BAB II

LANDASAN TEORI

2.1 Transformasi Grafik 2D

Gambar yang dihasilkan merupakan gambar dua dimensi (2D) yang hanya memperhatikan sumbu x dan sumbu y, atau sumbu koordinat Cartesian dua dimensi. Sejumlah obyek seringkali mempunyai sifat simetri. Sehingga untuk menggambar keseluruhan obyek, cukup dilaksanakan dengan melakukan manipulasi terhadap obyek yang sudah ada, misalnya dengan pencerminan, penggeseran, atau pemutaran obyek yang sudah digambar terlebih dahulu. Cara untuk memanipulasi obyek grafis dan sistem koordinat yang dipakai dengan cara yang lebih terorganisir dan efisien disebut dengan cara mentransformasikan obyek grafis, khususnya obyek grafis 2D, transformasi yang digunakan adalah transformasi afin.

2.1.1 Transformasi Obyek

Definisi 2.1

Transformasi Obyek adalah merubah posisi setiap titik pada obyek ke posisi yang baru dengan menggunakan algoritma-algoritma tertentu.

Pada transformasi obyek, semua titik pada sembarang obyek akan diubah, sementara sistem koordinatnya tetap. Jenis transformasi obyek yang paling banyak digunakan di dalam grafika komputer adalah tranformasi afin (*affine trasformation*). Transformasi afin mempunyai bentuk yang sangat sederhana. Dalam transformasi 2D, fungsi transformasi T akan memetakan $P=(P_x,P_y)$ menjadi $Q=(Q_x,Q_y)$, Q_x dan Q_y mempunyai hubungan dengan P_x dan P_y berdasarkan persamaan berikut ini :

$$Q_x = aP_x + cP_y + tr_x$$

$$Q_y = bP_x + dP_y + tr_y$$

Dengan $a,b,c,d,tr_x,$ dan tr_y adalah sembarang konstanta.

Dengan menggunakan perhitungan yang sederhana, persamaan di atas bisa dituliskan sebagai:

$$(Q_x, Q_y) = (P_x, P_y)\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} + (tr_x, tr_y)$$

Persamaan di atas bisa ditulis dengan cara yang lebih singkat, yaitu :

$$Q = P\mathbf{M} + \mathbf{tr}$$

Dengan $\mathbf{tr} = (tr_x, tr_y)$ dan disebut sebagai *offset vector*, dan **M** adalah matriks berukuran 2 x 2 :

$$\mathrm{M} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$$

Sejumlah transformasi dasar dari transformasi afin antara lain adalah : penggeseran *(translation)*, penskalaan *(scaling)*, pemutaran *(rotation)*, dan *shearing*.

2.1.1.1. Penggeseran

Definisi 2.2

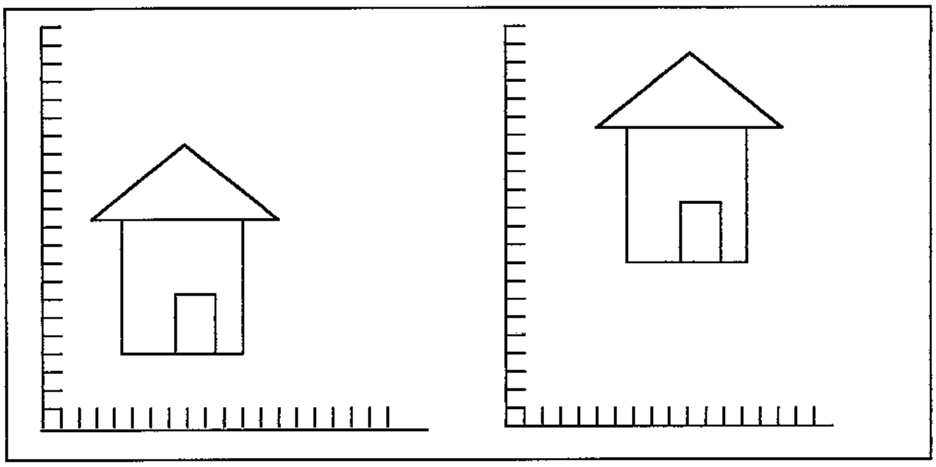
Penggeseran adalah pergerakan sebuah obyek grafik ke sebuah posisi baru dengan cara menambahkan nilai yang konstan ke tiap titik koordinat yang menentukan atau mendefinisikan obyeknya.

