## BAB II

## TINJAUAN PUSTAKA

### 2.1. Teori dasar Graf

#### 2.1.1. Definisi Graf

Graf adalah diagram yang terdiri dari noktah-noktah yang disebut titik dan dihubungkan oleh garis-garis yang disebut sisi, serta setiap sisi menghubugkan tepat dua titik. Itu merupakan definisi sementara dari graf. Dalam teori graf istilah yang dipakai belum baku sepenuhnya. Contohnya istilah *node* untuk titik, dan busur atau garis untuk sisi. Dalam tugas akhir ini akan digunakan istilah titik dan garis.

Definisi 2.1.

Graf G adalah pasangan berurut V(G) dan E(G), dimana V(G) himpunan berhingga yang tidak kosong yang anggota-anggotanya adalah titik-titik dari graf G dan E(G) adalah himpunan pasangan titik-titik anggota V(G) yang anggota-anggotanya disebut garis.

Definisi graf tersebut membolehkan adanya beberapa garis yang menghubungkan pasangan titik yang sama, atau garis yang menghubungkan suatu titik dengan dirinya sendiri.

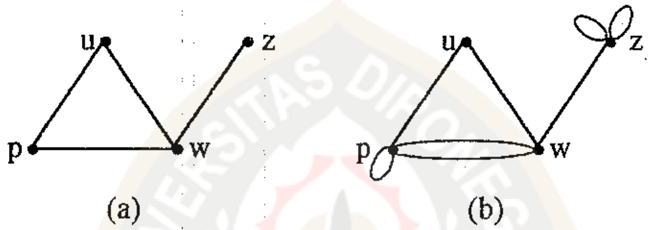
Definisi 2.2.

Dua garis atau lebih yang menghubungkan pasangan titik yang sama disebut garis ganda, dan sebuah garis menghubungkan sebuah titik ke dirinya sendiri disebut loop. Graf tanpa loop atau garis ganda disebut graf sederhana.

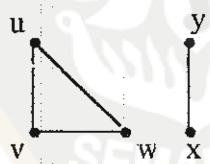
Definisi 2.3.

Graf G disebut terhubung (*connected*) jika G merupakan graf dalam kesatuan atau tidak tepisah menjadi beberapa bagian. Sedangkan graf G dikatakan tidak terhubung (*disconnected*) jika graf G terpisah menjadi beberapa bagian.

Contoh graf yang terhubung dapat dilihat pada gambar 2.1. (a) dan (b), sedangkan contoh untuk graf yang tidak terhubung dapat dilihat pada gambar 2.2.




Gambar 2.1. (a). Graf sederhana terhubung.
(b). Graf tidak sederhana terhubung.




Gambar 2.2. Graf sederhana tidak terhubung.

### 2.1.2. Derajat suatu titik

Definisi 2.4.

Misal G adalah graf tanpa loop, dan misalkan v adalah suatu titik dari G. Derajat v adalah banyaknya garis yang bertemu pada v, dan dinotasikan dengan der v.

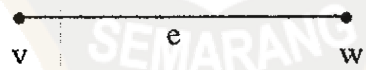
Meskipun derajat suatu titik telah didefinisikan hanya untuk graf tanpa loop, definisi tersebut dapat diperluas untuk graf yang memiliki loop, yaitu setiap loop menyumbang 2 pada derajat titiknya. Pada gambar 2.1.(a) der u = 2, der p = 2, der w = 3 dan der z = 1, gambar 2.1.(b) der u = 2, der p = 5, der w = 4 dan der z = 5.

### 2.1.3.Berdekatan dan insidensi

Teori graf utamanya berkenaan dengan interkoneksi antara obyek-obyek, maka diperlukan istilah tertentu untuk menunjukkan bagaimana kedudukan titik dan garis tertentu dalam graf.

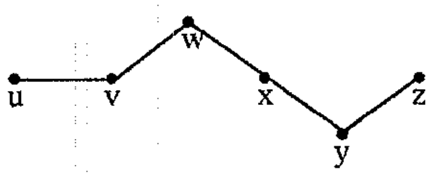
Definisi 2.5.

