

---

Halaman Pengesahan

---

Lembar I

---

Judul Skripsi : Estimasi Komponen Varians pada Model Random Klasifikasi Satu  
Arah dengan Metode REML

Nama : Waryanto

NIM : J101941052

Tanggal lulus Ujian : 24 Maret 1999

Fakultas Matematika dan  
Ilmu pengetahuan Alam



Semarang, April 1999

Panitia Ujian Sarjana Jurusan  
Matematika

Ketua



Dra. Sintarsih  
NIP. 130 810 732

---

Lembar II

---

**ESTIMASI KOMPONEN VARIANS PADA MODEL RANDOM KLASIFIKASI  
SATU ARAH DENGAN METODE REML**

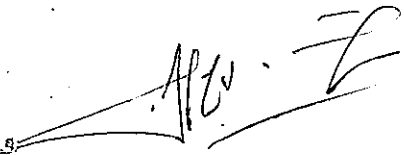
Nama : Waryanto

NIM : J101941052

Telah diujikan pada Ujian Sarjana pada tanggal 24 Maret 1999 dan telah dinyatakan  
lulus.

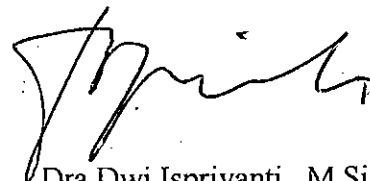
Semarang, April 1999

Pembimbing Utama



Dra. Sintarsih  
NIP. 130 259 899

Pembimbing Anggota



Dra. Dwi Ispriyanti, M.Si.  
NIP. 131 626 755

## KATA PENGANTAR

Segala Puji Syukur kami panjatkan kehadirat Allah SWT yang Maha Rohman dan Maha Rohim sehingga kami dapat menyusun Tugas Akhir ini. Sholawat dan salam semoga tetap tercurah kepada Rosululloh S.A.W., nabi penutup akhir zaman.

Tugas Akhir ini berjudul Estimasi Komponen Varians pada Model Random Klasifikasi Satu Arah dengan Metode REML, disusun guna melengkapi syarat untuk mendapatkan gelar sarjana strata satu pada jurusan Matematika Universitas Diponegoro.

Mengingat terbatasnya kemampuan dan keterbatasan pengetahuan kami tentunya Tugas Akhir ini masih jauh dari sempurna. Maka dari itu kami sangat mengharapkan saran dan kritiknya guna kesempurnaan Tugas Akhir ini.

Pada kesempatan ini perkenankanlah penulis mengucapkan terima kasih kepada:

1. Ibu Dra. Hj. Sriani Hendarko, SU selaku Dekan FMIPA Universitas Diponegoro beserta seluruh stafnya.
2. Ibu Dra. Sintarsih selaku Pembimbing Utama yang telah berkenan memberikan bimbingan dan pengarahan kepada kami, sehingga Tugas Akhir ini dapat terselesaikan.
3. Ibu Dra. Dwi Ispriyanti, M.Si selaku pembimbing II yang telah memberikan bimbingan dan pengarahan kepada kami.
4. Bapak Drs. Harjito selaku Ketua Jurusan Matematika FMIPA Universitas Diponegoro.

5. Bapak dan Ibu Dosen Jurusan Matematika FMIPA Universitas Diponegoro dimana penulis mendapatkan ilmu selama penulis menuntut ilmu di jurusan Matematika FMIPA Universitas Diponegoro.
6. Keluarga tercinta yang selalu memberikan dukungan baik secara material maupun spiritual sehingga Tugas Akhir ini dapat terselesaikan.
7. Rekan-rekan Math '94 dan rekan-rekan di Rohis FMIPA serta ikhwah di Hizbul 'Adalah yang telah banyak memberi dukungan.
8. Semua rekan-rekan yang tidak dapat kami sebutkan satu per satu yang telah banyak memberikan dukungan atas terselesaikannya Tugas Akhir ini.

