BAB II

KONSEP DASAR

2.1. Himpunan.

Definisi 1.

Himpunan adalah kumpulan obyek-obyek yang didefinisikan dengan jelas. Adapun maksud didefinisikan dengan jelas adalah agar dapat ditentukan apakah suatu benda merupakan suatu anggota atau tidak.

Contoh 1 :

a) A= Himpunan huruf hidup dalam alfabet

   A= {a,e,u,i,o}

b) B= Himpunan bilangan genap antara 5 dan 15

   B= {6,8,10,12,14}

c) C= Himpunan bilangan riil antara 0 dan 10

   $C=\{X \mid 0<X<10, X \in R\}$

Definisi 2.

Himpunan semesta adalah himpunan yang anggota-anggotanya merupakan semesta pembicaraan, himpunan ini diberi lambang huruf S.

Contoh 2.:

A= {1,2,3,4}

S= {1,2,3,4,5,6,7,8}

Definisi 3.

Himpunan H merupakan himpunan bagian (sub set) dari himpunan K, ditulis $H \subset K$ bila dan hanya bila semua anggota H merupakan anggota dari himpunan K.

Contoh 3 :

S= {1,2,3,4,5,6,7,8,9,10}

H= {1,2,3}

K= {1,2,3,4,5,6}

Definisi 4.

Himpunan H ∩ K merupakan irisan dari himpunan H dan himpunan K, anggota-anggota dari H ∩ K adalah anggota-anggota dari himpunan H yang sekaligus anggota dari K.

Contoh 4 :

S= {1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12}

H= {1,2,3,4,5,6,7,8}

K= {4,5,6,7,8,9,10}

H ∩ K = K ∩ H = {4,5,6,7,8}

Definisi 5.

Gabungan (Union) dari himpunan H dan himpunan K ditulis H U K adalah himpunan yang anggota-anggotanya terdiri dari anggota-anggota yang sekurang-kurangnya menjadi anggota salah satu dari himpunan H atau himpunan K.

Contoh 5 :

S= {1,2,3,4,5,6,7,8,9,10}

H= {3,4,5,6}

K= {6,7,8,9}

H U K = K U H = {3,4,5,6,7,8,9}

Definisi 6.

Selisih dari himpunan H dan himpunan K ditulis H - K adalah himpunan yang anggota-anggotanya terdiri dari anggota H tetapi tidak menjadi anggota K atau dapat dituliskan :

$H - K = \{a \mid a \in H \text{ dan } a \in K\}$

Contoh 6 :

$S = \{1,2,3,4,5,6,7,8,9,10\}$

$H = \{1,2,3,4,5,6\}$

$K = \{5,6,7,8,9\}$

$H - K = \{1,2,3,4\}$

$K - H = \{7,8,9\}$

Definisi 7.

$A \subset S$, komplemen dari A diberi lambang A^c adalah suatu himpunan yang anggota anggotanya terdiri dari anggota S tetapi bukan anggota dari A atau dapat dituliskan :

$A^c = \{a \mid a \in S \text{ dan } a \notin A\}$

Contoh 7 :

$S = \{1,2,3,4,5,6,7,8,9,10\}$

$A = \{3,4,5\}$

$A^c = \{1,2,6,7,8,9,10\}$

Definisi 8.

Interval terbuka dengan lambang ( ) adalah himpunan semua bilangan yang terdapat dalam interval dengan pembatas awal dan akhir tidak menjadi anggota himpunan.

Interval tertutup dengan lambang [ ] adalah himpunan semua bilangan yang terdapat dalam interval dengan pembatas awal dan akhir menjadi anggota himpunan.

Contoh 8 :

a) $A= (1,6)= \{X \mid 1<X<6,\ X \in R\}$

anggota dari A adalah semua bilangan riil antara 1 dan 6 tetapi bilangan 1 dan 6 bukan anggota dari A.

b) $B= [1,6]= \{X \mid 1 \leq X \leq 6,\ X \in R\}$

anggota dari B adalah semua bilangan riil dari bilangan 1 sampai 6, berarti bilangan 1 dan 6 menjadi anggota dari B.

Definisi 9.

Kelas adalah suatu himpunan yang anggota-anggotanya merupakan suatu himpunan juga. Himpunan kuasa dari himpunan H ditulis $P(H)= 2^H$ adalah suatu himpunan yang anggota-anggotanya semua himpunan bagian dari himpunan H.