Misal v dan w adalah titik dalam suatu graf. Jika v dan w dihubungkan dengan garis e, maka v dan w dikatakan berdekatan (*adjacent*), v dan w dikatakan insiden dengan e, dan e insiden dengan v dan w.




Gambar 2.3. v dan w adjacent, v dan w insiden dengan e dan e insiden dengan v dan w.

### 2.1.4. Path dan Sikel

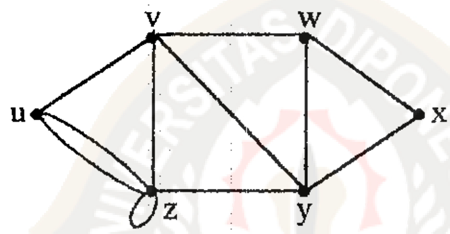



Gambar 2.4. Gambar walk uvwx…yz, dan disebut walk antara u dan z.

Definisi 2.6.

Suatu *walk* (jalan) yang panjangnya k dalam graf G adalah urutan k garis G yang berbentuk uv, vw, wx, ..., yz. Walk ini dinotasikan dengan uvwx...yz, dan disebut walk antara u dan z.

Jika garis-garisnya tidak mempunyai arah tertentu maka walk pada gambar 2.3 juga dapat dianggap berawal dari z ke u. Jadi walk ini juga dapat dinotasikan zy...xwvu, dan disebut walk antara z dan u.




Gambar 2.5. Gambar graf tidak sederhana.

Semua garis dan titik dalam walk tidak perlu berbeda (boleh sama). Misal dalam graf pada gambar 2.4, uvwxywvzzy adalah walk yang panjangnya 9 antara u dan y, yang memuat garis vw dua kali, titik v, w, y, dan z dua kali.

Definisi 2.7.

Jika semua garis (tetapi tidak perlu semua titik) suatu walk berbeda, maka walk itu disebut *trail*. Jika semua titiknya juga berbeda, maka trail itu disebut *path*.

Definisi 2.8.

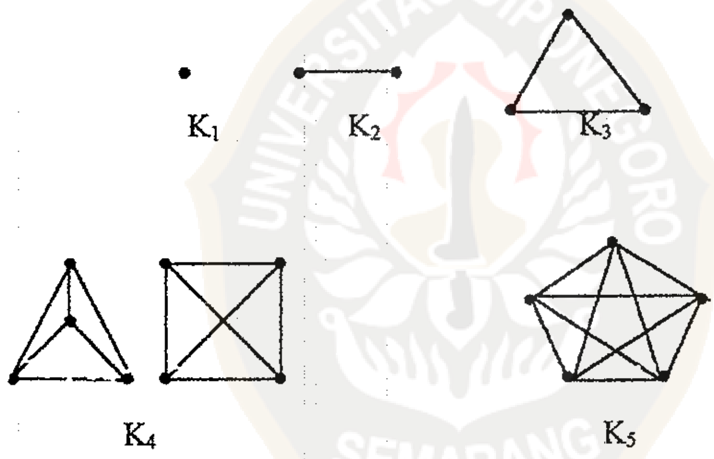
Suatu walk tertutup dalam graf G merupakan urutan garis G berbentuk uv,vw,wx,...,yz,zu. Jika semua garisnya berbeda, maka walk itu disebut trail tertutup *(closed trail)*. Jika titik-titiknya juga berbeda maka trail itu disebut *sikel*.

### 2.1.5. Contoh-contoh Graf

Berikutnya adalah beberapa contoh dari jenis-jenis graf yang penting.

