BAB II

TEORI DASAR DESAIN TAGUCHI

2.1. Percobaan Faktorial

Percobaan faktorial adalah percobaan yang perlakuannya terdiri atas semua kemungkinan kombinasi taraf atau level dari beberapa faktor. Kombinasi-kombinasi taraf-taraf faktor inilah yang disebut sebagai faktorial. Faktor yaitu sejenis perlakuan, dan didalam percobaan faktorial, setiap faktor mempunyai beberapa perlakuan. Misalnya : bila suhu pada suatu pemanasan dilakukan dalam beberapa suhu. Suhu-suhu tertentu inilah yang disebut sebagai taraf/ level.
Jadi taraf atau level adalah banyaknya atau keadaaan tertentu dari suatu faktor.

Rancangan faktorial dibentuk berdasarkan sejumlah taraf dari setiap faktor yang akan diamati, kemudian melakukan eksperimen pada semua kombinasi taraf faktor yang mungkin. Selanjutnya faktor-faktor tersebut diamati secara bersama-sama untuk menunjukkan ada tidaknya pengaruh / efek interaksi antar faktor.
Sehingga untuk percobaan dua faktor masing-masing dengan dua taraf/ level (percobaan faktorial 2x2 atau 2^2) , susunan rancangannya sebagai berikut :

Tabel 2.1 : Percobaan Faktorial 2^2

Faktor	A				
	Bentuk lengkap			Bentuk dipersingkat	
	Taraf	a_1	a_2	a_1	a_2
B	b1	a_1b_1	a_2b_1	00	10
	b2	a_1b_2	a_2b_2	01	11

Keterangan :

a_1b_1 = setiap pengamatan dari satuan percobaan yang mendapat kombinasi perlakuan dengan sifat a_1 dan b_1

a_2b_1 = setiap pengamatan dari satuan percobaan yang mendapat kombinasi perlakuan dengan sifat a_2 dan b_1

a_1b_2 = setiap pengamatan dari satuan percobaan yang mendapat kombinasi perlakuan dengan sifat a_1 dan b_2

a_2b_2 = setiap pengamatan dari satuan percobaan yang mendapat kombinasi perlakuan dengan sifat a_2 dan b_2

Dalam bentuk dipersingkat level 1 ditulis 0 dan level 2 ditulis 1.

2.1.1 Pengaruh Sederhana, Pengaruh Utama dan Interaksi

Selisih a_2-a_1 pada setiap taraf faktor B dan b_2-b_1 pada setiap taraf faktor A disebut pengaruh sederhana

(simple effects) sedangkan pengaruh utama (main effect) adalah rata-rata dari pengaruh sederhana.

Secara umum untuk percobaan faktorial 2^2, pengaruh utama A dan B diberikan menurut persamaan (2-1) dan (2-2)

$$A = \tfrac{1}{2} n \ \{ (a_2b_2 - a_1b_2) + (a_2b_1 - a_1b_1) \}$$

$$= \tfrac{1}{2} n \ \{ (a_2b_2+a_2b_1) - (a_1b_2+a_1b_1) \} \ ....(2\text{-}1)$$

$$B = \tfrac{1}{2} n \ \{ (a_2b_2+a_2b_1) + (a_1b_2+a_1b_1) \}$$

$$= \tfrac{1}{2} n \ \{ (a_2b_2+a_1b_2) - (a_2b_1 + a_1b_1) \} \ ....(2\text{-}2)$$

Interaksi antara A dan B didefinisikan sebagai :

$$AB = \tfrac{1}{2} n \ \{ (a_2b_2 - a_1b_2) - (a_2b_1 - a_1b_1) \}$$

$$= \tfrac{1}{2} n \ \{ (a_2b_2 + a_1b_1) - (a_1b_2 + a_2b_1) \} \ ....(2\text{-}3)$$

Persamaan umum percobaan faktorial dengan banyak faktor P dan tiap-tiap faktor ada 2 level untuk pengaruh utama (efek pokok) faktor-faktor A, B, ...,p dan interaksi antar faktor adalah :

$$A = \frac{1}{2^{p-1}.\,n} \left[(A)_1 - (A)_0 \right]$$

$$AB = \frac{1}{2^{p-1}.\,n} \left[(AB)_0 - (AB)_1 \right]$$

$$AB...r = \frac{1}{2^{p-1}.n} \left[(AB...r)_1 - (AB\ ...r)_0 \right] \text{ ; untuk } r = \text{ganjil}$$

$$AB...r = \frac{1}{2^{p-1}.n} \left[(AB...r)_0 - (AB\ ...r)_1 \right] \text{ ; untuk } r = \text{genap}$$

$(A)_0$ = setiap kombinasi perlakuan yang mengandung faktor A level 1

$(A)_1$ = setiap kombinasi perlakuan yang mengandung faktor A level 2

$(AB)_1$ = setiap kombinasi perlakuan yang mengandung faktor A level 2 atau kombinasi perlakuan yang mengandung faktor B level 2

$(AB..r)_0$ dan $(AB..r)_1$ = diperoleh dengan cara analog diatas

P = banyaknya faktor

r = banyaknya faktor yang berinteraksi

n = replikasi/ ulangan dari setiap kombinasi perlakuan.

misal : Pada percobaan faktorial 2^2 untuk setiap kombinasi perlakuan a_1b_1, a_2b_1, a_1b_2 dan a_2b_2 masing-masing diamati sebanyak 3 kali maka pada percobaan tersebut n = 3.