Contoh 9 :

a) $A= \{\emptyset, \{1\}, \{1,2\}, \{2\}\}$

b) $B= \{1,2\}$

$P(B) = 2^B = \{\emptyset, B, \{1\}, \{2\}\}$

c) $C= \{a,b,d\}$

$P(C) = 2^C = \{\emptyset, C, \{a\}, \{b\}, \{d\}, \{a,b\}, \{a,d\}, \{b,d\}\}$

Definisi 10.

Produk Kartesius himpunan H dan himpunan K ditulis H x K atau K x H adalah suatu himpunan yang akan memuat semua pasangan terurut (a,b) atau (b,a) dengan $a \in H$ dan $b \in K$ atau dapat dituliskan :

$H \times K = \{(a,b) \mid a \in H \text{ dan } b \in K\}$

$K \times H = \{(b,a) \mid a \in H \text{ dan } b \in K\}$

Contoh 10 :

$A = \{a,b\}$

$B = \{1,2,3\}$

$C = \{x,y\}$

$B \times A = \{(1,a), (1,b), (2,a), (2,b), (3,a), (3,b)\}$

$A \times B = \{(a,1), (a,2), (a,3), (b,1), (b,2), (b,3)\}$

$$B \times A \times C = \{(1,a,x), (1,b,x), (2,a,x), (2,b,x), (3,a,x), (3,b,x), (1,a,y), (1,b,y), (2,a,y), (2,b,y), (3,a,y), (3,b,y)\}$$

Definisi 11.

misal A: himpunan bilangan riil.

a) Titik $p \in A$ disebut titik interior dari A jika dan hanya jika p termasuk anggota interval buka (Sp) yang termasuk di dalam A atau $p \in Sp \subset A$.

b) Himpunan A disebut himpunan terbuka jika dan hanya jika tiap-tiap titik dari A merupakan titik interior dari A.

c) Irisan terhingga dari himpunan-himpunan terbuka adalah himpunan terbuka.

d) Gabungan dari beberapa himpunan terbuka adalah himpunan terbuka.

2.2. Fungsi

Definisi 12

Suatu fungsi dari A ke B adalah suatu aturan tertentu setiap anggota dari A menentukan dengan tunggal dalam B. A disebut daerah asal (domain), B disebut daerah kawan (kodomain). Fungsi $f:A\to B$, $a\in A$ bayangan dari a oleh f dapat disajikan f(a) dan berada tunggal di B atau dapat dituliskan sebagai berikut :

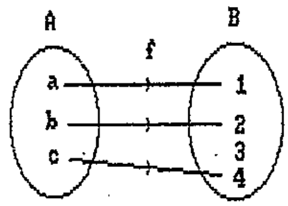
$f:A\to B$ bhb $(\forall a\in A)(\exists!b\in B).f(a)=b$.

Himpunan anggota-anggota dari B yang merupakan bayangan dari anggota A disebut daerah hasil (range) dari f.

a) Fungsi Into

Fungsi dari A ke B disebut Into jika ada anggota dari B yang bukan merupakan bayangan dari anggota A sehingga daerah hasil dari fungsi f merupakan subset dari B.

Contoh 11 :



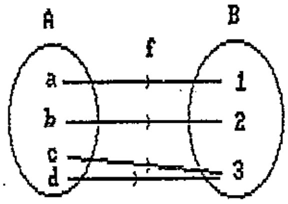
A = {a,b,c} daerah asal
B = {1,2,3,4} daerah kawan
R = {1,2,4} daerah hasil

b) Fungsi Onto (Surjektif)

Fungsi f dari A ke B disebut Onto jika setiap anggota dari B merupakan bayangan dari sekurang-kurangnya satu anggota dari A, atau dapat dituliskan sebagai berikut :

$f:A\to B$ Onto bhb $(\forall b\in B)(\exists a\in A).f(a)=b$ dan $f[A]=B$

Contoh 12 :