Sembarang titik pada bidang *xy* bisa digeser ke sembarang tempat dengan menambahkan besaran pada absis *x* dan ordinat *y*. Dengan menggunakan persamaan $Q = P\mathbf{M} + \mathbf{tr}$, maka hasil penggeseran bisa dinyatakan sebagai :

$$(Q_x , Q_y) = (P_x + tr_x , P_y + tr_y) \qquad ...(1)$$

dan matriks **M** ditentukan sebagai matriks identitas.

Sembarang obyek bisa digeser ke posisinya yang baru dengan mengoperasikan persamaan (1) pada setiap titik dari obyek tersebut. Karena setiap garis dari obyek tersebut terdiri dari titik-titik yang jumlahnya tak terbatas, maka proses penggeseran bisa berlangsung sangat lama. Tetapi pada kenyataannya kita cukup menggeser dua titik ujungnya saja dan kemudian menggandeng dua titik tersebut untuk membentuk garis hasil penggeseran.



Gambar 2.1. Contoh penggeseran obyek

2.1.1.2. Penskalaan

Definisi 2.3

Penskalaan adalah proses untuk memperbesar atau memperkecil suatu gambar.

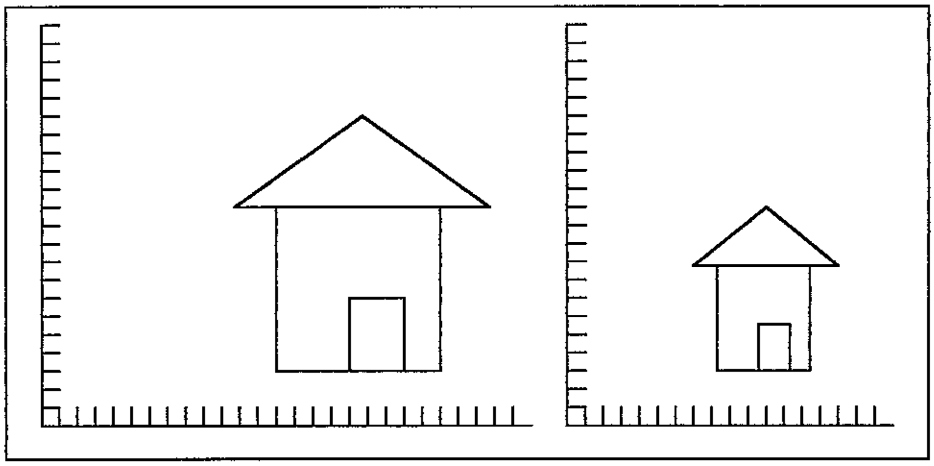
Dengan faktor skala yang mempunyai nilai absolut lebih besar dari 1, akan diperoleh gambar yang lebih besar dan semakin menjauh dari titik (0,0). Sebaliknya, dengan faktor skala yang mempunyai nilai absolut lebih kecil dari 1, akan diperoleh gambar yang lebih kecil dan mendekat ke titik (0,0).

Dengan menggunakan persamaan $Q = P\mathbf{M} + \mathbf{tr}$, maka hasil penggeseran bisa dinyatakan sebagai :

$$(Q_x, Q_y) = (S_x P_x, S_x P_y) \qquad \ldots(2)$$

dengan S_x adalah faktor skala ke arah mendatar dan S_y adalah faktor skala ke arah tegak, dan *offset vector* **tr** bernilai nol. Dengan menggunakan notasi matriks, maka matriks **M** bisa dinyatakan sebagai :

$$\mathrm{M} = \begin{pmatrix} Sx & 0 \\ 0 & Sy \end{pmatrix}$$



Gambar 2.2. Contoh hasil penskalaan

2.1.1.3. Pemutaran

Definisi 2.4

Sebuah *pemutaran* adalah perubahan dari sebuah obyek grafik menjadi yang lainnya dengan menggerakkan semua angka koordinat yang menunjukkan obyek aslinya, melalui nilai siku yang sama, sepanjang busur lingkaran dengan pusat sumbu.

Seperti halnya pada penggeseran dan penskalaan, untuk pemutaran sembarang obyek, dilakukan dengan cara melakukan pemutaran pada setiap titik ujung garis. Dalam hal pemutaran, bisa dengan cara memutar obyek searah dengan arah putaran jarum jam (dinyatakan dengan sudut negatif), atau berlawanan arah dengan arah putaran jarum jam (dinyatakan sebagai sudut positif).