Interaksi A dengan B sama dengan interaksi B dengan A. Interaksi adalah suatu ukuran penyimpangan pengaruh sederhana. Interaksi yang nyata adalah bila pengaruh sederhana suatu faktor berbeda dan besarnya bergantung pada taraf faktor lainnya. Interaksi tidak nyata yaitu jika faktor-faktornya bertindak bebas satu sama lain dimana pengaruh sederhana suatu faktor sama pada semua taraf faktor lainnya. Bila faktor-faktornya bebas, percobaan faktorial berarti suatu penghematan waktu dan tenaga yang cukup berarti, sebab pengaruh sederhananya sama dengan pengaruh utamanya, dan pengaruh utama dalam suatu percobaan faktorial diduga seteliti mungkin seperti seandainya percobaan itu ditujukan hanya untuk faktor tersebut.

Untuk mempermudah pemahaman tentang pengaruh sederhana, pengaruh utama dan interaksi, perhatikan contoh berikut .
Andai suatu eksperimen pada motor bakar mesin otomotif yang menggunakan bahan bakar bensin untuk mendapatkan daya kerja motor bakar yang optimum.
Faktor dan level yang diselidiki adalah sebagai berikut :

Faktor	level 1	level 2
A = bahan bakar	premium	premix
B = rpm (rotarsi per menit) putaran mesin	2400 rpm	3000 rpm

Disini daya motor bakar yang dihasilkan tidak memperhitungkan gesekan udara, profil jalan dan beban kendaraan.
Contoh hasil percobaan seperti terlihat dalam tabel berikut.

Tabel 2-2. Contoh Percobaan Faktorial 2^2 untuk menyelidi pengaruh sederhana, pengaruh utama dan interaksi.

DATA I

Faktor	A = Bahan Bakar		
B = rpm putaran mesin	Taraf	a_1=premium	a_2 = premix
	b_1=2400 rpm	22,04	26,12
	b_2=3000 rpm	25,31	27,25

Bilangan-bilangan dalam data I menyatakan hasil/ respon daya kerja motor terhadap kombinasi perlakuan antara bahan bakar dan rpm putaran mesin yang dicatat berdasar jarum penunjuk pada dinamometer.

Untuk mengetahui pengaruh sederhana, pengaruh utama dan interaksi dibuat sebagai berikut :

Faktor	A = Bahan Bakar				
B = rpm putaran mesin	Taraf	a_1 premium	a_2 premix	nilai tengah	$a_2 - a_1$
	b_1=2400 rpm	22,04	26,12	24,08	4,08
	b_2=3000 rpm	25,31	27,25	26,28	1,94
	nilai tengah	23,675	26,685	25,18	3,01
	$b_2 - b_1$	3,27	1,13	2,2	

Pengaruh sederhana faktor A = bahan bakar pada taraf b_1 = 2400 rpm adalah 4,08 sedang pada taraf b_2 = 3000 rpm adalah 1,94.

Pengaruh sederhana faktor B = rpm putaran mesin pada taraf a_1 = premium adalah 3,27 dan pada taraf a_2 = premix adalah 1,13.

Pengaruh utama (efek pokok) faktor A adalah

$$A = ½.n \{ (a_2b_2 - a_1b_2) + (a_2b_1 - a_1b_1) \}$$
$$= ½.1 \{ (27{,}25 - 25{,}31) + (26{,}12 - 22{,}04) \}$$
$$= ½ \{ 1{,}94 + 4{,}08 \}$$
$$= ½ \{ (16{,}02) \} = 3{,}01$$

Pengaruh utama faktor B adalah

$$A = ½.n \{ (a_2b_2 - a_2b_1) + (a_1b_2 - a_1b_1) \}$$
$$= ½.1 \{ (27{,}25 - 26{,}12) + (25{,}31 - 22{,}04) \}$$
$$= ½ \{ 1{,}13 + 3{,}27 \}$$
$$= ½ \{ 4{,}4 \}$$
$$= 2{,}2$$

Interaksi antara A dan B untuk data I yaitu

$$AB = ½.n \{ (a_2b_2 - a_1b_2) + (a_2b_1 - a_1b_1) \}$$
$$= ½.1 \{ (27{,}25 - 25{,}31) + (26{,}12 - 22{,}04) \}$$
$$= ½ \{ 1{,}94 - 4{,}08 \}$$
$$= ½. (-2{,}14) = -1{,}07$$ Dinyatakan dalam pengaruh sederhana faktor A