A = {a,b,c,d} daerah asal
B = {1,2,3} daerah kawan
R = {1,2,3} daerah hasil

c) Fungsi Injektif

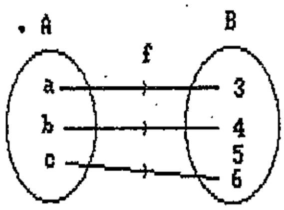
Fungsi f dari A ke B disebut Injektif atau satu-satu jika untuk setiap dua anggota yang berlainan dari A, mempunyai bayangan yang berlainan dalam B, atau dapat dituliskan :

f:A->B injektif

bhb $(\forall a_1, a_2 \in A)\ a_1 \neq a_2 \rightarrow f(a_1) \neq f(a_2)$

atau $a_1 = a_2 \rightarrow f(a_1) = f(a_2)$

Contoh 13 :

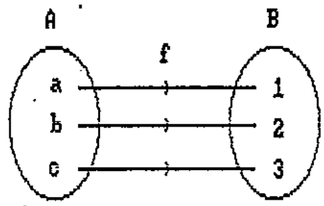


fungsi f:A->B adalah injektif

d) Fungsi Bijektif

Fungsi f dari A ke B Bijektif jika fungsi f adalah Surjektif dan juga Injektif.

Contoh 14 :



Fungsi $f:A \to B$ adalah Bijektif

Definisi 13.

a) $I:A \to A$ adalah fungsi I dentitas bhb $I(a)=a$, $\forall a \in A$.

$I:A \to A$ dapat dituliskan IA.

b) $f:A \to B$ adalah fungsi konstan bhb $\forall a \in A$, $f(a)=b$, $b \in B$

Definisi 14.

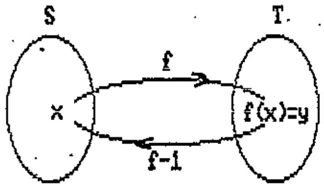
Fungsi $f:S \to T$, fungsi $g:R \to T$ dengan $R \subset S$ sehingga fungsi g dikatakan pembatas (Restriction) pada R dengan tanda :

$g=f|R$ bhb $\forall x \in R$ berlaku $g(x)=f(x)$

Definisi 15.

Fungsi $f:S \to T$ dan $R \subset T$.

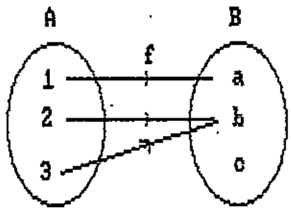
$f^{-1}(R) = \{x \in S \mid f(x) = R\}$ disebut bayangan invers dari R oleh f atau dapat dinyatakan dalam gambar sebagai berikut :



Dengan $f:x \to f(x) = y$ atau $y=f(x)$

$f^{-1}:y \to x$ atau $x=f^{-1}(y)$

Contoh 15 :

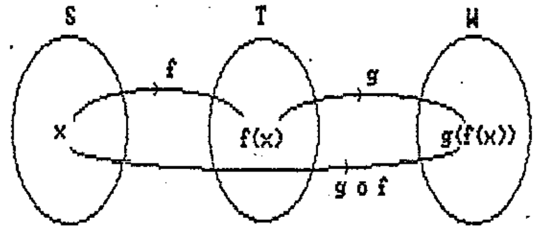


$f^{-1}(a) = 1$

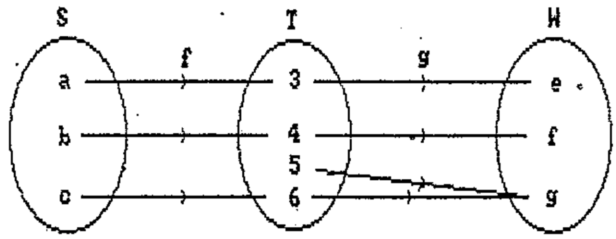
$f^{-1}(b) = 2$ dan 3

Definisi 16.

a) Jika fungsi f:S->T dan fungsi g:T->W merupakan fungsi tunggal maka komposisi g o f:S->W adalah fungsi dengan (g o f)(x) = g(f(x)). ∀x∈S atau dapat dinyatakan dalam gambar :