Dengan menganggap bahwa besarnya sudut putar adalah sama dengan θ, maka posisi setiap titik yang baru adalah :

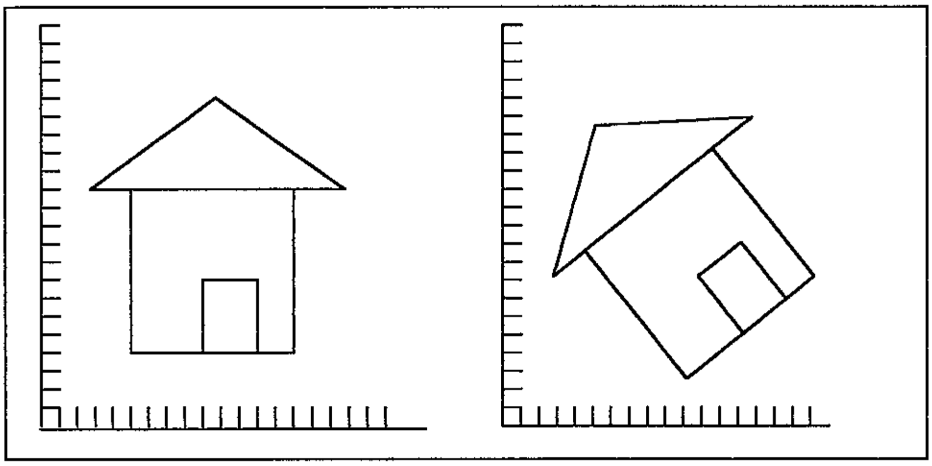
$$Q_x = P_x \cos(\theta) - P_y \sin(\theta) \qquad \ldots(3)$$

$$Q_y = P_x \sin(\theta) + P_y \cos(\theta)$$

Dengan menggunakan notasi matriks, maka besaran **M** bisa dinyatakan sebagai :

$$\mathrm{M} = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ -\sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$$

Dalam hal pemutaran, *offset vector* juga bernilai sama dengan nol.



Gambar 2.3. Contoh pemutaran gambar

2.1.1.4. *Shearing*

Definisi 2.5

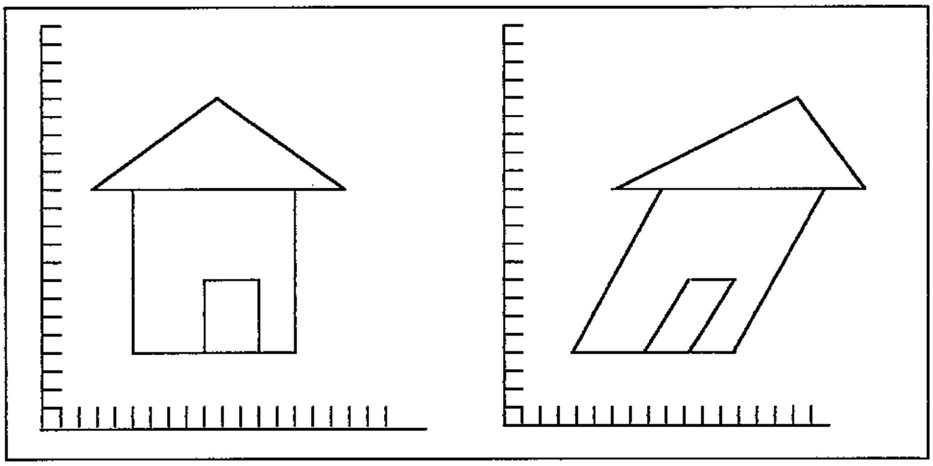
Shearing adalah suatu proses untuk mentransformasikan obyek dengan cara "membebani" obyek tersebut pada arah tertentu, sehingga dihasilkan suatu obyek yang terdistorsi.

Proses *shearing* kearah sumbu **x** bisa ditunjukkan dengan menggunakan persamaan :

$$Q_x = P_x + hP_y$$

$$Q_y = P_y$$

dengan *h* menunjukkan bagian ordinat yang ditambahkan ke absis.



Gambar 2.4. Contoh hasil proses *shearing* ke arah sumbu *x*

Secara umum, proses *shearing* ke arah sumbu x dan sumbu y bisa dinyatakan sebagai :

$$Q_x = P_x + hP_y \qquad \ldots(4)$$

$$Q_y = gP_x + P_y$$

Sehingga, matriks **M** bisa dituliskan sebagai :

$$\mathrm{M} = \begin{pmatrix} 1 & g \\ h & 1 \end{pmatrix}$$

dengan g menunjukkan bagian absis yang ditambahkan ke ordinat.