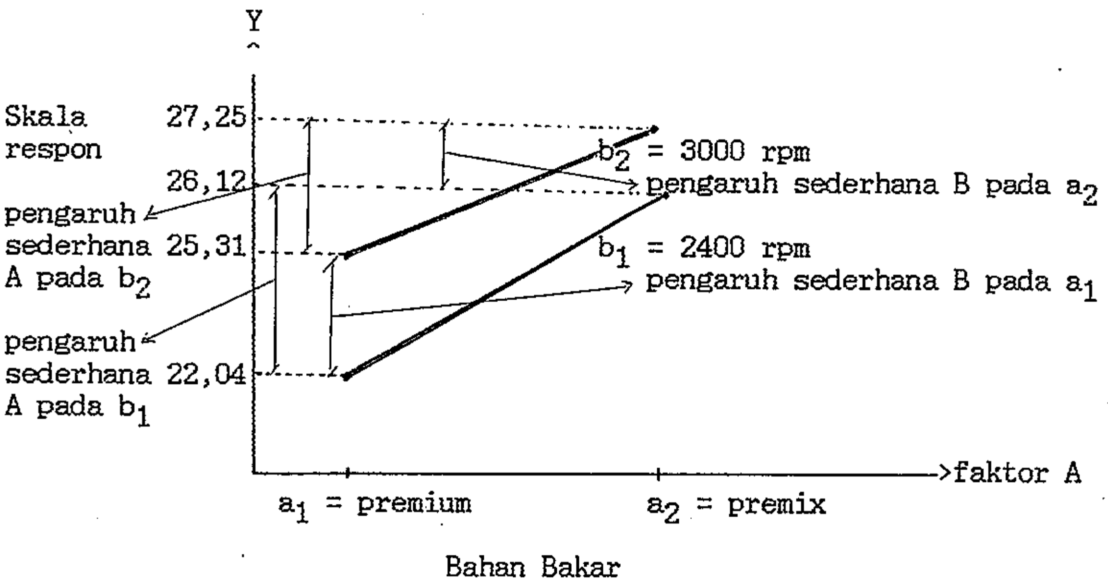
$$AB = \tfrac{1}{2}.n \{ (a_2b_2 - a_2b_1) + (a_1b_2 - a_1b_1) \}$$

$$= \tfrac{1}{2}.1 \{ (27{,}25 - 26{,}12) + (25{,}31 - 22{,}04) \}$$

$$= \tfrac{1}{2} \{ 1{,}13 - 3{,}27 \}$$

$$= \tfrac{1}{2} (-2{,}14) = -1{,}07$$ Dinyatakan dalam pengaruh sederhana faktor B

Pada data I, kenaikan hasil/ respon dari a_1 ke a_2 lebih besar untuk taraf b_1 = 2400 rotasi per menit daripada untuk b_2 = 3000 rotasi per menit dari putaran mesin.
Jadi telah terjadi perubahan terhadap besarnya kenaikan hasil (beda besarnya respon). Grafik interaksi terlihat seperti pada gambar 2.1



Gambar 2.1. Interaksi berupa beda besarnya respon/ hasil

Data II (Percobaan seperti pada data I hanya untuk faktor A = bahan bakar level 1 = premix dan level 2 = premium)

Faktor	A = Bahan Bakar				
	Taraf	a_1 premium	a_2 premix	nilai tengah	$a_2 - a_1$
B = rpm	b_1=2400 rpm	26,12	22,04	24,08	- 4,08
putaran	b_2=3000 rpm	25,31	27,25	26,28	1,94
mesin	nilai tengah	25,715	24,645	25,18	-1,07
	$b_2 - b_1$	-0,81	5,21	2,2	

Pengaruh sederhana faktor A = bahan bakar pada taraf b_1 = 2400 rpm adalah-4,08 sedang pada taraf b_2 = 3000 rpm 1,94

Pengaruh sederhana faktor B = rpm putaran mesin pada taraf a_1 = premix adalah -0,81 dan pada taraf a_2 = premium adalah 5,21

Pengaruh utama faktor A adalah

$$A = \tfrac{1}{2}.n \{ (a_2b_2 - a_1b_2) + (a_2b_1 - a_1b_1) \}$$
$$= \tfrac{1}{2}.1 \{ (27,25 - 25,31) + (26,12 - 22,04) \}$$
$$= \tfrac{1}{2} \{ 1,94 - 4,08 \}$$
$$= \tfrac{1}{2}. (-2,14)$$
$$= -1,07$$

Pengaruh utama faktor B adalah

$$B = \tfrac{1}{2}.n \{ (a_2b_2 - a_2b_1) + (a_1b_2 - a_1b_1) \}$$
$$= \tfrac{1}{2}.1 \{ (27,25 - 26,12) + (25,31 - 22,04) \}$$
$$= \tfrac{1}{2} \{ 5,21 + (-0,81) \}$$
$$= \tfrac{1}{2} \{ 4,4 \}$$
$$= 2,2$$

Interaksi antara A dan B untuk data II adalah

$$AB = \tfrac{1}{2}.n \{ (a_2b_2 - a_1b_2) - (a_2b_1 - a_1b_1) \}$$
$$= \tfrac{1}{2}.1 \{ (27,25 - 25,31) - (22,04 - 26,12) \}$$
$$= \tfrac{1}{2} \{ 1,94 - (-4,08) \}$$
$$= \tfrac{1}{2} \{ 6,02 \} = 3,01$$

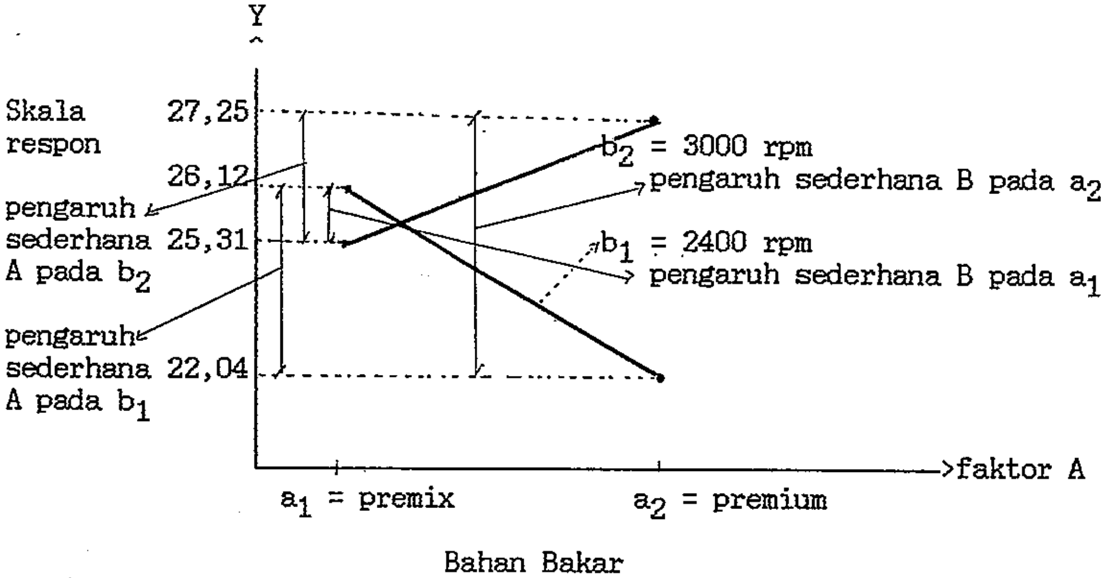
Dinyatakan dalam pengaruh sederhana faktor A

