , dengan Saat Paling Awal SPA_j dan Saat Paling Lambat SPL_j .



: Proses produksi X dengan lama produksi L



: Free Float (Tenggang Waktu Bebas)

Z : Saat selesainya kegiatan X, bila kegiatan X dimulai pada Saat Paling Awal peristiwa awal i .

Menurut Definisi 23, dapat diturunkan rumus :

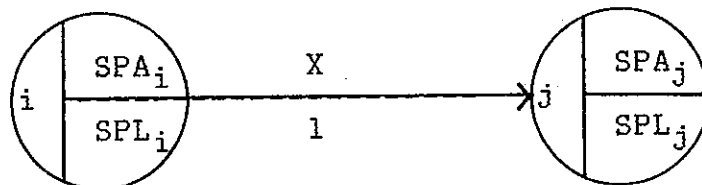
RUMUS 11 :

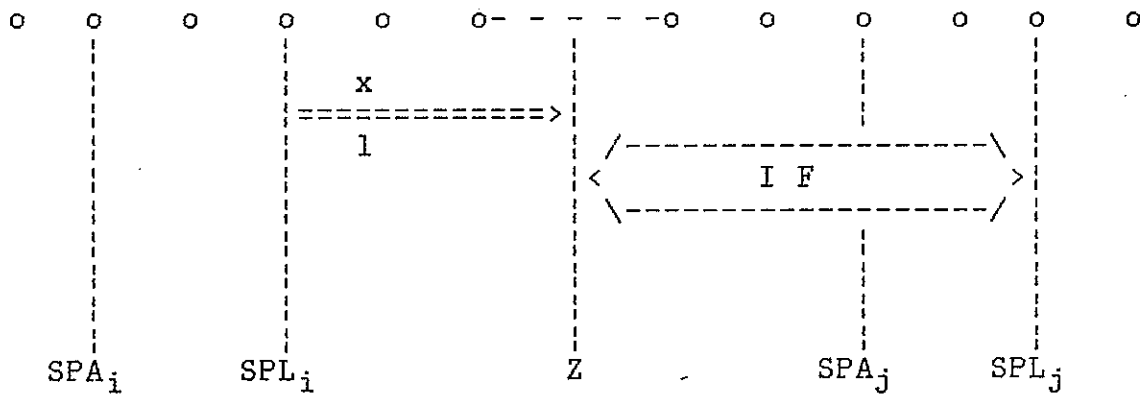
$$FF = SPA_j - l - SPA_i.$$

2.5.7. INDEPENDENT FLOAT

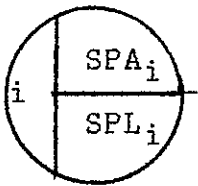
DEFINISI 24 :

Independent Float adalah jangka waktu Saat Paling Awal peristiwa akhir kegiatan yang bersangkutan dengan saat selesainya kegiatan yang bersangkutan, bila kegiatan tersebut dimulai pada Saat Paling Lambat Peristiwa awalnya.

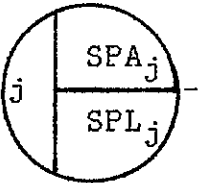




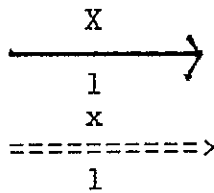
Gambar 16



Peristiwa awal i dengan Saat Paling Awal
 SPA_i dan Saat Paling Lambat SPL_i

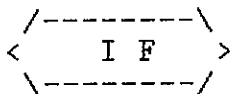


Peristiwa akhir j dengan Saat Paling Awal
 SPA_j dan Saat Paling Lambat SPL_j



: Kegiatan X dengan lama kegiatan L

Z : Saat selesainya kegiatan X, bila kegiatan X dimulai pada Saat Paling Lambat peristiwa awalnya.



: Independent Float.

Menurut definisi 24, dapat diturunkan rumus :

RUMUS 12 :

$$IF = SPA_j - l - SPL_i$$