Contoh 16:



berarti : $f(a) = 3$

$(g \circ f)(a) = e$

$(g \circ f)(b) = f$

Definisi 17

Pandanglah hasil gambar kartesius SxT, setiap $(s,t) \in S \times T$ dikawankan dengan $s \in S$, perkawanan ini memenuhi syarat suatu fungsi dan disebut sebagai proyeksi dari SxT ke S.(pr_1). Karena (s,t_1) dan (s,t_2) kedua-duanya dibawa ke S, sehingga proyeksi merupakan fungsi surjektif tetapi bukan fungsi bijektif. Apabila $z=(s,t)$ sehingga $pr_1 z=s$, $pr_2 z=t$ dan $Z \subset S \times T$. Umpama $Z=\{(s_1,t_1), (s_2,t_2)\}$ maka $pr_1 Z=\{s_1,s_2\}$ dan $pr_2 Z=\{t_1,t_2\}$ sehingga $pr_1 Z \times pr_2 Z =$ $\{(s_1,t_1),(s_1,t_2),(s_2,t_1),(s_2,t_2)\}$.

2.3. Topologi

Definisi 18.

Jika S suatu himpunan yang tidak kosong dan τ bagian dari $P(S)=2^S$, dengan $P(S)=2^S$ adalah himpunan kuasa dari S, maka τ adalah merupakan topologi dari S jika memenuhi syarat-syarat berikut :

a) $\emptyset \in \tau$ dan $S \in \tau$

b) Gabungan dari anggota-anggota τ berada dalam τ.

c) Irisan dari anggota-anggota τ berada dalam τ.

Setiap anggota dari τ adalah himpunan terbuka (dapat dilihat definisi 11) dan pasangan (s,τ) disebut ruang topologi.

Contoh 17 :

Diketahui $S:\{a,b,c,d,e\}$

$\tau_1 = \{\emptyset, S, \{a\}, \{c,d\}, \{a,c,d\}, \{b,c,d,e\}\}$

$\tau_2 = \{\emptyset, S, \{a\}, \{c,d\}, \{a,c,d\}, \{b,c,d\}\}$

$\tau_3 = \{\emptyset, S, \{a\}, \{c,d\}, \{a,c,d\}, \{a,b,c,d\}\}$

dari τ_1, τ_2, dan τ_3 mana yang topologi dari S?

Penyelesaian :

Untuk τ_1 adalah topologi dari S, sebab τ_1 memenuhi syarat-syarat topologi.

Untuk τ_2 bukan topologi dari S sebab ada salah satu syarat yang tidak dipenuhi yaitu $\{a,c,d\} \cup \{b,c,d\} = \{a,b,c,d\} \notin \tau_2$.

Untuk τ_3 bukan topologi dari S, sebab ada salah satu syarat yang tidak dipenuhi yaitu $\{a,c,d\} \cap \{a,b,d\} = \{a,d\} \notin \tau_3$.

Definisi 19.

Jika $S \neq \emptyset$ maka topologi terkecil dari S adalah $\{\emptyset, S\}$ disebut in discrete topologi, sedangkan topologi terbesarnya adalah $P(S)=2^S$ disebut discrete topologi.

Contoh 18 :

Diketahui $S = \{a,b,c\}$

$\tau_1 = \{\emptyset, S\}$

$\tau_2 = \{\emptyset, S, \{a\}, \{a,b\}\}$

$\tau_3 = \{\emptyset, S, \{a\}, \{b\}, \{c\}, \{a,b\}, \{a,c\}, \{b,c\}\}$

τ_1, τ_2, dan τ_3 ketiga-tiganya merupakan topologi dari S, dan τ_1 topologi terkecil dan τ_3 topologi terbesar dari S.

Definisi 20.

Jika R= himpunan bilangan riil, maka topologi τ 2^S yang didefinisikan dengan G $\in$ τ bhb G= $\emptyset$ atau G= Union dari interval-interval terbuka dari R((a,b){x$\in$R|a<x<b, a = b} Ua.b $\in$ R) disebut usual topologi atau topologi kartesius.

Definisi 21.

Himpunan terbuka yang berpusat di p dengan jari-jari r(r>0) disebut sekitar dari p dengan jari-jari r dan dituliskan sebagai Nr(p)= {x|d(p.x) < r}.
(d(p,x)= jarak antara titik p dan titik x).

Definisi 22.

Jika X $\neq$ $\emptyset$ dan A$\subset$X sedangkan {Gi} 2x=P(x) sehingga A$\subset$Ui Gi untuk sembarang A$\subset$X, maka {Gi} disebut sampul dari A.