$$AB = \tfrac{1}{2}.n \{ (a_2b_2 - a_2b_1) - (a_1b_2 - a_1b_1) \}$$
$$= \tfrac{1}{2}.1 \{ (27,25 - 22,04) - (25,31 - 26,12) \}$$
$$= \tfrac{1}{2} \{ 5,21) - (-0,81) \}$$
$$= \tfrac{1}{2} (6,02) = 3,01$$

Dinyatakan dalam pengaruh sederhana faktor B

Pada data II, terlihat bahwa respon terhadap A berupa suatu penurunan bila ada b_1 = 2400 rpm, tetapi berupa suatu kenaikan bila ada b_2 = 3000 rpm, sehingga terjadi interaksi perubahan arah kenaikan.

Gambar interaksi seperti terlihat pada gambar 2.2



Gambar 2.2 Interaksi berupa beda arah hasil / respon

Contoh, Percobaan seperti pada Data I, tetapi untuk faktor B = rpm putaran mesin level 1 (b_1) diubah menjadi 2000 rpm (rotasi per menit)

Hasil percobaan tersebut terlihat pada DATA III

Faktor	A = Bahan Bakar				
B = rpm putaran mesin	Taraf	a_1 premium	a_2 premix	nilai tengah	$a_2 - a_1$
	b_1=2000 rpm	20,12	22,06	21,09	1,94
	b_2=3000 rpm	25,31	27,25	26,28	1,94
	nilai tengah	22,715	24,655	23,685	1,94
	$b_2 - b_1$	5,19	5,19	5,19	

Pengaruh sederhana faktor A = bahan bakar pada taraf b_1 = 2000 rpm adalah 1,94 sama dengan pengaruh sederhana faktor A taraf b_2 = 3000 rpm yaitu 1,94

Pengaruh sederhana faktor B pada taraf a_1 = premium dan a_1 = premix = 5,19.

Pengaruh utama faktor

$$
\begin{aligned}
A &= \tfrac{1}{2}.n \{ (a_2b_2 - a_1b_2) - (a_2b_1 - a_1b_1) \} \\
&= \tfrac{1}{2}.1 \{ (27{,}25 - 25{,}31) - (22{,}06 - 20{,}12) \} \\
&= \tfrac{1}{2} \{ 1{,}94 + 1{,}94) \} \\
&= \tfrac{1}{2} \{ 3{,}88 \} \\
&= 1{,}94
\end{aligned}
$$

Pengaruh utama faktor

$$
\begin{aligned}
B &= \tfrac{1}{2}.n \{ (a_2b_2 - a_2b_1) - (a_1b_2 - a_1b_1) \} \\
&= \tfrac{1}{2}.1 \{ (27{,}25 - 22{,}06) - (25{,}31 - 20{,}12) \} \\
&= \tfrac{1}{2} \{ 5{,}19 + 5{,}19 \} \\
&= \tfrac{1}{2} (10{,}38) \\
&= 5{,}19
\end{aligned}
$$

Interaksi antara A dan B

$$
\begin{aligned}
AB &= \tfrac{1}{2}.n \{ (a_2b_2 - a_1b_2) - (a_2b_1 - a_1b_1) \} \\
&= \tfrac{1}{2}.1 \{ (27{,}25 - 25{,}31) - (22{,}06 - 20{,}12) \} \\
&= \tfrac{1}{2} \{ 1{,}94 - 1{,}94) \} \\
&= \tfrac{1}{2} \{ 0 \} = 0
\end{aligned}
$$