Dengan memvariasi nilai g dan h pada persamaan (4) di atas, bisa diperoleh variasi hasil dari proses *shearing*

2.1.2 Sistem koordinat Homogen

Dari bentuk persamaan untuk melakukan transformasi obyek terlihat bahwa penggeseran sedikit lain dengan ketiga jenis transformasi yang lain. Pada penggeseran diperlukan operasi penjumlahan, sedangkan pada ketiga jenis transformasi yang lain diperlukan operasi perkalian matriks, penggeseran dapat juga dinyatakan dalam operasi perkalian matriks, yaitu dengan menggunakan sistem koordinat homogen.

Sistem koordinat homogen dari suatu sistem koordinat adalah sistem koordinat yang mempunyai satu dimensi lebih tinggi dari sistem koordinat yang ditinjau. Contohnya sistem koordinat tiga dimensi adalah sistem koordinat homogen dari sistem koordinat dua dimensi. Hal ini diperoleh dengan menentukan suatu sumbu sebagai suatu konstanta, sehingga bisa diperoleh sistem koordinat yang dimaksud.

Secara umum tiga jenis transformasi selain penggeseran dapat ditulis sebagai :

$$(Q_x, Q_y) = (P_x, P_y) \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$$

dengan *a*, *b*, *c*, dan *d* nilainya tergantung dari jenis transformasi yang diinginkan.

Dengan menggunakan sistem koordinat homogen, persamaan diatas dapat ditulis sebagai :

$$(Q_x, Q_y, 1) = (P_x, P_y, 1) \begin{pmatrix} a & b & 0 \\ c & d & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Komponen yang menunjukkan pergeseran disisipkan pada baris terakhir dari persamaan diatas, yaitu :

$$(Q_x, Q_y, 1) = (P_x, P_y, 1) \begin{pmatrix} a & b & 0 \\ c & d & 0 \\ tr_x & tr_y & 1 \end{pmatrix}$$

Transformasi afin dapat dituliskan sebagai berikut :

- Penggeseran :

$$\hat{M}_T = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ tr_x & tr_y & 1 \end{pmatrix}$$

- Penskalaan :

$$\hat{M}_S = \begin{pmatrix} S_x & 0 & 0 \\ 0 & S_y & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

- Pemutaran :

$$\hat{M}_R = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) & 0 \\ -\sin(\theta) & \cos(\theta) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

- *Shearing :*

$$\hat{M}_{SH} = \begin{pmatrix} 1 & g & 0 \\ h & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Dengan diperolehnya matriks transformasi yang sejenis untuk semua jenis transformasi yang diinginkan, maka sembarang kombinasi dari keempat transformasi di atas bisa dinyatakan dengan sebuah matriks transformasi.

2.1.3 Pembatalan Transformasi Afin

Dalam pemakaian, sering dijumpai adanya pembatalan transformasi setelah transformasi dikerjakan. Dengan kata lain, setelah mentransformasikan suatu titik P ke Q, dikembalikan lagi ketitik P. Transformasi titik P ke Q dilaksanakan dengan mempergunakan persamaan :

$$Q = P\mathbf{M} + \mathbf{tr}$$

Maka, transformasi kembali dari titik Q ke P bisa dikerjakan dengan menggunakan persamaan berikut ini dengan catatan bahwa **M** adalah matriks non singular (mempunyai determinan tidak sama dengan 0) :

$$P = (Q - \mathbf{tr})\mathbf{M}^{-1}$$

Sesuai dengan persamaan di atas, maka titik Q harus dikurangi dengan **tr**, dan hasilnya dikalikan dengan invers dari **M.**

Pembatalan transformasi tidak perlu dilaksanakan dengan bantuan koordinat homogen. Sehingga, untuk obyek 2D cukup dilaksanakan dengan matriks 2 X 2. Jika **M** mempunyai invers, maka $\mathbf{M}^{-1}$ bisa dituliskan sebagai :

$$\mathbf{M}^{-1} = \frac{1}{(ad-bc)}\begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$$

Untuk pemutaran, penggeseran, dan *shearing murni*, determinan dari matriks **M** adalah sama dengan 1, sehingga mempunyai invers. Untuk penskalaan, akan muncul $\mathbf{M}^{-1}$ dengan catatan salah satu faktor skalanya, S_x atau S_y tidak boleh bernilai nol.

