

BAB II

DASAR TEORI

2.1. Teori Peluang

Definisi 2.1.1.

Gugus semua hasil yang mungkin dari suatu percobaan statistika disebut ruang sampel yang dinyatakan dengan lambang S .

Definisi 2.1.2.

Peluang suatu kejadian A ($P(A)$) adalah jumlah bobot semua titik sampel yang termasuk A sehingga :

$$0 \leq P(A) \leq 1, \quad P(\emptyset) = 0 \text{ dan } P(S) = 1$$

Definisi 2.1.3.

Misalkan x suatu peubah acak dengan distribusi peluang $f(x)$, nilai harapan matematik dari x adalah :

$$E(x) = \begin{cases} \sum_{i=1}^n xf(x), & \text{bila } x \text{ diskret} \\ \int_{-\infty}^{\infty} xf(x)dx, & \text{bila } x \text{ kontinyu.} \end{cases}$$

Distribusi seragam merupakan distribusi yang paling sederhana untuk variabel random kontinyu. Dalam distribusi ini semua peubah acaknya memiliki peluang yang sama. Bila peubah acak x memiliki harga $x = x_1, x_2, \dots, x_k$ maka distribusi seragam diskret dinyatakan sebagai berikut :

$$f(x, k) = \frac{1}{k}, \quad x = x_1, x_2, \dots, x_k$$

Theorema 2.1.1.

Rataan dari distribusi seragam diskret $f(x, k)$ adalah :

$$\mu = \frac{\sum_{i=1}^k x_i}{k}$$

Bukti

$$\begin{aligned} \mu &= E(X) \\ &= \sum_{i=1}^k x_i f(x, k) \\ &= \sum_{i=1}^k \frac{x_i}{k} \\ &= \frac{\sum_{i=1}^k x_i}{k} \end{aligned}$$

2.2. String dan Pengkodean Bilangan Biner

Secara informal pengertian dari string adalah barisan dari karakter-karakter.

Definisi 2.2.1.

Alfabet atau sering dilambangkan dengan Σ adalah himpunan dari simbol-simbol.

Definisi 2.2.2.

String adalah barisan berhingga dari elemen-elemen yang terdapat dalam Σ .

Sistem bilangan dikarakteristikan oleh bilangan dasar (*radix*)- r , yang merupakan bilangan integer lebih besar dari 1, dan serangkaian digit-digit r .

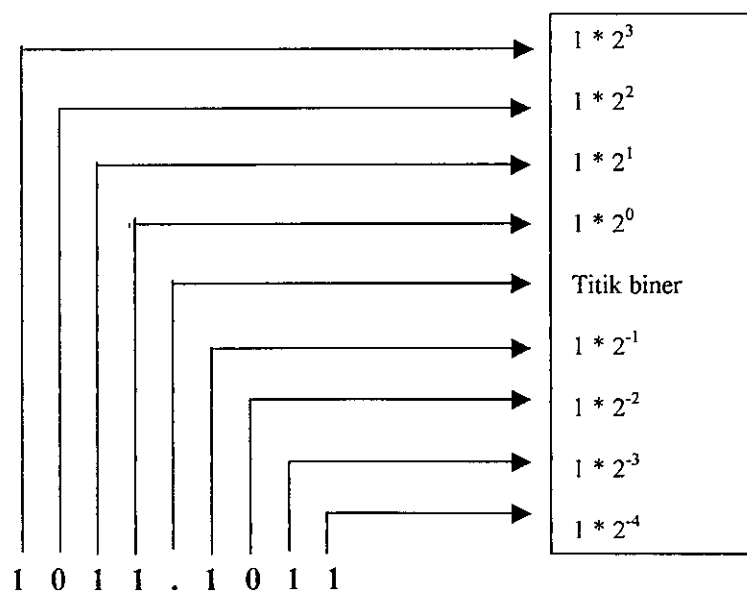
Bilangan integer $(N)_r$ dapat direpresentasikan dengan urutan digit yang terbatas seperti disajikan sebagai berikut :

$$\begin{aligned}
 (N)_r &= \left(\prod_{i=0}^{r-1} b_i \right)_r \\
 &= (b_{r-1}b_{r-2}\dots b_1b_0)_r
 \end{aligned}
 \quad \left. \vphantom{\begin{aligned} (N)_r &= \left(\prod_{i=0}^{r-1} b_i \right)_r \\ &= (b_{r-1}b_{r-2}\dots b_1b_0)_r \end{aligned}} \right\} \dots\dots\dots(2.2.1)$$

dengan b_i adalah bilangan integer sehingga $0 \leq b_i \leq r-1$, setiap b_i adalah digit bilangan N dan i menunjukkan panjang string. Nilai numerik bilangan biner yang direpresentasikan dalam string digit 2.2.1 ditentukan dengan :

$$b_{i-1}r^{i-1} + b_{i-2}r^{i-2} + \dots + b_1r^1 + b_0r^0 = \sum_{i=0}^{r-1} b_i r^i \dots\dots\dots(2.2.2)$$