Dinyatakan dalam pengaruh sederhana faktor A

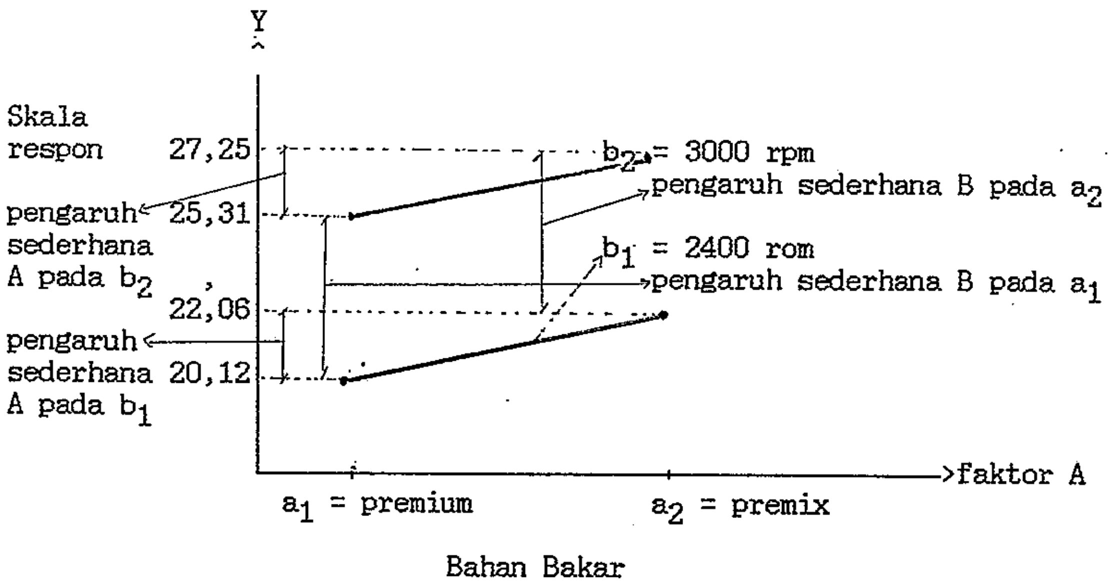
$$AB = \tfrac{1}{2}.n \{ (a_2b_2 - a_2b_1) - (a_1b_2 - a_1b_1) \}$$

$$= \tfrac{1}{2}.1 \{ (27{,}25 - 22{,}06) - (25{,}31 - 20{,}12) \}$$

$$= \tfrac{1}{2} \{ 5{,}19 - 5{,}19 \}$$

$$= \tfrac{1}{2} \{ 0 \} = 0$$ Dinyatakan dalam pengaruh sederhana faktor B

Jadi jika pengaruh sederhana faktor A pada kedua taraf faktor B adalah sama maka interaksi AB adalah nol begitu juga, jika pengaruh sederhana faktor B pada kedua taraf (level) faktor A adalah sama maka interaksi AB sama dengan nol berarti tidak ada interaksi antara A dan B



Gambar 2.3. Tidak ada interaksi antara faktor A = bahan bakar dan faktor B = rpm putaran mesin

2.1.2. Analisis Percobaan Faktorial

Dalam analisis percobaan faktorial kita dapat menguraikan derajat bebas dan jumlah kuadrat perlakuan menjadi komponen-komponen pengaruh utama dan interaksi. Pada percobaan faktorial semua satuan percobaan diikutkan dalam pengukuran pengaruh A_1 lalu B serta AB dan seterusnya bila terdapat lebih banyak faktor. Interaksi juga dapat diukur serta sekaligus menguji hipotesis mengenai interaksi tersebut. Jika hipotesisnya nol berarti tidak ada interaksi.

Andai faktornya banyak yang bebas, tabel rata-rata perlakuan dan analisis ragamnya meringkaskan data dengan baik. Bila faktor-faktornya tidak bebas, data tersebut memerlukan pengkajian lebih lanjut serta kemungkinan percobaan lanjutannya.

Tabel total perlakuan dapat digunakan untuk menghitung jumlah kuadrat bagi pengujian hipotesis terhadap pengaruh utama dan interaksi.

Dari hasil percobaan yang disusun dalam tabel total perlakuan dapat dihitung pengaruh utama dan interaksi dengan cara sebagai berikut :

1. Melakukan analisis ragam tanpa memperhatikan susunan perlakuannya yang faktorial bagi rancangan percobaan yang digunakan, dengan menggunakan persamaan :

$$C = \left[\frac{\Sigma Yij}{n.a.b} \right]^2 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (2.4)$$

C = faktor koreksi

Σ Yij = jumlah seluruh pengamatan

n = banyaknya ulangan

a = jumlah level Faktor A

b = jumlah level faktor B

$$SS_{Total} = \Sigma\ Yij - C \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (2.5)$$

$$SS_{perlakuan} = \frac{\Sigma\ Yij}{n} - C \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (2.6)$$

$$SS_{Error} = SS_{Total} - SS_{perlakuan} \quad \ldots\ldots \quad (2.7)$$

2. Menghitung jumlah kuadrat untuk pengaruh utama dan interaksi, dengan persamaan :

$$SS_A = \frac{\Sigma_j\ (a_j)^2}{n.b} - C \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (2.8)$$

dimana :

a_i = data pada level ke-i

i = level faktor A

$$SS_B = \frac{\Sigma_j\ (a_j)^2}{n.a} - C \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (2.9)$$

dimana :
j = level faktor B
bj = data pada level ke -j

$$SS_{AB} = SS_{perlakuan} - SS_A - SS_B \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (2.10)$$

$$MSS = \frac{SS}{dk} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (2.11)$$

dimana

MSS = Kuadrat tengah

dk = derajat kebebasan

$$F_{hitung}{}^{A} = \frac{MSS\ _B}{MSS_e} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (2.12)$$

$$F_{hitung}^{B} = \frac{MSS_{a}}{MSS_e}$$

$$F_{hitung}^{AB} = \frac{MSS_{AB}}{MSS_e}$$

Tabel 2.3 Analisa Varian/ Ragam Percobaan Faktorial

Sumber	dk	SS	MSS	F_{hitung}
Perlakuan	ab-1	$SS_{perlakuan}$	$\frac{SS_{perlakuan}}{ab-1}$	
A	a-1	SS_A	$\frac{SS_A}{a-1}$	
B	b-1	SS_B	$\frac{SS_B}{b-1}$	
AB	(a-1)(b-1)	SS_{AB}	$\frac{SS_{AB}}{(a-1)(b-1)}$	
Galat/eror	ab(n-1)	SS_e	$\frac{SS_e}{ab(n-1)}$	
Total	abn - 1	SS_T		