Dengan menggunakan matriks transformasi yang sudah dijelaskan diatas, maka pembatalan untuk masing-masing transformasi bisa dituliskan sebagai berikut :

- Penggeseran : pembatalan penggeseran dilaksanakan dengan mengurangi koordinat titik dengan **tr,** yaitu :

  $P_x = Q_x - tr_x$

  $P_y = Q_y - tr_y$

- Penskalaan :

$$\mathbf{M}^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{S_x} & 0 \\ 0 & \frac{1}{S_y} \end{bmatrix}$$

- Pemutaran :

$$\mathbf{M}^{-1} = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{bmatrix}$$

- Shearing :

$$\mathbf{M}^{-1} = \frac{1}{1-gh}\begin{pmatrix} 1 & -g \\ -h & 1 \end{pmatrix}$$

Jika transformasi awal yang telah dilaksanakan merupakan penggabungan beberapa transformasi dasar, maka untuk pembatalan transformasi juga dilaksanakan dengan membentuk invers matriks transformasi secara keseluruhan.

2.1.4 Transformasi Terhadap Titik Bebas

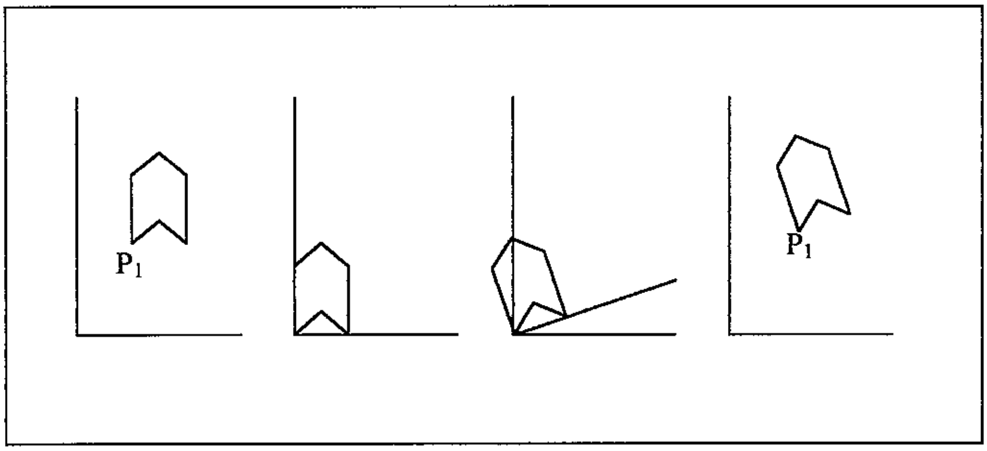
Dalam transformasi titik pusat koordinat Cartesius yaitu (0,0), adalah titik acuan untuk melakukan transformasi. Dalam kenyataannya, transformasi tidak selalu menggunakan titik pusat koordinat, tetapi bisa menggunakan sembarang titik yang ada sebagai titik acuannya.

Transformasi dengan sembarang titik acuan dapat dikerjakan dengan cara melakukan penggeseran obyek ke titik acuan transformasi, sehingga terbentuk titik acuan baru yang identik dengan titik pusat koordinat. Setelah transformasi dilaksanakan, obyek digeser balik sehingga titik acuan kembali ke posisi semula. Untuk jelasnya perhatikan gambar 2.5.

Langkah-langkah pengerjaannya adalah :

- Gambar pertama menunjukkan sumbu putarnya adalah titik P_1.
- Geser obyek, sehingga titik P_1 menjadi titik pusat koordinat.
- Putar obyek sebesar sudut putar yang diinginkan.
- Geser balik, sehingga titik pada titik pusat koordinat kembali ke posisi P_1.

Dengan melihat pada ilustrasi di atas, penggeseran pertama dilakukan sebesar $(-x_1 , -y_1)$, diikuti dengan memutar obyek dengan sudut putar sebesar θ, dan diakhiri dengan penggeseran ke titik semula, yaitu sebesar (x_1 , y_1). Matriks transformasi secara keseluruhan bisa diperoleh dengan mengalikan matriks transformasi untuk penggeseran dengan matriks transformasi untuk rotasi, dan hasilnya dikalikan lagi dengan matriks transformasi untuk penggeseran ke titik acuan semula.