Sistem bilangan biner adalah sistem bilangan dengan radix-2 karena hanya ada dua simbol yang dipergunakan. Notasi bilangan biner dituliskan dalam bentuk string yang dibentuk dari alfabet 0 dan 1 dinotasikan dengan $G\{0,1\}$. Posisi nilai bilangan biner baik pecahan maupun integer digambarkan sebagai berikut :



Gambar 2.2.1. Representasi String Biner

Masing-masing nilai 1 maupun 0 dinamakan bit. Pada gambar 2.2.1 maka deretan bilangan biner 1011:1011 terdiri dari 8 bit. Posisi bit disebelah kiri titik biner dinyatakan dengan 2^{n-1} dengan n adalah jumlah bit disebelah kiri titik biner. Sedangkan posisi bit disebelah kanan titik biner dinyatakan dengan 2^m , dengan m adalah jumlah bit yang ada di sebelah kanan titik biner.

Untuk mengkonversi bilangan biner ke dalam bilangan desimal disini digunakan metode konversi secara langsung. Pada metode ini bilangan biner secara langsung dikonversikan ke dalam bilangan desimal sesuai posisi masing-masing bit. Langkah-langkah yang digunakan pada metode ini adalah :

1. Susun bilangan biner dalam bentuk kolom menurun.
2. Kemudian kalikan bilangan biner tersebut dengan 2^n mulai dari posisi bit yang teratas, dengan $n = 0,1,2,\dots$ adalah jumlah bitnya.
3. Jumlahkan total perkalian yang dihasilkan pada langkah 2 dan didapat bilangan desimal yang dimaksud.

Contoh 2.2.3.

Konversikan 101101 ke dalam bilangan desimal dengan metode langsung.

Penyelesaian :

Diketahui jumlah bitnya adalah 6 sehingga $n = 6$, bilangan biner 101101 disusun menurun sebagai berikut :

$$1 \Rightarrow 1 * 2^5 = 32$$

$$1 \Rightarrow 0 * 2^4 = 0$$

$$1 \Rightarrow 1 * 2^3 = 8$$

$$1 \Rightarrow 1 * 2^2 = 4$$

$$1 \Rightarrow 0 * 2^1 = 0$$

$$1 \Rightarrow 1 * 2^0 = 1$$

$$\frac{\quad}{45} +$$

2.3. Algoritma

2.3.1. Pengertian Algoritma

Algoritma berasal dari kata *algoris* dan *ritmis* yang diperkenalkan pertama kali oleh Abu Ja'far Ibnu Musa Al Khawarismi. Secara umum algoritma adalah suatu urutan dari barisan langkah-langkah yang digunakan untuk menyelesaikan suatu masalah.

Dalam bidang pemrograman algoritma didefinisikan sebagai metode khusus yang terdiri dari serangkaian langkah yang terstruktur dan dituliskan secara sistematis yang akan dikerjakan untuk menyelesaikan suatu masalah dengan bantuan komputer. Hubungan antara masalah, algoritma, dan solusi digambarkan dalam bagan sebagai berikut :



Gambar 2.3.1. Hubungan antara Masalah, Algoritma dan Solusi

Dalam bagan tersebut terlihat bahwa algoritma digunakan untuk memecahkan suatu permasalahan agar menghasilkan suatu solusi.

Suatu algoritma harus memenuhi beberapa kriteria sebagai berikut :

1. Adanya output

Suatu algoritma harus mempunyai output yang merupakan solusi dari masalah yang ada.

2. Efektif dan efisien

Algoritma dikatakan efektif jika algoritma tersebut menghasilkan solusi yang sesuai dengan masalah yang diselesaikan (tepat guna). Dan dikatakan efisien jika waktu proses algoritma tersebut relatif singkat dan penggunaan memorinya relatif kecil.

3. Jumlah langkah berhingga

Banyaknya langkah atau instruksi dalam suatu algoritma harus berhingga, jika tidak maka proses yang dikerjakan akan membutuhkan waktu yang lama.

4. Berakhir

Proses pencarian solusi dari suatu masalah harus berakhir.