Uji Hipotesa

Hipotesa yang digunakan untuk menguji perbedaan rata-rata efek level/ taraf faktor adalah :

Ho : $\alpha 1 = \alpha 2$ berarti rata-rata efek level faktor adalah sama

Ha : $\alpha 1 \neq \alpha 2$ berarti ada perbedaan rata-rata efek level/ taraf faktor

Sedang hipotesa untuk interaksi adalah

Ho : tidak ada interaksi antara faktor yang diamati

H_A : ada interaksi antara faktor yang diamati

Untuk mengetahui Ho diterima atau ditolak,

Bandingkan F_{hitung} dengan F_{tabel}

$F_{tabel} = F_{\alpha} \{ dk_{faktor} ; ab(n-1) \}$

α = selang kepercayaan

Apabila $F_{hitung} > F_{tabel}$ berarti Ho ditolak dan H_A diterima maksudnya ada perbedaan rata-rata efek taraf faktor atau ada interaksi antara faktor yang diamati.

$F_{hitung} < F_{tabel}$ berarti Ho diterima maksudnya rata-rata efek taraf adalah sama atau tidak ada interaksi antar faktor yang diamati.

2.2 Matriks Orthogonal (Orthogonal Array)

Orthogonal Arrays (OA'$_s$) digunakan dalam methode Taguchi untuk melengkapi eksperimennya. Dengan OA'$_s$ akan diestimate semua efek faktor utama dan beberapa (tidak semua) efek interaksi. Kondisi perlakuan dipilih sedemikia rupa hingga tetap menjaga orthogonalitas diantara faktor yang bermacam-macam dan interaksi. Pemilihan ini menjadikan OA'_s melakukan pengujian yang lebih sedikit dalam mengevaluasi beberapa faktor, sehingga OA'_s memberikan eksperimen yang lebih efisien dengan tetap tidak kehilangan informasi dari percobaan yang diamati.

Misal akan dilakukan pengamatan pada 7 faktor : A, B, C, D, E, F dan G yang masing-masing mempunyai 2 level maka pengamatan mempunyai 7 (tujuh) derajat bebas yang selanjutnya akan menggunakan matriks OA'_s L_8 seperti pada tabel 2.2. Dalam pengamatan tersebut akan dilakukan pembandingan pada setiap percobaan terhadap lannya. Apabila pembandingan ini dilakukan dengan pengujian satu-persatu dari masing-masing faktor utama, maka akan terjadi pemisahan beberapa efek faktor dan akan mengabaikan interaksi diantara faktor-faktor (non orthogonal). Situasi semacam ini menyebabkan hilangnya beberapa informasi tentang interaksi dua atau lebih faktor.

Untuk menghindari situasi tersebut, kita gunakan pendekatan dengan memakai metode Full Faktorial Experiments atau denan memakai Orthogonal Arrays(OA'_s). Orthogonal Arrays dikembangkan oleh Taguchi dalam keluarga matriks Fractional Factorial Experiment (FFE). Keluarga matriks FFE ini selanjutnya ditabelkan dalam bermacam-macam tabel OA'_s yang diberi simbol Lq. Huruf Q menunjukkan jumlah percobaan yang dilakukan

No.Percobaan	no. kolom faktor yang diamati						
	1	2	3	4	5	6	7
1	1	1	1	1	1	1	1
2	1	1	1	2	2	2	2
3	1	2	2	1	1	2	2
4	1	2	2	2	2	1	1
5	2	1	2	1	2	1	2
6	2	1	2	2	1	2	1
7	2	2	1	1	2	2	1
8	2	2	1	2	1	1	2

Tabel 2.4 Matrik L_8OA .

Keterangan tabel :

Angka 8 adalah jumlah percobaan yang akan dilakukan. Jumlah kolom menunjukkan banyaknya faktor yang diamati. Bilangan didalam sell, menunjukkan level dari faktor yang sedang diamati.

2.2.1 Triangular Tabel

Triangular Tabel merupakan alat yang digunakan untuk menentukan faktor dan interaksi pada kolom-kolom OA'$_S$ yang bersesuaian. Triangular Tabel dikembangkan dari teori linier graph. Bilangan yang terdapat didalam sel menunjukkan letak kolom interaksi antara kolom-kolom yang bersesuaian. Interaksi antara kolom-1 dan kolom-2 diletakkan dalam kolom-3, interaksi antara kolom-1 dan kolom-3 diletakkan dalam kolom-2, interaksi antara kolom-1 dan kolom-4 diletakkan dalam kolom-5, demikian seterusnya.

