# BAB I

# PENDAHULUAN

## 1.1.PENGERTIAN/LATAR BELAKANG

Kestabilan adalah syarat suatu persamaan yang-menjadikan solusinya stabil.Persamaan akan stabil -,jika semua solusinya terbatas, misal w(z) solusi - suatu persamaan diferensial order dua, solusi w(z) dikatakan terbatas jika terdapat konstanta $K > 0$, sedemikian hingga $\| w(z) \| \leq K$ ,Untuk setiap $z \in R$.

Solusi harmonik adalah sebagai solusi periodik yang mempunyai frekwensi sama dengan gaya eksternal $F \cos \omega t$. Maka sebelumnya pandang persamaan diferensial orde dua sebagai berikut :

$$X'' + cX' + f(X) = F\cos \omega t \qquad \ldots \qquad (3)$$

dimana f(X) merupakan fungsi non linier, untuk persamaan (3) diatas, misalkan :

$$f(X) = \alpha X + \beta X^3 \quad , \alpha > 0 \qquad \ldots \qquad (4)$$

f(X) merupakan gaya pulih yang non linier, dan - nilai $\beta$ merupakan sifat dasar untuk membedakan gerakan periodik. Sedemikian hingga untuk $\beta > 0$ disebut sebagai pegas keras ( regangannya kecil ) dan - untuk $\beta < 0$ disebut sebagai pegas lunak. Substitusikan persamaan (4) ke dalam persamaan (3) sehingga - akan diperoleh :

$$X'' + cX' + (\alpha X + \beta X^3) = F\cos \omega t \qquad \ldots \qquad (5)$$

persamaan (5) ini dinamakan persamaan Duffing.

Untuk selanjutnya apabila diambil c = 0 persamaan - (5) akan menjadi :

$$\ddot{X} + (\alpha X + \beta X^3) = F\cos\omega t \qquad \ldots (6)$$

persamaan (6) ini dinamakan persamaan Duffing tanpa redaman.

Kestabilan solusi harmonik persamaan Duffing - tanpa redaman adalah kestabilan yang diperoleh de - ngan cara mentransformasikan persamaan variasi li - nier dari persamaan Duffing tanpa redaman kedalam- persamaan Mathieu. Adapun persamaan Mathieunya se - bagai berikut :

$$w''(z) + (a + \varepsilon\cos(z))\, w(z) = 0$$

dimana a dan $\varepsilon$ merupakan parameter.

Pada pembahasan (1.3) akan diuraikan secara jelas - sifat-sifat persamaan Mathieu ,yang dijadikan meto- de untuk pengujian kestabilan solusi harmonik per - samaan Duffing tanpa redaman.

Contoh 1.

Diketahui suatu persamaan Mathieu sebagai berikut :

$$w''(z) + (0{,}75 + 0{,}002\cos(z))\, w(z) = 0$$

Apakah persamaan Mathieu tersebut stabil atau tidak?

Jawab :

Menurut definisi (32) persamaan Mathieu tersebut - mempunyai pasangan harga :

$$\begin{cases} a = 0{,}75 \\ \varepsilon = 0{,}002 \end{cases}$$

Dengan memasukan pasangan harga tersebut pada gam- bar (1) ternyata jatuh pada daerah yang diarsir -

atau daerah stabil, maka solusinya juga stabil . Untuk lebih jelasnya pada uraian dari definisi (34) dan gambar (1).

1.2.PERMASALAHAN

Bagaimana menguji kestabilan solusi harmonik persamaan Duffing tanpa redaman melalui persamaan Mathieu ?

1.3.PEMBAHASAN

Dalam menentukan kestabilan solusi harmonik persamaan Duffing tanpa redaman, sebelumnya dalam sub bab IV telah diuraikan mengenai solusi harmoniknya secara jelas, sehingga untuk menentukan kestabilanmya dijelaskan dalam bab III dan bab IV.

Bab III. Kestabilan persamaan Mathieu.

Bab IV. Menguji kestabilan solusi harmonik persamaan Duffing tanpa redaman melalui persamaan Mathieu.