Algoritma dapat dinyatakan dalam beberapa bentuk dan cara yaitu sebagai berikut :

1. Bahasa tingkat rendah

Algoritma ditulis dalam bentuk bahasa sehari-hari.

2. *Pseudocode* (code semu)

Algoritma dinyatakan dengan perintah bahasa pemrograman tertentu dan ditambah dengan bahasa alamiah.

3. Bagan alir (*flowchart*)

Algoritma ditulis dalam bentuk diagram alir atau simbol.

2.3.2. Pengertian Algoritma Genetika

Algoritma genetika merupakan sebuah algoritma pencarian yang dikembangkan oleh De Jong dan diteruskan oleh Goldberg, berdasarkan mekanika seleksi alami dan genetika dalam teori evolusi [GOLD89].

Prinsip evolusi melalui seleksi alami yang dicetuskan oleh Charles Darwin adalah sebagai berikut :

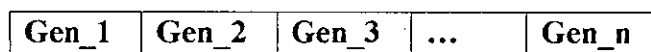
1. Setiap individu cenderung menurunkan sifat-sifatnya kepada keturunannya.
2. Alam membentuk individu-individu dengan sifat yang berbeda-beda.
3. Individu-individu yang beradaptasi dengan baik dan memiliki sifat-sifat yang baik cenderung memiliki keturunan lebih banyak daripada individu yang memiliki sifat yang kurang baik maupun tidak baik. Mereka kemudian mendominasi populasi sehingga secara keseluruhan menuju sifat yang lebih baik.
4. Periode yang panjang variasi yang ada terakumulasi dan menyebabkan munculnya spesies baru yang berbeda.

Sesuai prinsip diatas algoritma genetika juga melibatkan individu-individu dalam suatu populasi yang mengalami evolusi selama beberapa generasi. Sehingga didapat individu dengan sifat terbaik.

2.3.3. Pengertian Kromosom dan Gen

Pada terminologi ilmu alam, kromosom merupakan pembawa materi hereditas (keturunan) makhluk hidup, yang tersusun oleh gen-gen yang membawa sifat-sifat suatu organisme. Pada sistem alami, beberapa kromosom dikombinasikan menjadi bentuk kesatuan yang dikenal sebagai organisme.

Dalam algoritma genetika bentuk kesatuan ini dikenal sebagai struktur yang akan merepresentasikan solusi alternatif. Model kromosom digambarkan pada Gambar 2.3.2 berikut :



Gambar 2.3.2. Model Kromosom

Sebuah kromosom dapat dinyatakan sebagai satu solusi. Solusi tersebut memiliki keterangan sebagai analogi dari gen-gen. Jadi dapat disimpulkan bahwa kromosom dalam sistem genetika buatan merupakan rangkaian keterangan yang menjelaskan satu solusi.

Sedangkan gen adalah informasi terkecil yang bergabung menjadi kasatuan informasi yang menjelaskan kromosom.

Gen yang menyusun kromosom ini direpresentasikan sebagai rangkaian bit-bit yang terdiri dari bit 1 dan 0. Informasi yang ada dalam gen-gen itu berupa aturan dan batasan dalam solusi yang akan dicari pada proses selanjutnya.

Perbedaan kromosom dalam sebuah populasi merepresentasikan perbedaan solusi yang mungkin. Semakin beragam komposisi gen dalam sebuah kromosom, semakin beragam pula solusi yang dihasilkan.

2.3.4. Karakteristik Algoritma Genetika

Karakteristik yang dimiliki oleh algoritma genetika sebagai prosedur pencarian alternatif selain metode kalkulus maupun numerik adalah sebagai berikut :

1. Algoritma genetika bekerja dengan pengkodean dari himpunan parameter bukan dari parameter itu sendiri.
2. Algoritma genetika melakukan pencarian pada populasi dari titik-titik yang merupakan kode dari parameter, bukan dari satu buah titik.
3. Algoritma genetika menggunakan informasi fungsi kecocokan, bukan derivatif atau pengetahuan pembantu lainnya.
4. Algoritma genetika menggunakan aturan-aturan probabilistik bukan aturan deterministik.

Dalam algoritma genetika himpunan parameter dikodekan menjadi sebuah string dengan panjang berhingga yang terdiri dari alfabet berhingga. Pengkodean yang dipakai adalah dengan menggunakan string biner yang terdiri dari bit-bit 1 dan 0. String pada genetika buatan dianalogikan sebagai kromosom dalam sistem biologis makhluk hidup.

