Lampiran 1 Matriks Korelasi Sampel untuk data Lidya Pinkham

Vektor rata-rata sampel

$$\overline{\mathbf{Y}} = \begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \end{bmatrix} = \frac{1}{54}\sum_{t=1}^{54} \mathbf{Y}_t$$

$$= \begin{bmatrix} 934{,}52 \\ 1829{,}49 \end{bmatrix}$$

Matriks korelasi sampel pada lag 1 berdasarkan persamaan (47) adalah

$$\hat{\rho}(1) = \begin{bmatrix} \hat{\rho}_{11}(1) & \hat{\rho}_{12}(1) \\ \hat{\rho}_{21}(1) & \hat{\rho}_{22}(1) \end{bmatrix}$$

dimana :

$$\hat{\rho}_{11}(1) = \frac{\sum_{t=1}^{53}(Y_{1t} - 934{,}52)(Y_{1,t+1} - 934{,}52)}{\sum_{t=1}^{54}(Y_{1t} - 934{,}52)^2}$$

$$= \frac{5934358{,}32}{7329577{,}48} = 0{,}81$$

$$\hat{\rho}_{12}(1) = \frac{\sum_{t=1}^{53}(Y_{1t} - 934{,}52)(Y_{2,t+1} - 1829{,}49)}{\left[\sum_{t=1}^{54}(Y_{1t} - 934{,}52)^2 \sum_{t=1}^{54}(Y_{2t} - 1829{,}49)\right]^{1/2}}$$

$$= \frac{8608310{,}57}{[7329577{,}48 \times 21218957{,}48]^{1/2}} = 0{,}69$$

$$\hat{\rho}_{21}(1) = \frac{\sum_{t=1}^{53}(Y_{2t} - 1829{,}49)(Y_{1,t+1} - 934{,}52)}{\left[\sum_{t=1}^{54}(Y_{1t} - 934{,}52)^2 \sum_{t=1}^{54}(Y_{2t} - 1829{,}49)\right]^{1/2}}$$

$$= \frac{10368474{,}31}{[7329577{,}48 \times 21218957{,}48]^{1/2}} = 0{,}83$$

$$\hat{\rho}_{22}(1) = \frac{\sum_{t=1}^{53}(Y_{2t} - 1829{,}49)(Y_{2,t+1} - 1829{,}49)}{\sum_{t=1}^{54}(Y_{2t} - 1829{,}49)^2}$$

$$= \frac{19301655{,}81}{21218957{,}48} = 0{,}91$$

sehingga

$$\hat{\rho}(1) = \begin{bmatrix} 0{,}81 & 0{,}69 \\ 0{,}83 & 0{,}91 \end{bmatrix}$$

dengan cara yang sama dapat dicari matriks korelasi sampel untuk $l = 2,3,\ldots,10$

yaitu :

$$\hat{\rho}(2) = \begin{bmatrix} 0{,}60 & 0{,}49 \\ 0{,}75 & 0{,}76 \end{bmatrix} \qquad \hat{\rho}(7) = \begin{bmatrix} 0{,}05 & -0{,}24 \\ 0{,}25 & -0{,}08 \end{bmatrix}$$

$$\hat{\rho}(3) = \begin{bmatrix} 0{,}53 & 0{,}32 \\ 0{,}70 & 0{,}60 \end{bmatrix} \qquad \hat{\rho}(8) = \begin{bmatrix} 0{,}01 & -0{,}28 \\ 0{,}14 & -0{,}29 \end{bmatrix}$$

$$\hat{\rho}(4) = \begin{bmatrix} 0{,}50 & 0{,}17 \\ 0{,}64 & 0{,}43 \end{bmatrix} \qquad \hat{\rho}(9) = \begin{bmatrix} -0{,}09 & -0{,}32 \\ 0{,}02 & -0{,}33 \end{bmatrix}$$

$$\hat{\rho}(5) = \begin{bmatrix} 0{,}32 & -0{,}01 \\ 0{,}52 & 0{,}25 \end{bmatrix} \qquad \hat{\rho}(10) = \begin{bmatrix} -0{,}23 & -0{,}37 \\ -0{,}13 & -0{,}42 \end{bmatrix}$$

$$\hat{\rho}(6) = \begin{bmatrix} 0{,}12 & -0{,}16 \\ 0{,}37 & 0{,}07 \end{bmatrix}$$

Lampiran 2 Estimasi Kuadrat Terkecil untuk Data Lidya Pinkham

Model Vektor AR(1)

$$(\mathbf{Y}_t - \mu) = \Phi_1(\mathbf{Y}_{t-1} - \mu) + \varepsilon_t$$

Estimasi Φ_1 adalah

$$\hat{\Phi}_1' = \left(\tilde{\mathbf{X}}'\tilde{\mathbf{X}}\right)^{-1}\tilde{\mathbf{X}}'\tilde{\mathbf{Y}}$$

$$= \begin{bmatrix} 7189703{,}25 & 10310884{,}66 \\ 10310884{,}66 & 20921325{,}55 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 5932075{,}66 & 8602623{,}58 \\ 10365144{,}55 & 19293360{,}11 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 0{,}391 & -0{,}430 \\ 0{,}303 & 1{,}134 \end{bmatrix}$$