Contoh 19 :

Diketahui X = {1,2,3,4,5}
A = {2,3,4}
{Gi} = {{1,2}, {2,3}, {1,5}, {1,3,5}}.
Apakah {Gi} sampul dari A ?
Jawaban :
{Gi} bukan sampul dari A sebab Ui Gi = {1,3,5} dan A $\not\subset$ {1,3,5}.

Contoh 20 :

Diketahui X = {1,2,3,4,5}
A = {2,3,4}
{Gi} = {{2}, {4}, {3,4}, {2,3}, {2,3,4}, {3,4,5}}
Apakah {Gi} merupakan sampul dari A ?

Penyelesaian :

Gabungan dari setiap anggota dari {Gi} adalah UiGi = {2,3,4,5}.

Karena A= {2,3,4} berarti $A \subset$ UiGi.

Jadi {Gi} sampul dari A dan disebut sampul buka.

Definisi 23.

Misal X ruang topologi dan $A \subset X$. A disebut kompak bila setiap sampul buka dari A tereduksi ke sampul terhingga atau $A \subset$ UiGi dengan Gi himpunan terbuka dan dapat dipilih terhingga banyak himpunan terbuka sedemikian hingga berlaku $A \subset Gi_1 \cup \ldots \cup Gi_m$.

Definisi 24

X ruang topologi, merupakan ruang Hausdorff. Jika setiap dua titik pada X, daerah sekitarnya saling lepas atau bila $p \neq q$ sekitar U(p) dan sekitar V(q) saling lepas ($U(p) \cap V(q) = \emptyset$).

Definisi 25.

Misal Y= Ruang Hausdroff.

Y disebut ruang para kelompok jika dan hanya jika untuk setiap $\{A_\alpha | \alpha \in Æ\}$ sampul buka dari Y, ada $\{B_\beta | \beta \in B\}$ sampul buka dari Y yang mempunyai sifat :

a) untuk setiap A_α ada B_β sehingga $A_\alpha \subset B_\beta$.

b) untuk setiap $y \in Y$, ada sekitar V sehingga $V \cap B_\beta \neq \emptyset$ untuk paling banyak berhingga indek β.

Definisi 26.

(X,τ) ruang topologi.

$A \subset X$ dan $A \neq \emptyset$.

Kelas τ_A adalah kelas dari irisan A dengan semua anggota τ, sehingga τ_A merupakan topologi dari A dan pasangan (A,τ_A) merupakan ruang topologi bagian dari (X,τ).

Contoh 21 :

Diketahui $X= \{a,b,c,d,e\}$

$A= \{a,d,e\}$

$\tau= \{\emptyset, X, \{a\}, \{c,d\}, \{a,c,d\}, \{b,c,d,e\}\}$

Tentukan kelas τ_A dan apakah (A,τ_A) merupakan ruang topologi bagian dari (X,τ) ?

Penyelesaian :

$X \cap A = A$

$\{a\} \cap A = \{a\}$

$\{a,e,d\} \cap A = \{a,d\}$

$\{c,d\} \cap A = \{d\}$

$\emptyset \cap A = \emptyset$

$\{b,c,d,e\} \cap A = \{d,e\}$

$\tau_A = \{\emptyset, A, \{a\}, \{d\}, \{a,d\}, \{d,e\}\}$.

Karena τ_A memenuhi syarat-syarat topologi (definisi 17) sehingga τ_A adalah topologi dari A dan (A,τ_A) merupakan ruang topologi bagian dari (X,τ).

Definisi 27.

(X,τ_1) dan (Y,τ_2) keduanya ruang topologi fungsi $f:X\text{->}Y$ dikatakan kontinu bila dan hanya bila invers image $f^{-1}(H)$ dari himpunan bagian dari Y yang terbuka merupakan himpunan bagian dari X yang terbuka atau $H \in \tau_2 \rightarrow f^{-1}(H) \in \tau_1$ untuk setiap $H \in \tau_2$.