Semarang, Maret 1999

Penulis

## DAFTAR ISI

	Halaman
Halaman Judul .....	i
Halaman Pengesahan .....	ii
Kata Pengantar .....	iv
DAFTAR ISI .....	vi
ABSTRAK .....	viii
ABSTRACT .....	ix
DAFTAR GAMBAR .....	x
DAFTAR LAMPIRAN .....	xi
NOTASI DAN SINGKATAN .....	xii
BAB I PENDAHULUAN	
1.1. Latar Belakang Masalah .....	1
1.2. Permasalahan .....	3
1.3. Tujuan Penulisan .....	4
1.4. Pembatasan Masalah .....	4
1.5. Sistematika Penulisan .....	4
BAB II KONSEP DASAR	
2.1. Model Random Klasifikasi Satu Arah .....	6
2.2. Formulasi Matrik pada Model Random .....	11
2.2.a. Vektor Jumlahan .....	12
2.2.b. Matrik Jumlahan dan Perkalian Kronecker .....	16
2.2.c. Matrik Dispersi .....	19

2.3. Estimasi Parameter ANOVA pada Data Seimbang .....	21
2.4. Distribusi Normal .....	25
BAB III ESTIMASI KOMPONEN VARIANS DENGAN METODE MAKSIMUM LIKELIHOOD DAN REML	
3.1. Estimasi Maksimum Likelihood .....	28
3.2. Estimasi Maksimum Likelihood Terbatas (REML) .....	39
3.3. Perbandingan REML dengan Maksimum Likelihood dan ANOVA ....	44
BAB IV PENERAPAN ESTIMASI KOMPONEN VARIANS	
4.1. Rancangan Percobaan .....	46
4.2. Deskripsi Data Percobaan .....	47
4.3. Analisis <i>Output</i> Data .....	50
4.4. Estimasi Parameter ANOVA , Komponen Varians ML dan REML ....	51
BAB V KESIMPULAN .....	53
DAFTAR PUSTAKA .....	54
LAMPIRAN .....	57

## DAFTAR LAMPIRAN

	Halaman
1. Tabel ANOVA untuk klasifikasi satu arah dengan data seimbang .....	57
2. Tabel data hasil percobaan kecepatan mengetik ( dalam kata per menit) pada pengetikan alenia contoh .....	57
3. Deskripsi statistik data percobaan papan ketik <i>Brand</i> .....	58
4. Stem-Leaf Plot data percobaan papan ketik <i>Brand</i> .....	59
5. Histogram data percobaan papan ketik <i>Brand</i> .....	60
6. Box Plot data percobaan papan ketik <i>Brand</i> .....	61
7. Q – Q Plot untuk uji normalitas data percobaan papan ketik <i>Brand</i> .....	62
8. Tabel uji normalitas Shapiro – Wilks dan Liliefors data percobaan papan ketik <i>Brand</i> .....	63
9. Tabel ANOVA data percobaan papan ketik <i>Brand</i> .....	63
10. Uji Wilayah Berganda Duncan untuk perbandingan mean kelompok dalam data percobaan papan ketik <i>Brand</i> .....	63
11. Uji Levene untuk hogenitas varians dalam data percobaan papan ketik <i>Brand</i> .....	64
12. Tabel persentase titik distribusi $-F$ .....	65

## DAFTAR GAMBAR

	<b>Halaman</b>
1. Kuadran positif untuk $\lambda = \sigma_e^2 + n \sigma_\alpha^2$ , bidang $(\lambda, \sigma_e^2)$ dengan garis $\lambda = \sigma_e^2$ , daerah layak, dan titik penyelesaian $(\hat{\lambda}, \hat{\sigma}_e^2)$ yang bukan dalam daerah layak .....	36
2. Kurva distribusi normal dengan <i>kurtosis</i> dan <i>skewness</i> dari deskripsi statistik data .....	47
3. Boxplot dan penjelasannya .....	48