1. Graf Komplit (lengkap)

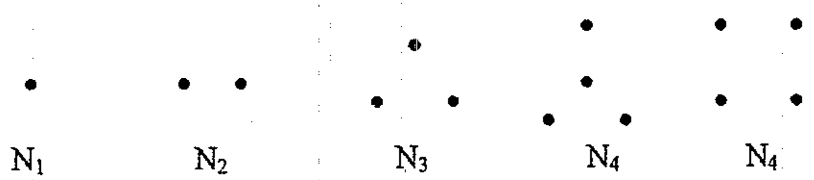
   Graf Komplit adalah graf yang setiap dua titiknya yang berbeda dihubungkan dengan satu garis. Graf komplit dengan N titik dinotasikan dengan $K_N$. Selain $K_4$, titik-titik $K_N$ digambar dalam bentuk segi banyak beraturan. Graf $K_N$ beraturan derajatnya N-1, dan memiliki N(N-1)/2 garis.




Gambar 2.6. Gambar graf Komplit.

2. Graf Nol

   Graf Nol adalah graf yang tidak memiliki garis. Graf nol bertitik N dinotasikan dengan $N_N$. Graf $N_N$ beraturan derajatnya 0.




Gambar 2.7. Gambar graf Nol.

## 2.2. Pewarnaan Graf

Definisi 2.9.

Pewarnaan titik pada graf tanpa loop G adalah pewarnaan untuk tiap titik dari graf G sedemikian sehingga tidak ada dua titik yang adjacent mendapatkan warna yang sama. Bilangan kromatik dari G dinotasikan dengan $\chi(G)$, adalah jumlah terkecil dari warna yang digunakan untuk mewarnai G.

Theorema 2.1.

Bilangan kromatik dari sebuah graf sederhana G adalah 1 jika dan hanya jika graf tersebut adalah graf nol.

Bukti theorema 2.1:

Akan dibuktikan jika $\chi(G) = 1$ maka G graf nol.

Jika $\chi(G) = 1$, maka setiap titik dalam G warnanya sama, sehingga tiap titik dari G tidak adjacent. Karena G tidak memiliki garis maka G adalah graf nol. Jadi jika $\chi(G) = 1$ maka G adalah graf nol.

Akan dibuktikan jika G graf nol maka $\chi(G) = 1$

Andaikan G bukan graf nol maka G memiliki garis, sehingga E(G) tidak kosong. Karena 2 titik yang adjacent harus diwarnai dengan warna yang berbeda. maka $\chi(G) \neq 1$. Pengandaian harus diingkar menjadi G merupakan graf nol. Jadi jika G adalah graf nol maka $\chi(G) = 1$.

Theorema 2.2.

Jika $K_N$ adalah graf komplit dengan jumlah titiknya N, maka bilangan kromatik dari $K_N$ adalah N atau $\chi(K_N) = N$

Bukti theorema 2.3:

Misalkan u dan v adalah dua titik dalam $K_N$. Maka u dan v adjacent, jadi u dan v harus diwarnai dengan warna yang berbeda. Karena dalam $K_N$ tiap titiknya adjacent satu sama lain maka tidak ada 2 titik dalam $K_N$ yang dapat diwarnai dengan warna yang sama atau dengan kata lain tiap titik dalam $K_N$ harus diwarnai dengan warna yang berbeda, sehingga diperlukan N macam warna untuk mewarnai $K_N$, sehingga $\chi(K_N) = N$.

Theorema 2.4

Jika G adalah graf sederhana yang terhubung maka $\chi(G) = 2$ jika dan hanya jika G tidak memiliki sikel yang panjangnya ganjil.

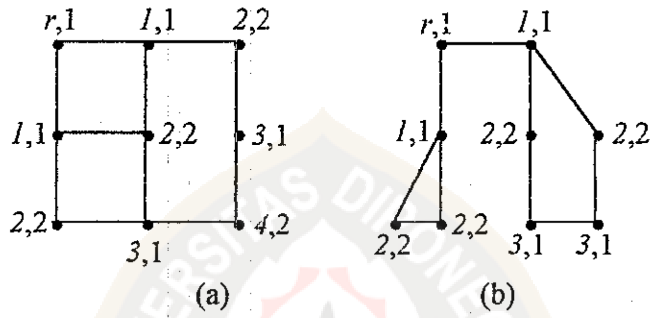
Bukti theorema 2.4:

Akan dibuktikan jika $\chi(G) = 2$ maka G tidak memiliki sikel yang panjangnya ganjil. G adalah graf sederhana terhubung dengan $\chi(G) = 2$. Misalkan C adalah sikel dalam G maka C akan dapat dilintasi dengan 2 macam warna secara bergantian, jadi C panjangnya genap.