Contoh 22 :

Diketahui :

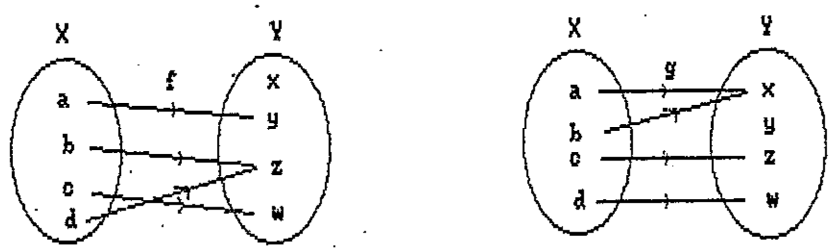
$X = \{a,b,c,d\}$

$Y = \{x,y,z,w\}$

$\tau_1 = \{\emptyset, X, \{a\}, \{a,b\}, \{a,b,c\}\}$

$\tau_2 = \{\emptyset, Y, \{y\}, \{x\}, \{x,y\}, \{y,z,w\}\}$

Ditentukan fungsi $f: X \rightarrow Y$ dan $g: X \rightarrow Y$ yang terlihat dalam gambar :



Selidikilah mana yang merupakan fungsi kontinu !

Penyelesaian :

Untuk fungsi f.

Bayangan invers dari f untuk setiap anggota τ_2

$$Y \xrightarrow{f^{-1}} X$$
$$\emptyset \longrightarrow \emptyset$$
$$\{x\} \longrightarrow \emptyset$$
$$\{y\} \longrightarrow \{a\}$$
$$\{x,y\} \longrightarrow \{a\}$$
$$\{w,y,z\} \longrightarrow \{a,b,c,d\} = X$$

berarti $f^{-1}(\tau_2)=\{\emptyset, X, \{a\}\}$, karena setiap anggota dari $f^{-1}(\tau_2)$ berada dalam τ_1, menurut definisi 27 dapat disimpulkan bahwa fungsi f adalah fungsi kontinu.

Untuk fungsi g.

Bayangan invers dari g untuk setiap anggota τ_2

$$\begin{aligned}
Y &\xrightarrow{g^{-1}} \emptyset \\
\{x\} &\longrightarrow \{a,b\} \\
\{y\} &\longrightarrow \emptyset \\
\{x,y\} &\longrightarrow \{a,b\} \\
\{w,y,z\} &\longrightarrow \{c,d\}
\end{aligned}$$

karena $\{c,d\}\in g^{-1}(\tau_2)$, tetapi $\{c,d\}\notin\tau_1$ sehingga fungsi g bukan fungsi kontinu.

Sifat-sifat dasar fungsi kontinu :

a) Jika fungsi $f:X\to Y$ dan fungsi $g:Y\to Z$ maka fungsi $h= g \circ f:X\to Z$ adalah kontinu.

b) Jika fungsi $f:X\to Y$ kontinu dan $A \subset X$ maka $f|A:A\to Y$ adalah kontinu.

2.4. Homotopi

Definisi 28.

Jika X dan T keduanya ruang topologi dan $I=\{X \mid 0\le X\le 1, X\in R\}$ maka dua fungsi kontinu f dan g dari X ke T dikatakan homotopik (ditulis $f \simeq g$) jika dan hanya jika ada fungsi kontinu $h:X\times I\to T$, sedemikian hingga berlaku $h(x,o)=f(x)$ dan $h(x,1)=g(x)$ untuk setiap $x\in X$. Fungsi kontinu h disebut homotopi di antara f dan g (fungsi kontinu dapat dilihat pada definisi 27).

Contoh 23 :

misal fungsi $f:I \to E$ dengan $f(x)=x$ untuk setiap $x \in I$ dan fungsi $g:I \to E$ dengan $g(x)=x+1$ untuk setiap $x \in I$, maka terdapat fungsi kontinu $h:I \times I \to E$ yang didefinisikan dengan $h(x,t)=x+t$. Untuk setiap $(x,t) \in I \times I$ maka $h(x,0)= x = f(x)$ dan $h(x,1)= x+1 = g(x)$ untuk setiap $x \in I$. Jadi fungsi h merupakan homotopi diantara f dan g sehingga dapat ditulis $f \simeq g$.

Definisi 29.

Jika fungsi $f:X \to T$ homotopik ke fungsi konstan maka f dikatakan homotopik nol.

Contoh 24 :

Buat dua fungsi konstan $f:E \to E$ dengan $f(x)=5$ untuk setiap $x \in R$ dan $g:E \to E$ dengan $g(x)=8$ untuk setiap $x \in R$.