Bilangan-bilangan yang sama dalam sel menunjukkan hubungan interaksi terpadu antara faktor fan interaksi seperti :

faktor	: B	x (D x E)	= B x D x E
kolom	: 2	4	6
faktor	: D	x (B x E)	= B x D x E
kolom	7	1	6
faktor	: E	x (B x D)	= B x D x E
kolom	3	5	6

Pada tabel 2.5 terlihat contoh peletakkan antara kolom-kolom yang berinteraksi untuk 3 faktor

Tabel 2-5 Contoh letak kolom-kolom Interaksi

no kolom						
1	2	3	4	5	6	7
A	B	AxB	C	AxC	BxC	AxBxC
BxCxD	AxCxD	CxD	AxBxD	BxD	AxD	D
BxE	AxE	E	DxE	AxDxE	BxDxE	CxE
				BxCxE	AxCxE	

Tabel 2-6 L_8 Triangular Tabel (interaksi)

no.kolom	no. kolom					
	2	3	4	5	6	7
(1)	3	2	5	4	7	6
(2)	–	1	6	7	4	5
(3)		–	7	6	5	4
(4)			–	1	2	3
(5)				–	3	2
(6)					–	1

Untuk menemukan kolom interaksi antara kolom - 1 dengan kolom - 4 dilakukan dengan menarik garis horizontal dari (1), lalu menarik garis vertikal dari 4. maka akan ditemukan kolom -5 dalam tabel sebagai letak kolom interaksi antara kolom -4 dan kolom -6. Demikian dapat dilakukan pada interaksi antara kolom-kolom yang lain.

Sehingga jika akan mengadakan percobaan dengan 4 faktor : A, B, C, D dan akan diuji faktor interaksi AxB, BxD, AxC, AxD, BxC dan Cxd maka peletakkan faktor dan interaksi pada matriks orthogonal adalah sebagai berikut :

No. Percobaan	faktor dan interaksi						
			AxB		AxC	AxD	
	A	B	CxD	C	BxD	BxC	D
	no.kolom						
	1	2	3	4	5	6	7
1	1	1	1	1	1	1	1
2	1	1	1	2	2	2	2
3	1	2	2	1	1	2	2
4	1	2	2	1	2	1	1
5	2	1	2	1	2	1	2
6	2	1	2	2	1	2	1
7	2	2	1	1	2	2	1
8	2	2	1	2	1	1	2

Tabel 2.7 Faktor dan Interaksi pada L_8OA

Jadi pada kolom 3 matriks orthogonal dapat diisi dengan interaksi AxB atau CxD, Kolom 5 dapat diisi dengan interaksi AxC atau BxD dan kolom 6 dapat diisi dengan interaksi AxD atau BxC.

2.2.2 Analisa Varian Matriks Orthogonal

Tujuan melakukan pengembangan produk dan pengembangan proses yaitu untuk meningkatkan hasil pekerjaan dari suatu produk atau proses bagi kebutuhan dan harapan konsumen.

Ketelitian dan kecermatan pengamatan dengan meminimumkan kerugian akibat variasi produk atau proses. Untuk itu dalam suatu eksprimen/ percobaan diusahakan untuk mengurangi dan mengendalikan variasi dari produk atau proses tersebut. Analisa varian digunakan untuk menyeleksi beberapa perbedaan variasi yang diuji, yaitu :

1. Variasi rata-rata (mean) dari pengamatan dalam masing-masing level faktor disekitar rata-rata seluruh pengamatan.

$$SS_A = \left[\sum_{i=1}^{k_A} \left[\frac{A_i^2}{n_{Ai}} \right] \right] - \frac{T^2}{N} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (\ 2.13)$$

dimana :

A_i = jumlah data yang diamati dari level ke-1 untuk faktor A

i = level

n_{Ai} = banyaknya level ke-i untuk faktor A

T = Total semua data yang diamati

N = jumlah seluruh percobaan

Khusus untuk percobaan 2 level persamaan (2.123) menjadi :

$$SS_A = \frac{A_1^2}{n} + \frac{A_2^2}{n} - \frac{(A_1 + A_2)^2}{N}$$

$$= \frac{(A_1^2 + A_2^2)}{n} - \frac{(A_1^2 + 2A_1A_2 + A_2^2)}{2n}$$

$$= \frac{2(A_1^2 + A_2^2)}{n} - \frac{(A_1^2 + 2A_1A_2 + A_2^2)}{2n}$$

$$= \frac{(A_1{}^2+A_2{}^2-2A_1A_2)}{2n}$$

$$= \frac{A_1{}^2-2A_1A_2+A_2{}^2}{N}$$

$$= \frac{(A_1-A_2)^2}{N} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (2.14)$$

Dengan : A_1 = Data yang sehubungan dengan level 1 faktor A

A_2 = Data yang sehubungan dengan level 2 faktor A

2. Variasi rata-rata (mean) dari seluruh pengamatan yang merupakan rata-rata dari kuadrat simpangan pengamatan dari rata-rata seluruh pengamatan.

$$SS_m = \frac{T^2}{N} = N\left[\frac{T}{N}\right]^2 = N\bar{\bar{T}}^2 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (2.15)$$

Dimana : N = jumlah seluruh percobaan

$\bar{\bar{T}}$ = rata-rata seluruh pengamatan

3. Variasi pengamatan secara indivudual di sekitar rata-rata pengamatan dalam tiap-tiap level faktor

$$SS_e = SS_T - SS_A \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (2.16)$$

Dengan $SS_T = \sum_{i=1}^{N}(y_i - \bar{\bar{T}})^2$

$$= \Sigma\,(Y_i{}^2 - 2\bar{\bar{T}}Y_i + \bar{\bar{T}}^2)$$

$$= \Sigma Y_i{}^2 - \Sigma 2\bar{\bar{T}}Y_i + \Sigma\bar{\bar{T}}^2$$

$$= \Sigma Y_i{}^2 - 2\bar{\bar{T}}\Sigma Y_i + N\bar{\bar{T}}^2$$

Untuk $T = \Sigma Y_i$ dan $\bar{\bar{T}} = \frac{T}{N}$ maka

$$= (\Sigma y_i{}^2) - 2\left(\frac{T}{N}\right)T + N\bar{\bar{T}}^2$$

$$= (\Sigma y_i^2) - 2\frac{T^2}{N} + \frac{T^2}{N}$$

$$= (\Sigma y_i^2) - \frac{T^2}{N} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (2.17)$$