Akan dibuktikan jika G tidak memiliki sikel ganjil maka $\chi(G) = 2$.

Andaikan G graf yang memiliki sikel yang panjangnya ganjil. Pilih sebarang titik v dan warnai dengan 1 kemudian warnai semua titik yang adjacent dengan v dengan warna 2. Selanjutnya warnai semua titik yang adjacent dengan titik yang berwarna 2 dengan warna 1. Seterusnya sampai semua titik terwarnai. Karena dalam G terdapat sikel yang panjangnya ganjil maka akan ada titik yang diwarnai dengan 2 warna atau graf tersebut tidak dapat diwarnai dengan 2 warna, terjadi kontradiksi sebab $\chi(G) = 2$. Maka pengandaian harus diingkar. Jadi jika G graf yang tidak memiliki sikel dengan panjang ganjil maka $\chi(G) = 2$.

Gambar 2.9 memperlihatkan graf yang memliki sikel ganjil dan yang tidak memiliki sikel ganjil dengan pewarnaannya. Pelabelan titik-titik pada gambar (jarak dari root, warna).




Gambar 2.9. (a). Graf yang tidak memiliki sikel dengan jumlah ganjil.
(b). Graf yang memiliki sikel dengan jumlah ganjil.

## 2.3. Sistem Memori Komputer

Sistem memori sebuah komputer terdiri dari elemen-elemen penyimpanan yang digunakan untuk menyimpan informasi. Salah satu elemen dasarnya yang digunakan untuk menyimpan adalah *integrated-circuit solid.* State memori yang terdiri dari banyak flip-flop masing-masing menyimpan 1 bit informasi. Bentuk lain unit penyimpanan adalah *floppy disk magnetik tape*, *babble memory* dan *magnetic-core devices.* Semua ini digunakan dalam sistem komputer untuk membaca dan atau menulis informasi. Terdapat empat tipe informasi yang secara khusus disimpan dalam memori, yaitu :

1. *Instruction Words*

   Instruction Words atau kata-kata instruksi adalah perintah dalam bentuk sebuah byte atau banyak byte yang memberitahukan kepada mikroprosesor operasi yang harus dilakukan. Kumpulan dari instuksi disebut program.

2. *Data Words*

   Data Words adalah memori words yang berisi sajian data numerik yang digunakan untuk menyelesaikan persamaan-persamaan atau fungsi-fungsi kontrol. Data Words disimpan dalam memori data ketika sistem mikroprosesor memisahkan memori untuk data dan instruksi.

3. Konstanta

   Konstanta adalah semacam harga numerik. Contohnya harga g yaitu tetapan gravitasi, harga konstanta phi ($\pi$), dan konstanta-konstanta yang lain.

4. *Temporary Storage*

   *Temporary Words* adalah tipe informasi keempat yang disimpan dalam memori. Temporary Words disimpan dalam area kerja memori yang disebut area *scratch pad*. Scratch pad tidak memerlukan memori yang sangat besar selama lokasi yang sama dapat digunakan lagi pada saat bagia lain dari program instruksi berlangsung.

Contoh rumus untuk mencari volume tabung. $V = \pi r^2 \times t$

| | | |
|---|---|---|
| keterangan | V : volume tabung | t : tinggi tabung |
| | r : jari-jari lingkaran alas tabung | $\pi$ : 22/7 |

V, r dan t adalah data words, $\pi$ adalah konstanta. Yang temasuk temporary words adalah menentukan hasil dari $\pi r^2$ kemudian disimpan, kemudian mengalikan $\pi r^2$ dengan t dan disimpan ke dalam memori.