Buat fungsi $h:E \times I \to E$ dengan $h(x,t)=3t + 5$.

Untuk setiap $(x,t) \in R \times I$ fungsi h kontinu dengan $h(x,0)=5=f(x)$ dan $h(x,1)=8=g(x)$ untuk setiap $x \in R$. Jadi $f \simeq g$ sehingga f dan g masing-masing adalah homotopik nol.

Definisi 30.

Himpunan dari semua fungsi kontinu dari S ke T ditulis dengan T^S. Jika $f \in T^S$ maka kelas homotopi yang ditentukan oleh f ditulis dengan [f]. Dua fungsi kontinu berada dalam kelas yang sama bhb keduanya saling homotopik.

Definisi 31.

S adalah ruang topologi dan $A \subset S$. A adalah retract dari S bila fungsi identitas $I_A: A \to A$ dapat diperluas ke fungsi kontinu $r: S \to A$ dengan $r(x)=x$ untuk setiap $x \in A$. Fungsi kontinu r disebut retraction.

Contoh 25 :

Jika E ruang topologi kartesius dan $A=\{3\}$ maka dapat kita buat fungsi kontinu $f: E \to A$ dengan $f(x)=3$ untuk setiap $x \in R$ maka f adalah retraction, sehingga A adalah retract dari E.

Teorema 1.

S adalah suatu ruang topologi dan $A \subset S$. Syarat perlu dan cukup bahwa A adalah retract dari S adalah bahwa untuk setiap ruang T, setiap fungsi kontinu $f: A \to T$ dapat diperluas ke S.

Bukti :

a) Jika A adalah retract dari S, maka ada retraction $r: S \to A$ dengan $r(x)=x$ untuk setiap $x \in A$.
   Ambil sembarang ruang topologi T dan fungsi kontinu $f: A \to T$.
   Buat fungsi komposisi $f \circ r: S \to T$, karena setiap $x \in A$ sehingga $(f \circ r)(x)=f(r(x))=f(x)$ maka $f \circ r$ merupakan fungsi perluasan dari f.
b) Jika untuk setiap ruang T, setiap fungsi kontinu $f: A \to T$ dapat diperluas ke S. Ambil $T=A$ dan $f: A \to A$ merupakan fungsi identitas maka f dapat diperluas ke S. jadi A adalah retract dari S.

Definisi 32.

S adalah ruang topologi.

S dikatakan contractible jika ada suatu titik $p \in S$, sehingga fungsi identitas $I_S : S \to S$ adalah homotopik ke fungsi konstan $e : S \to \{p\}$.

(fungsi identitas dapat dilihat pada definisi 13).

Definisi 33.

S adalah ruang topologi dan $D \subset S$.

D mengalami deformasi retract ke dalam S. Jika ada retraction r dari S onto D dan homotopi $h : S \times I \to S$ dengan $h(x,0)=S$ dan $h(x,t)$ untuk setiap $x \in D$ dan $s \in I$.

Definisi 34.

1) $I=[0,1]=\{x \mid 0 \le x \le 1, x \in R\}$

   X adalah ruang topologi.

   $f : I \to X$ dengan $f(0)=a$ dan $f(1)=b$.

   f dikatakan suatu lintasan dari titik a dan titik b. a disebut titik awal dan b disebut titik akhir.

2) Untuk $p \in X$

   fungsi $e : I \to X$ dengan $e(s)=p$ untuk setiap $s \in I$.

   sehingga fungsi e adalah fungsi kontinu dan disebut lintasan konstan.

3) Bila $f : I \to X$ adalah lintasan dari a ke b.

   maka $\hat{f} : I \to X$ yang didefinisikan sebagai $\hat{f}(s)=f(1-s)$ adalah lintasan dari b ke a.

4) Bila $f : I \to X$ lintasan dari a ke b dan $g : I \to X$ lintasan dari b ke c, maka penjajaran dua

fungsi f dan g yang ditulis f o g adalah fungsi f o g = I->X yang didefinisikan sebagai :

$$f \circ g = \begin{cases} f(2s), & \text{bila } 0 \le s \le \frac{1}{2} \\ g(2s-1), & \text{bila } \frac{1}{2} \le s \le 1 \end{cases}$$

fungsi f o g merupakan lintasan dari a ke c.