## NOTASI DAN SINGKATAN

$\alpha$	taraf suatu uji
$\alpha_i$	efek perlakuan ke- $i$
$\text{Cov}(\cdot, \cdot)$	operator kovarians
$\delta$	delta Kronecker
$E(\cdot)$	operator ekspektasi
$e_{ij}$	galat ke- $j$ pada kelas ke- $i$
$f_{X_1, X_2, \dots, X_n}(x_1, x_2, \dots, x_n)$	fungsi densitas probabilitas bersama
$f_{X_1, X_2, \dots, X_n}(x_1, x_2, \dots, x_n; \theta)$	fungsi densitas probabilitas bersama parameter $\theta$
$F_{n_1, n_2; \alpha}$	distribusi $-F$ dengan derajat bebas $n_1$ dan $n_2$ taraf nyata $\alpha$
$H_A$	hipotesis tandingan
$H_0$	hipotesis nol
i.i.d. $(0, \sigma_\alpha^2)$	distribusi yang saling bebas dan identik dengan mean 0 dan varians $\sigma_\alpha^2$
i.i.d. $(0, \sigma_e^2)$	distribusi yang saling bebas dan identik dengan mean 0 dan varians $\sigma_e^2$
$l(\mu, \mathbf{V}   \mathbf{y})$	fungsi likelihood untuk parameter $\mu$ dan $\mathbf{V}$ dengan $\mathbf{y}$ diketahui
$l(\sigma_\alpha^2, \sigma_e^2   \text{SSA}, \text{SSE})$	fungsi maksimum likelihood terbatas (REML)

$\mu$	mean keseluruhan
$\mu$	mean tingkat faktor
$\hat{\mu}$	penyelesaian persamaan likelihood untuk parameter $\mu$
$\tilde{\mu}$	estimator maksimum likelihood untuk parameter $\mu$
$N(\mu, \sigma^2)$	distribusi normal dengan mean $\mu$ dan varians $\sigma^2$
$N(\mu, V)$	distribusi normal multivariat dengan vektor mean $\mu$ dan matrik varians-kovarians $V$
$\oplus$	operator penjumlahan Kronecker matrik
$\otimes$	operator perkalian Kronecker matrik
$\sigma_\alpha^2$	variens efek (perlakuan)
$\hat{\sigma}_\alpha^2$	estimator ANOVA untuk parameter $\sigma_\alpha^2$
$\tilde{\sigma}_\alpha^2$	estimator maksimum likelihood untuk parameter $\sigma_\alpha^2$
$\tilde{\sigma}_{\alpha,R}^2$	estimator REML untuk parameter $\sigma_\alpha^2$
$\hat{\sigma}_\alpha^2$	penyelesaian persamaan likelihood untuk parameter $\sigma_\alpha^2$
$\hat{\sigma}_{\alpha,R}^2$	penyelesaian persamaan untuk parameter $\sigma_\alpha^2$
$\sigma_e^2$	variens galat
$\hat{\sigma}_e^2$	estimator ANOVA untuk parameter $\sigma_e^2$
$\tilde{\sigma}_e^2$	estimator maksimum likelihood untuk parameter $\sigma_e^2$
$\tilde{\sigma}_{e,R}^2$	estimator REML untuk parameter $\sigma_e^2$

$\dot{\sigma}_e^2$	penyelesaian persamaan likelihood untuk parameter $\sigma_e^2$
$\dot{\sigma}_{e,R}^2$	penyelesaian persamaan untuk parameter $\sigma_e^2$
$\sigma_y^2$	varians pengamatan
<i>SSA</i>	jumlah kuadrat perlakuan ( <i>sum of square affect</i> )
<i>SSE</i>	jumlah kuadrat galat ( <i>sum of square error</i> )
<i>SSTm</i>	jumlah karat total terkoreksi ( <i>sum of square totally corrected by mean</i> )
$\text{Var}(\cdot)$	operator varians
$y_{ij}$	pengamatan ke- <i>j</i> pada kelas ke- <i>i</i>