Tabel 2.8 ANOVA Matriks Orthogonal (OA's)

Sumber Variasi	dk	SS	V	F_{hitung}
Rata-rata (mean)	1	SS_M	SS_M	
Faktor	k - 1	SS_A	$\frac{SS_A}{k-1}$	$\frac{V_A}{V_e}$
Error	N - k	SS_e	$\frac{SS_e}{N-k}$	
Total	N	SS_T		

Hipotesa yang diuji sama dengan percobaan faktorial

F_{hitung} bandingkan dengan F_{Tabel} ==== $F_{\alpha}\{(k-1);\ (N-k)\}$

α = selang kepercayaan.

Jika $F_{hitung} > F_{Tabel}$ maka Ho ditolak dan H_A diterima maksudnya ada perbedaan rata-rata efek level faktor dan atau ada interaksi antara faktor yang diamati

$F_{hitung} > F_{Tabel}$ maka Ho diterima maksudnya rata-rata efek level adalah sama atau tidak ada interaksi antara faktor yang diamati.

2.3. Derajat Kebebasan (v)

Derajat Kebebasan yaitu jumlah pengamatan atau pengukuran yang dapat dipilih secara bebas.

Dalam statistika variansi dapat dihitung dengan persamaan :

$$S^2 = \frac{\sum_{i=1}^{N} (y_i - \bar{y})^2}{N - 1} \qquad \text{.........................} \quad (2.18)$$

N-1 adalah derajat kebebasan untuk variansi

Baik $\bar{y}$ maupun S^2 dihitung dari pengamatan y_1, $y_2, \ldots,$ y_n. Bila x sudah tetap, tak berubah-ubah maka tinggallah sejumlah (N-1) pengamatan yang dapat dipilih secara bebas.

Contoh :

Diketahui : $\bar{y}$ = 15 maka dari 3 bilangan yang dapat dipilih secara bebas hanyalah 2

Misalkan bilangan pertama adalah 7 dan bilangan kedua adalah 25 maka bilangan yang ketiga haruslah 13.

2.4. Persen Kontribusi (P)

Persen Kontribusi adalah fungsi dari jumlah kuadrat faktor-faktor yang penting (utama).

Bagian variasi total yang diamati dalam sebuah eksperimen ditunjukkan oleh setiap faktor dan atau interaksi yang penting dalam persen kontribusi.

Persen kontribusi menunjukkan kekuatan relatif faktor dan atau interaksi untuk mengurangi variasi . Apabila taraf faktor dan atau interaksi dikendalikan dengan teliti, maka variasi total dapat dikurangi oleh banyaknya persen kontribusi. Meskipun suatu faktor penting dalam pengujian, variasi yang diterangkan oleh faktor dan atau interaksi tetap memuat variasi error. Sehingga untuk menghitung persen kontribusi faktor A digunakan persamaan-persamaan :

$$V_A = V_A{}^1 + V_e$$

Dimana = $V_A{}^I$ adalah harga varian bersama yang diharapkan dari faktor A.

$$V_A{}^1 = V_A - V_e \quad \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \quad (2.19)$$

Diketahui dari definisi varian untuk faktor A adalah

$$V_A = \frac{SS_A}{v_A} \quad \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \quad (2.20)$$

SS_A = jumlah kuadrat bersama faktor A

V_A = derajat kebebasan faktor A

maka $V_A^1 = \dfrac{SS^1{}_A}{v_A}$

V_A dan V_A^1 disubstitusikan ke persamaan (2.19) sehingga didapat :

$$\frac{SS^1{}_A}{v_A} = \frac{SS_A}{v_A} - V_e$$

$$SS^{1}_{A} = SS_A - (V_e)(v_A) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (2.21)$$

SS^{1}_{A} = jumlah kuadrat bersama yang diharapkan dari faktor A

V_e = Variansi Error

$$V_e = \frac{SS_e}{v_e}$$

Sehingga persen kontribusi faktor A adalah

$$P = \frac{SS^{1}_{A}}{SS_T} \times 100 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (2.22)$$

SS_T = Jumlah kuadrat total

Jumlah total dari persen kontribusi adalah 100 % jika persen kontribusi dari error kurang dari 15 % berarti tidak ada faktor penting yang ditinggalkan, dalam percobaannya (faktor-faktor terkontrol dengan baik).
Jika persen kontribusi dari error lebih dari 50% maka beberapa faktor penting yang diuji tidak dapat dikontrol dengan kata lain ukuran error melampaui batas.

2.5. Perbandingan Desain Faktorial dan Desain Taguchi (Orthogonal Arrays)

Dengan orthogonal Arrays eksperimen/ pengujian yang dilakukan lebih sedikit dari pada desain faktorial. Perbandingan jumlah pengujian antara desain Faktorial dan Desain Taguchi dapat dilihat dalam tabel berikut :

Tabel 2.9 Perbandingan Desain Taguchi dan Desain Faktorial.

faktor	level	Jumlah eksperimen	
		desain faktorial	Taguchi
2	2	2^2	4
3	2	2^3	4
4	2	2^4	8
7	2	2^7	8
10	2	2^{10}	16
15	2	2^{15}	16
31	2	2^{31}	32