Bab V

KESIMPULAN.

1. Barisan random variabel $\{X_n\}$ konvergen dalam probabilitas ke X untuk $n \longrightarrow \infty$, kita tulis $X_n \xrightarrow{P} X$ jika untuk $\forall \varepsilon > 0$ berlaku $\lim\limits_{n \to \infty} P(|X_n - X| > \varepsilon) = 0$

   Karena $P(|X_n - X| > \varepsilon) + P(|X_n - X| \leqslant \varepsilon) = 1$, maka $X_n \xrightarrow{P} X$ adalah ekivalent dengan $\lim\limits_{n \to \infty} P(|X_n - X| \leqslant \varepsilon) = 1$

   Demikian juga, jika $\lim\limits_{n \to \infty} P(|X_n - X| > \varepsilon) = 0$ untuk setiap $\varepsilon > 0$, maka jelas $\lim\limits_{n \to \infty} P(|X_n - X| \geqslant \varepsilon) = 0$

2. Barisan random variabel $\{X_n\}$ dikatakan konvergen hampir - pasti (almost certain) ke random variabel X untuk setiap - $n \longrightarrow \infty$ yang kita tulis sebagai :

   $X_n \xrightarrow{a.c} X$ atau bhb $(\forall \varepsilon > 0)$ berlaku

   $P \lim\limits_{n \to \infty} (|X_n - X| < \varepsilon) = 1$

   karena : $P(|X_n - X| > \varepsilon) + P(|X_n - X| \leqslant \varepsilon) = 1$; maka $\lim\limits_{n \to \infty} P(|X_n - X| > \varepsilon) = 0$. Hal ini dapat disimpulkan bahwa, jika $X_n \xrightarrow{a.c} X$; maka $X_n \xrightarrow{P} X$

3. Barisan random variabel $\{X_n\}$ dikatakan konvergen dalam distribusi ke X untuk setiap $n \longrightarrow \infty$, kita tulis $X_n \xrightarrow{d} X$: jika fungsi distribusi $F_n(x)$ dari X_n konvergen ke fungsi distribusi $F(x)$ dari X yang kita tulis sebagai $F_n(x) \longrightarrow F(x)$ untuk-

setiap $x \in R$ dimana F kontinu. Jadi $X_n \xrightarrow{d} X$ berarti - bahwa untuk setiap $\varepsilon > 0$ dan setiap X dimana F kontinu terdapat $N(\varepsilon, x)$ sedemikian hingga untuk setiap $n \geqslant N(\varepsilon, x)$ berlaku $| F_n(x) - F(x) | < \varepsilon$.

4. Dari ketiga model konvergensi tersebut diatas dapatlah kiranya diambil hubungan yang dapat disajikan dengan diagram sebagai - berikut.

Konvergen hampir pasti $\Longrightarrow$ konvergen dalam probabilitas - $\Longrightarrow$ konvergen dalam distribusi.

5. Terdapatlah korespondensi satu-satu antara fungsi karakteris - tik dengan fungsi distribusi dari suatu random variabel X.

6. Jika X berdistribusi $N(\mu, \sigma^2)$, maka fungsi karakteristik nya yaitu :

$\phi_X(t) = e^{it\mu - \frac{\sigma^2 t^2}{2}}$; khususnya jika X adalah N(0,1) maka-

$\phi_X(t) = e^{-\frac{t^2}{2}}$. Dari sini dapat disimpulkan bahwa, jika X adalah $N(\mu, \sigma^2)$, maka $\frac{(X - \mu)}{\sigma}$ adalah N (0,1).

7. Khusus jika X berdistribusi cauchy dengan $\mu = 0$ dan $\sigma = 1$, maka :

$\phi_X(t) = e^{-|t|}$. Dari sini karena $\frac{d}{dt} \phi_X(t) \Big]_{t=0}$ dan $\frac{d^2}{dt^2} \phi_X(t) \Big]_{t=0}$

tidak ada, ini berarti $E[X]$ dan $E[X^2]$ tidak ada (momen pertama dan momen kedua dari X tidak ada) hingga varianpun nggak bisa diketemukan.