

## **HALAMAN PENGESAHAN**

Lembar 1:

Tugas Akhir dengan judul:

### **MODEL ANTRIAN SALURAN TUNGGAL DENGAN KEDATANGAN POISSON DAN PELAYANAN SEBARANG**

Disusun oleh:

**Nama : HETI PURWANINGSIH**

**NIM : J2A 097 025**

**Jurusan : MATEMATIKA**

Telah Lulus Ujian Sarjana pada tanggal 10 September 2002

Semarang, September 2002

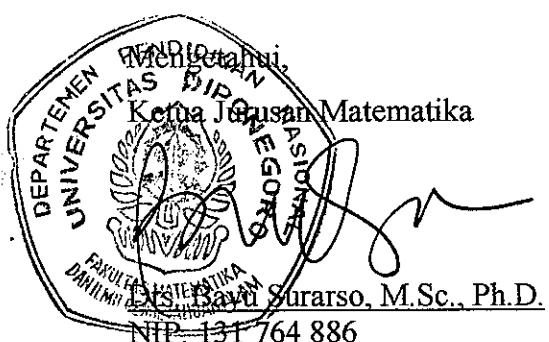
Panitia Penguji Ujian Sarjana

Jurusan Matematika

Ketua



Drs. Djuwandi, SU  
NIP. 130 810 140



## **HALAMAN PENGESAHAN**

Lembar 2:

Tugas Akhir dengan judul:

### **MODEL ANTRIAN SALURAN TUNGGAL DENGAN KEDATANGAN POISSON DAN PELAYANAN SEBARANG**

Disusun oleh:

**Nama : HETI PURWANINGSIH**  
**NIM : J2A 097 025**  
**Jurusan : MATEMATIKA**

Telah Lulus Ujian Sarjana pada tanggal 10 September 2002

Semarang, September 2002

Pembimbing I

Drs. Djuwandi, SU  
NIP. 130 810 140

Pembimbing II

Dra. Titi Udjiani SRRM  
NIP. 131 931 641

## **HALAMAN PERSEMPAHAN**

Tugas akhir ini penulis persembahkan kepada  
kedua orang tuaku tercinta, Bapak Suwarno dan Ibu Rupiyati,  
adikku satu-satunya Andriyana (nana), sepupuku serta semua famili,  
yang turut mendoakan hingga tugas akhir ini dapat penulis selesaikan.

Penulis juga ingin mengucapkan terima kasih kepada sahabat-sahabatku  
Ariesta (nana), Anam, Bang Maman, Dewi, Erna, Sony, Yuni, Yanti,  
Nadia, Nining, Neky, Dini, Mar, Ko'i, Nidyan, Ida, Dwi, Pe, Ita', Iiz,  
Udin, Uzie, Echo, Andy, Dibyo, D'day, Gasmoon.

Tak lupa penulis ucapkan terima kasih yang sebesar-besarnya untuk  
*GANGS* atas dukungan, doa dan perhatiannya.

Temen-temen kost, Tanty, Vian, Ana, Elys, Kermit, Risma,  
Ayu', Wulan, dan Tri, atas semua bantuannya.

## **KATA PENGANTAR**

Puji syukur penulis panjatkan ke hadirat Allah SWT atas rahmat dan hidayahnya yang telah diberikan, sehingga penulis dapat menyelesaikan Tugas Akhir ini.

Tugas akhir dengan judul "**MODEL ANTRIAN SALURAN TUNGGAL DENGAN KEDATANGAN POISSON DAN PELAYANAN SEBARANG**" ini disusun untuk melengkapi syarat mendapatkan gelar sarjana strata satu pada Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Diponegoro Semarang.

Penulis menyadari bahwa terselesainya Tugas Akhir ini berkat bantuan dari berbagai pihak, dan pada kesempatan ini perkenankanlah penulis mengucapkan terima kasih kepada:

1. Bapak Drs. Bayu Surarso, M.Sc, Ph.D selaku Ketua Jurusan Matematika atas kebijakan dan saran-sarannya.
2. Bapak Drs. Djuwandi, SU selaku dosen pembimbing I yang telah berkenan memberikan bimbingan, saran dan nasehatnya hingga selesaiya Tugas Akhir ini.
3. Ibu Dra. Titi Udjiani SRRM, M.Si selaku dosen pembimbing II yang telah berkenan memberikan bimbingan, arahan, saran dan nasehatnya kepada penulis selama penulisan Tugas Akhir ini.
4. Bapak dan Ibu Dosen Jurusan Matematika atas semua ilmu yang telah diberikan kepada penulis selama menuntut ilmu di jurusan matematika.

5. Semua pihak yang telah memberikan kontribusi dalam penulisan Tugas Akhir ini.

Penulis menyadari bahwa Tugas Akhir ini masih jauh dari sempurna. Oleh karena itu segala kritik membangun, tanggapan ataupun saran dari semua pihak akan penulis terima demi kesempurnaan Tugas Akhir ini.

Akhir kata penulis mengharapkan semoga Tugas Akhir ini dapat bermanfaat bagi para pembaca dan bagi perkembangan Ilmu Pengetahuan.