Gambar 2.5. Pemutaran terhadap titik P_1

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ -x_1 & -y_1 & 1 \end{pmatrix} \bullet \begin{pmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) & 0 \\ -\sin(\theta) & \cos(\theta) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \bullet \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ x_1 & y_1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) & 0 \\ -\sin(\theta) & \cos(\theta) & 0 \\ x_1(1-\cos(\theta)) + y_1\sin(\theta) & y_1(1-\cos(\theta)) - x_1\sin(\theta) & 1 \end{pmatrix}$$

2.2 Mode Grafik VGA

Monitor yang digunakan adalah jenis grafik. Sehingga mode awal yaitu mode text dirubah menjadi mode grafik. Pada pemecahan masalah ini menggunakan mode grafik VGA mode 13h yang mempunyai resolusi 320 x 200 pixel, 256 warna. Pada prinsipnya hasil tampilan pada monitor berasal dari rekaman memory dari RAM (*Random Access Memory*) yang dihasilkan dari monitor card pada komputer. *Monitor card* akan mentransfer gambar yang dihasilkannya pada suatu alokasi alamat memory yang digunakannya pada monitor. Alamat memory tersebut disebut visual page.

2.2.1 Alokasi Pixel pada Memory Layar

Untuk melakukan pemindahan dari mode grafik biasa ke mode 13h digunakan interrupt DOS service 10h, dengaan alamat visual page dimulai dari \$A000:0 sampai \$A000:63999 atau pada bilangan heksadesimal di \$A000:00000 sampai \$A000:F9FFh. Setiap pixel yang digunakan disimpan dalam 1 offset (= 1 byte). Sehingga jumlah memory yang digunakan adalah 64000 byte, sebagai background atau *page standar*, karena resolusi yang digunakan 320 x 200 pixel, maka tempat penampungan pixel sejumlah 320 x 200 = 64000.

Persamaan peletakan titik pada suatu layar adalah :

Offset = Y*320+X

Contoh : Suatu titik P akan diletakkan pada koordinat P(100,50). Maka alokasi visual page adalah : Offset = (50*320) + 100

= 16100(desimal)

= 3EE4h (heksadesimal)

Jadi alamat visual page adalah \$A000:16100 atau sama dengan \$A000:3EE4h.

2.2.2 Aplikasi Warna pada VGA

Warna yang dihasilkan merupakan campuran warna primer RGB (Red, Green, Blue), dengan batasan intensitas setiap warna primer 0 – 63. Daftar warna pada mode 13h berjumlah 256 , sedangkan jumlah warna maksimal yang dihasilkan adalah 262144 warna. Jumlah total warna barasal dari :

Total warna = R * G * B = 64 * 64*64 = 262144

Sistem pewarnaan ini berfungsi untuk memberikan warna pada objek , background animasi, dan untuk menghasilkan efek-efek warna/cahaya, misalnya : efek pencahayaan warna terhadap objek.

2.3 Pemrograman Turbo Pascal untuk Grafik

Program animasi unit grafik harus mampu menampung dan menjalankan ribuan looping dan pergerakan dalam setiap satuan waktu secara bersamaan. Unit grafik yang akan digunakan dalam penulisan ini adalah VGACAD.TPU, yang mampu menangani operasi grafik, penggerakan objek, dan manipulasi matematis yang lebih kompleks (Agustinus Nalwan, 1996).

Perpindahan dari mode layar yang berbasis teks (mode standar monitor PC) ke mode grafik dipergunakan prosedur standar InitGraph pada awal penulisan program .

Sintaks Initgraph : InitGraph(Tipe_Monitor, Grafik_Mode, Directory);

Keterangan :

Tipe_monitor = variabel byte, menentukan tipe monitor yang digunakan

Grafik_mode = variabel byte, menentukan grafik mode yang digunakan

Directory = variabel string, menunjukan letak directory unit grafik yang digunakan

Untuk peletakan titik digunakan statemen PUTPIXEL.

Statemen = PUTPIXEL

Fungsi = Untuk meletakkan titik dilayar

Sintaks : Putpixel(X,Y,Col);

Keterangan :

X = variabel integer, untuk menentukan koordinat X dari titik.

Y = variabel integer, untuk menentukan koordinat Y dari titik.

Col = variabel byte, untuk menentukan warna dari titik.

Batas maksimum koordinat X,Y dan jumlah warna yang dapat digunakan tergantung pada mode grafik yang dipilih dan pada resolusi monitor.

Untuk menutup mode grafik dan kembali ke mode teks dipergunakan prosedure standar CloseGraph.

Statemen : CLOSEGRAPH.

Fungsi : Untuk menutup mede grafik.

Sintaks : CloseGraph;