

## BAB II TEORI PENUNJANG

Dalam analisis data mengenai spektrum gelombang, harus diketahui beberapa konsep dasar mengenai persamaan gelombang laut dan materi-materi lain yang mendukung. Dalam bab II ini akan dibahas mengenai momen spektral, dan persamaan gelombang laut. Penyajiannya adalah sebagai berikut.

### 2.1. MOMEN SPEKTRAL

Sebelum menyajikan tentang momen spektral, terlebih dahulu akan dibahas mengenai definisi dari variabel random dan definisi dari momen itu sendiri secara statistika.

#### DEFINISI 2.1

Pandang sebuah percobaan random dengan ruang sampel  $\zeta$ . Suatu fungsi  $X$  mengawankan setiap elemen  $c \in \zeta$  dengan satu dan hanya satu bilangan riil  $X(c) = X$ , disebut sebagai variabel random dengan range  $A = \{ X : X = X(c), c \in \zeta \}$ .

Untuk suatu variabel random  $X$  dan suatu integer positif  $k$ , ekspektasi  $E(X^k)$  di sebut sebagai momen ke  $k$  dari  $X$ . Secara khusus, menurut terminologi, rata-rata dari  $X$  adalah momen pertama dari  $X$ . Dalam ilmu statistika

diperlihatkan bahwa momen ke-k adalah berhingga. Momen ke-k di definisikan sebagai berikut:

$$E(|X|^k) = \int_{-\infty}^{\infty} |X|^k f(x) dx$$

Analog dengan metode statistika dapat digunakan untuk membahas tentang momen spektral.

Beberapa besaran parameter gelombang seperti periode rata-rata dan tinggi gelombang signifikan dapat ditunjukkan dengan momen fungsi kerapatan spektral  $S(f)$ . Momen spektral ke-n didefinisikan sebagai :

$$m_n = \int_0^{\infty} f^n S(f) df \quad \dots\dots\dots (2.1)$$

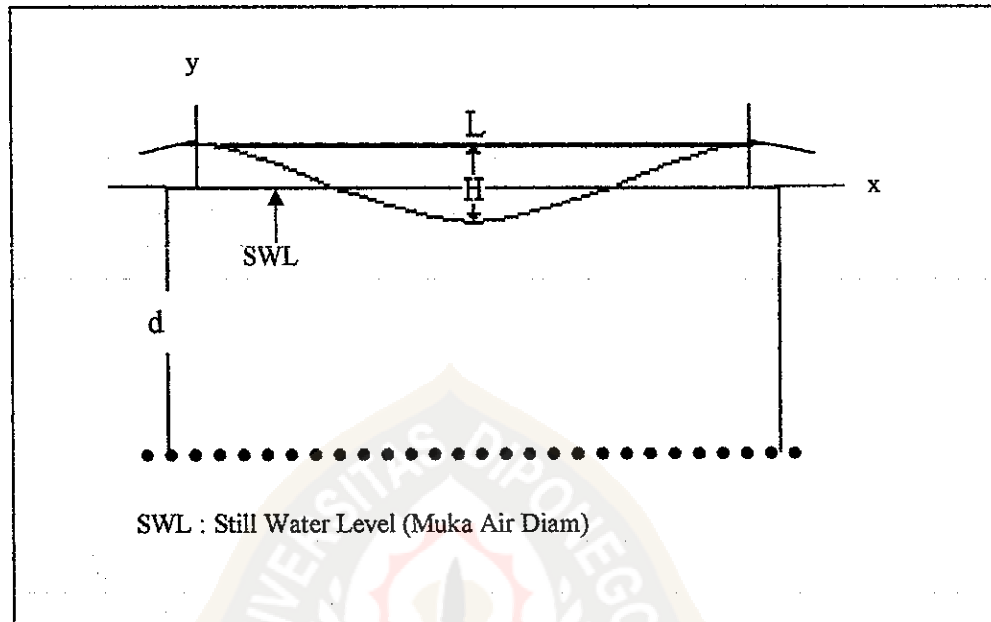
(Tukcer, 1991)

## 2.2. PERSAMAAN GELOMBANG LAUT

Gelombang laut berdasarkan gaya pembangkitnya dapat dibedakan menjadi beberapa macam antara lain gelombang angin, gelombang pasang surut, gelombang tsunami, gelombang yang dibangkitkan oleh kapal yang bergerak dan sebagainya. Diantara bentuk gelombang, yang paling penting dalam bidang teknik pantai adalah gelombang angin dan gelombang pasang surut.



Ilustrasi dari gelombang laut diberikan pada gambar 2.1.



Gambar 2.1. Ilustrasi gelombang laut

Persamaan gelombang laut untuk gelombang periodik dapat diturunkan dari persamaan Laplace yaitu :

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} = 0 \quad \dots\dots\dots (2.2)$$

dengan

$$u = \frac{\partial \phi}{\partial x} \quad \text{dan}$$

$$v = \frac{\partial \phi}{\partial y}$$

Kondisi batas persamaan tersebut adalah:

$$v = \frac{\partial \phi}{\partial y} = 0 \quad \text{di } y = -d$$

Kondisi batas pada permukaan diperoleh dari persamaan Bernoulli :

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{1}{2}(u^2 + v^2) + gy + \frac{p}{\rho} = 0 \quad \dots\dots\dots (2.3)$$

dengan  $g$  adalah percepatan gravitasi,  $p$  adalah tekanan dan  $\rho$  adalah rapat masa zat cair.

Apabila persamaan tersebut dilinierkan, yaitu dengan mengabaikan  $u^2$  dan  $v^2$ , dan pada permukaan  $y = \eta$ , serta mengambil tekanan dipermukaan adalah nol (tekanan atmosfer), maka persamaan Bernoulli menjadi :

$$\eta = -\frac{1}{g} \frac{\partial \phi}{\partial t} \Big|_{y=\eta}$$

Digunakan anggapan bahwa kondisi batas di  $y = 0$  adalah kira-kira sama dengan di  $y = \eta$ . Dengan anggapan tersebut maka kondisi batas pada permukaan adalah :

$$\eta = -\frac{1}{g} \frac{\partial \phi}{\partial t} \Big|_{y=0}$$

Persamaan tersebut diselesaikan untuk mendapatkan nilai  $\phi$ . Penyelesaian persamaan tersebut memberikan hasil dalam bentuk :

$$\phi = \frac{ag \cosh k(d+y)}{\omega \cosh kd} \sin(kx - \omega t) \dots\dots\dots (2.4)$$

(Triatmojo, 1991)

dengan  $\phi$  adalah potensial kecepatan,  $g$  adalah percepatan gravitasi yang memiliki nilai  $9,8 \text{ m / s}^2$ ,  $\omega$  adalah frekuensi angular yang dirumuskan sebagai  $2\pi/T$  dimana  $T$  menyatakan periode gelombang laut,  $k$  adalah angka gelombang yang dirumuskan sebagai  $2\pi / L$  dimana  $L$  adalah panjang gelombang,  $d$  adalah kedalaman laut,  $y$  adalah jarak vertikal suatu titik yang ditinjau terhadap muka air diam,  $x$  adalah jarak horizontal, dan  $t$  menyatakan waktu pencatatan gelombang. Komponen vertikal kecepatan partikel pada permukaan air dinyatakan sebagai berikut:

$$v = \frac{\partial \eta}{\partial t}$$

$$v = -\frac{1}{g} \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} \dots\dots\dots (2.5)$$