Semarang, September 2002

Penulis

## DAFTAR ISI

|   |      |
|---|------|
| HALAMAN JUDUL.....                                      | i    |
| HALAMAN PENGESAHAN.....                                 | ii   |
| KATA PENGANTAR .....                                    | v    |
| DAFTAR ISI.....   | vii  |
| DAFTAR GAMBAR.....                                      | ix   |
| DAFTAR SIMBOL.....                                      | x    |
| ABSTRAK .....   | xii  |
| ABSTRACT .....  | xiii |
| BAB I PENDAHULUAN.....                                  | 1    |
| BAB II TEORI PENUNJANG .....                            | 4    |
| 2.1. Konsep dasar teori antrian.....                    | 4    |
| 2.1.1. Sumber masukan.....                              | 4    |
| 2.1.2. Pola kedatangan.....                             | 5    |
| 2.1.3. Pola pelayanan .....                             | 6    |
| 2.1.4. Disiplin antrian.....                            | 10   |
| 2.1.5. Kapasitas sistem.....                            | 11   |
| 2.1.6. Tingkat pelayanan.....                           | 11   |
| 2.2. Terminologi dan notasi.....                        | 11   |
| 2.3. Distribusi dan notasi Kendall .....                | 14   |
| 2.3.1. Proses Poisson dan distribusi Eksponensial ..... | 14   |
| 2.3.2. Distribusi waktu pelayanan .....                 | 19   |
| 2.3.3. Distribusi Gamma.....                            | 20   |
| 2.3.4. Notasi Kendall.....                              | 21   |

|   |       |
|---|-------|
| 2.4. Fungsi pembangkit .....  | 24    |
| 2.4.1. Fungsi pembangkit.....   | 24    |
| 2.4.2. Fungsi pembangkit probabilitas .....   | 26    |
| 2.4.3. Fungsi pembangkit momen.....   | 29    |
| BAB III MODEL ANTRIAN SALURAN TUNGGAL DENGAN<br>KEDATANGAN POISSON DAN PELAYANAN SEBARANG |       |
| ( $M/G/1):(GD/\infty/\infty$ ).....   | 31    |
| 3.1. Gambaran model ( $M/G/1):(GD/\infty/\infty$ ).....                                   | 31    |
| 3.2. Formula <i>Pollaczek – Khintchine</i> .....  | 33    |
| 3.3. Waktu tunggu .....   | 39    |
| 3.4. Hubungan $L$ dan $W$ .....   | 42    |
| 3.5. Contoh permasalahan antrian dalam praktik nyata.....                                 | 44    |
| 3.5.1. Perumusan masalah.....   | 44    |
| 3.5.2. Penyelesaian masalah.....  | 45    |
| 3.5.3. Keputusan.....   | 48    |
| BAB IV KESIMPULAN.....  | 57    |
| DAFTAR PUSTAKA.....   | 58    |
| LAMPIRAN .....  | 59-61 |

## **DAFTAR GAMBAR**

|             |   |    |
|-------------|---|----|
| Gambar 2.1. | Antrian tunggal, pelayanan tunggal .....          | 7  |
| Gambar 2.2. | Antrian tunggal, pelayanan ganda sejajar.....     | 8  |
| Gambar 2.3. | Antrian tunggal, pelayanan ganda dalam seri ..... | 8  |
| Gambar 2.4. | Antrian ganda, pelayanan ganda .....              | 9  |
| Gambar 2.5. | Antrian ganda, pelayanan ganda .....              | 9  |
| Gambar 3.1. | Model antrian (M/G/1):(GD $\infty/\infty$ ) ..... | 31 |

## DAFTAR SIMBOL

|               |   |
|---------------|---|
| $B(t)$        | Fungsi distribusi kumulatif waktu pelayanan         |
| $b(t)$        | Distribusi probabilitas waktu pelayanan             |
| $CDF$         | Fungsi distribuasi kumulatif                        |
| $\Delta t$    | Interval waktu yang sangat kecil                    |
| $E[ . ]$      | Nilai ekspektasi                                    |
| $F(Z)$        | Fungsi pembangkit probabilitas dari $f_n$           |
| $G(z)$        | Fungsi pembangkit                                   |
| $j$           | Jumlah pelanggan setelah dilayani sama dengan $n$   |
| $k$           | Jumlah pelanggan baru yang datang                   |
| $L$           | Ekspektasi panjang sistem                           |
| $L_q$         | Ekspektasi panjang antrian                          |
| $\lambda$     | Rata-rata kedatangan                                |
| $\lambda_n$   | Rata-rata kedatangan dari $n$ pelanggan             |
| $MGF$         | Fungsi Pembangkit Momen                             |
| $M_x(t)$      | Fungsi Pembangkit Momen dari variabel random $X$    |
| $n$           | Jumlah pelanggan dalam sistem                       |
| $\mu$         | Rata-rata pelayanan (independen dari ukuran sistem) |
| $o(\Delta t)$ | Order $\Delta t$                                    |
| $P(z)$        | Fungsi pembangkit probabilitas $\{P_n\}$            |
| $P_n$         | Probabilitas dari $n$ kedatangan pada sistem        |

- $\rho$  Intensitas lalu lintas ( $= \frac{\lambda}{\mu}$  untuk model pelayanan tunggal dan  $= \frac{\lambda}{c\mu}$   
untuk model pelayanan ganda)
- $t$  Waktu untuk melayani pelanggan
- $Var [ . ]$  Varian
- $W$  Ekspetasi waktu tunggu dalam sistem
- $W_q$  Ekspetasi waktu tunggu dalam antrian