2.3.5. Operator Algoritma Genetika

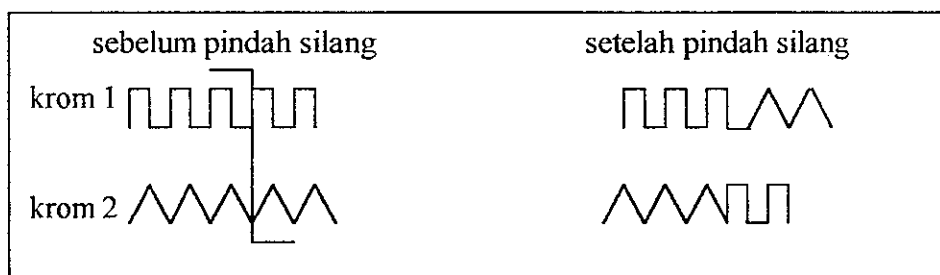
Operator yang digunakan dalam algoritma genetika adalah reproduksi, pindah silang dan mutasi. Berikut ini akan dijelaskan operator-operator tersebut :

1. Reproduksi

Operator reproduksi digunakan dalam proses penggandaan kromosom, yang terjadi sebanyak satu kali atau lebih. Proses penggandaan kromosom ini disesuaikan dengan nilai fungsi kecocokannya.

2. Pindah Silang

Operator pindah silang digunakan untuk proses pertukaran bagian dari dua kromosom. Contoh terjadinya pindah silang diperlihatkan dalam skema berikut ini :



Gambar 2.3.3. Skema Proses Pindah Silang

Dalam skema tersebut terlihat adanya perubahan materi genetik sebelum dan sesudah terjadinya pindah silang.

3. Mutasi

Pada konsep genetika dalam ilmu biologi, mutasi adalah proses berubahnya sifat beberapa gen yang ada dalam kromosom saat diturunkan. Menggunakan konsep yang analog dengan hal tersebut, mutasi dalam algoritma genetika didefinisikan sebagai proses berubahnya nilai suatu kromosom yang ditunjukkan pada proses nilai gen dari 0 menjadi 1 atau sebaliknya.

2.4. Pemrograman Matematis Optimasi Fungsi Satu Variabel

Definisi 2.4.1.

Sebuah fungsi f adalah suatu aturan padanan yang menghubungkan tiap obyek x dalam satu himpunan yang disebut daerah asal, dengan sebuah nilai unik $f(x)$ dari himpunan kedua, himpunan nilai yang diperoleh secara demikian disebut daerah nilai (jelaah) fungsi tersebut.

Dalam masalah optimasi diminta untuk memaksimumkan atau meminimumkan sebuah besaran tertentu, yang disebut tujuan obyektif, yang tergantung pada sejumlah berhingga variabel masukan (*input variables*). Variabel-variabel ini dapat bergantung ataupun tidak bergantung pada satu atau lebih kendala (*constrains*).

Program matematis adalah masalah optimasi dengan tujuan dan kendala-kendalanya diberikan dalam bentuk fungsi matematis dan hubungan fungsionalnya.

Sebuah program tak linier satu variabel tak terkendala berbentuk :

optimasikan :

$$z = f(x) \dots\dots\dots(2.4.1)$$

dengan $f(x)$ adalah sebuah fungsi (tak linier) dari variabel tunggal x , dan pencarian nilai optimumnya (maksimum atau minimum) ditinjau dalam selang tak berhingga $(-\infty, \infty)$. Jika peninjauannya dibatasi pada selang berhingga $[a, b]$, maka persoalannya menjadi :

$$\text{optimasikan} \quad : \quad z = f(x)$$

$$\text{dengan kendala} \quad : \quad a \leq x \leq b$$

merupakan sebuah program satu variabel yang terkendala.

Sebuah fungsi $f(x)$ dikatakan sebagai fungsi multimodal jika fungsi tersebut memiliki satu nilai optimum global dan satu atau lebih nilai optimum lokal. Nilai optimum yang dimaksud dapat berupa nilai maksimum maupun nilai minimum.

Suatu fungsi $f(x)$ memiliki sebuah maksimum lokal di x_0 jika terdapat sebuah selang (yang kecil) yang berpusat di x_0 sedemikian sehingga

$$f(x) \leq f(x_0) \dots\dots\dots(2.4.2)$$

untuk semua x dalam selang ini. Dan jika selang yang digunakan adalah untuk semua x pada mana fungsinya didefinisikan, maka maksimum di x_0 pada pertidaksamaan 2.4.2 merupakan maksimum global. Pengertian tentang minimum global maupun minimum lokal didefinisikan analog dengan maksimum global maupun maksimum lokal, akan tetapi dalam tanda yang berlawanan