BAB I

PENDAHULUAN

1.1. Latar Belakang Permasalahan

Sejalan dengan perkembangan yang pesat dari tekhnologi komputer dan perangkat lunaknya, maka banyak sekali penyelesaian berbagai permasalahan dapat dilakukan dengan menggunakan komputer. Permasalahan yang sulit dan memakan waktu lama jika dilakukan secara manual, akan menjadi lebih mudah dan cepat dilakukan dengan menggunakan bantuan komputer. Banyak sekali aplikasi yang dapat digunakan dalam penyelesaian permasalahan yang ada, seperti Fortran, Delphi, C dan Pascal. Salah satu permasalahan yang dapat diselesaikan dengan bantuan komputer dengan aplikasinya itu adalah perhitungan sistem persamaan linier. Agar dapat diselesaikan menggunakan aplikasi komputer, sistem persamaan tersebut disajikan dalam bentuk matriks.

Jika matriks yang didapat adalah matriks sparse simetri dan definit positif, maka sistem persamaan linier tersebut dapat diselesaikan dengan metode faktorisasi Cholesky. Suatu matriks dapat disajikan dalam bentuk graph. Matriks A dengan elemen-elemen a_{ij} bila disajikan dalam bentuk graph tak berarah $G^{\wedge} = (X^{\wedge}, E^{\wedge})$, maka elemen-elemen a_{ij} yang tidak nol pada A merupakan edge dengan vertex-vertex i dan j. Sedangkan bila a_{ij} adalah nol, maka tidak ada edge yang menghubungkan kedua vertex tersebut.

Matriks sparse adalah matriks yang mempunyai elemen nol cukup banyak. Dalam tugas akhir ini akan disajikan tentang pengurutan matriks sparse simetri definit positif. Algoritma derajat minimum merupakan suatu algoritma untuk mencari pengurutan suatu matriks sparse.

1.2. Permasalahan

Diberikan suatu sistem persamaan linier $Ax = b$, dengan matriks A berordo n x n adalah matriks simetri sparse dan definit positif. Akan dicari penyelesaian sistem persamaan tersebut dengan metode Cholesky, maka pertama A difaktorkan menjadi LL^T, dengan L adalah matriks segitiga bawah, dan kemudian menyelesaikan sistem triangular $Ly = b$ dan $L^Tx = y$.

Matriks sparse seringkali mendapat fill ketika difaktorkan. Hal tersebut menyebabkan proses komputasi akan memakan waktu lama dan pengalokasian tempat penyimpanan yang besar. Permasalahan yang dihadapi adalah bagaimana agar fill yang didapatkan dapat dikurangi.

1.3. Pembatasan Masalah

Dalam penyajian akan diambil matriks sparse simetri dan definit positif. Dan hanya akan dicari pengurutan dari matriks tersebut sehingga fill yang didapat menjadi lebih sedikit. Implementasi algoritma hanya dioperasikan terhadap graph dari matriks asal, dengan menggunakan bahasa pemrograman Pascal.

1.4. Pembahasan

Matriks A dapat disajikan dalam bentuk graph $G^A = (X^A, E^A)$, dengan X^A adalah himpunan n vertex yang menunjukkan nomor baris atau kolom matriks A dan $E^{\Lambda} = \{ \{i,j\} \mid a_{i,j} = a_{j,i} \neq 0;\ i \neq j\ ;\ i, j \in X^{\Lambda}\}$. Matriks L yang diperoleh dari faktorisasi Cholesky dapat dilihat strukturnya dengan melakukan eliminasi terhadap barisan graph $G_i^{\Lambda} = (X_i^{\Lambda}, E_i^{\Lambda})$; $i = 1,2,\ldots,n-1$. Sebelumnya perlu dilakukan pengurutan terhadap himpunan X^{Λ}, sehingga L yang dihasilkan dapat mencapai optimal. Karena untuk sembarang matriks permutasi atau pengurutan P_{nxn}, matriks PAP^T yang dihasilkan simetri dan positif definit, maka tetap berlaku metode Cholesky untuk menyelesaikan sistem persamaan yang equivalen, $(PAP^T)(Px) = Pb$. Pilihan matriks P yang tepat dapat mengurangi fill, karena itu akan diperhitungkan menggunakan algoritma derajat minimum dengan pendekatan rechable set untuk pencarian matriks permutasi atau pengurutan yang seperti itu.

Sistematika penyajian tugas akhir ini adalah sebagai berikut. Bab II berisi materi penunjang tentang matriks dan teori graph serta kajian dan perumusan metode Cholesky. Dalam Bab III akan disajikan tentang algoritma derajat minimum melalui pendekatan reachable set. Implementasi dari algoritma derajat minimum dalam bahasa pemrograman Pascal juga disajikan dalam bab ini. Diagram alir, Listing program dan contoh hasil perhitungan terdapat dalam Lampiran.