Matriks jumlahan kuadrat residual yaitu :

$$S_1 = \sum_{t=2}^{54} \hat{\varepsilon}_t \hat{\varepsilon}_t'$$

$$= \begin{bmatrix} 1763847{,}03 & 1039682{,}26 \\ 1039682{,}26 & 2363327{,}73 \end{bmatrix}$$

Model Vektor AR(2)

$$(\mathbf{Y}_t - \mu) = \Phi_1(\mathbf{Y}_{t-1} - \mu) + (\mathbf{Y}_{t-2} - \mu) + \varepsilon_t$$

Estimasi Φ_1 dan Φ_2 adalah

$$\hat{\Phi}_{(2)} = \begin{bmatrix} \hat{\Phi}_1 \\ \hat{\Phi}_2 \end{bmatrix} = \left(\tilde{\mathbf{X}}'\tilde{\mathbf{X}}\right)^{-1}\tilde{\mathbf{X}}'\tilde{\mathbf{Y}}$$

$$= \begin{bmatrix} 7076335.69 & 10030897.08 & 5817854.92 & 10191350.54 \\ 10030897.08 & 20229830.98 & 8434078.77 & 19036908.62 \\ 5817854.92 & 8434078.77 & 7099489.23 & 10173618.39 \\ 10191350.54 & 19036908.62 & 10173618.39 & 20712466.31 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 5765622.4 & 8288592.4 \\ 9954049.4 & 18517787 \\ 4377758.8 & 6091153.8 \\ 9271175.1 & 16095470 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 0.522 & -0.161 \\ 0.354 & 1.327 \\ -0.131 & -0.222 \\ -0.070 & -0.254 \end{bmatrix}$$

Matriks jumlahan kuadrat residual yaitu :

$$S_2 = \sum_{t=3}^{54} \hat{\varepsilon}_t \hat{\varepsilon}_t'$$

$$= \begin{bmatrix} 1668940.93 & 831363.94 \\ 831363.94 & 1879700.68 \end{bmatrix}$$

Model Vektor AR(3)

$$(\mathbf{Y}_t - \mu) = \sum_{j=1}^{3} \Phi_j(\mathbf{Y}_{t-j} - \mu) + \varepsilon_t$$

Estimasi Φ_j, $j = 1,2,3$ adalah

$$\hat{\Phi}_{(3)} = \begin{bmatrix} \hat{\Phi}_1 \\ \hat{\Phi}_2 \\ \hat{\Phi}_3 \end{bmatrix} = \left(\widetilde{\mathbf{X}}'\widetilde{\mathbf{X}}\right)^{-1} \widetilde{\mathbf{X}}'\widetilde{\mathbf{Y}}$$

$$= \begin{bmatrix} 0.519 & -0.162 \\ 0.586 & 1.366 \\ -0.339 & -0.280 \\ -0.537 & -0.307 \\ 0.274 & 0.097 \\ 0.264 & 0.004 \end{bmatrix}$$

dimana :

$$\widetilde{\mathbf{X}}'\widetilde{\mathbf{X}} = \begin{bmatrix} 6824561.3 & 9557407.3 & 5645978 & 9769609 & 4256417.7 & 9090724.3 \\ 9557407.3 & 19339380.8 & 8110845.1 & 18243776.7 & 5910887.2 & 15827387 \\ 5645978 & 8110845.1 & 6982155 & 9885711.2 & 5722339.6 & 10049305 \\ 9769609 & 18243776.7 & 9885711.2 & 20006017 & 8286835.1 & 18817936 \\ 4256418.7 & 5910887.2 & 5722339.6 & 8286835.1 & 7002620.2 & 10029560 \\ 9090724.3 & 15827387 & 10049305 & 18817936 & 10029560 & 20498230 \end{bmatrix}$$

$$\widetilde{\mathbf{X}}'\widetilde{\mathbf{Y}} = \begin{bmatrix} 5552267 & 7818103.7 \\ 9552810.8 & 17632980 \\ 4232109.1 & 5769968.8 \\ 8913788.3 & 15307365 \\ 3852775.1 & 3959202.7 \\ 8648614.3 & 12612900 \end{bmatrix}$$

Matriks jumlahan kuadrat residual yaitu :

$$\boldsymbol{S}_3 = \sum_{t=4}^{54} \hat{\varepsilon}_t \hat{\varepsilon}_t'$$

$$= \begin{bmatrix} 1194711.97 & 748205.08 \\ 748205.08 & 1857110.99 \end{bmatrix}$$

Model Vektor AR(4)

$$\left(\mathbf{Y}_t - \mu\right) = \sum_{j=1}^{4} \Phi_j \left(\mathbf{Y}_{t-j} - \mu\right) + \varepsilon_t$$

Estimasi Φ_j, $j = 1,2,3,4$ adalah

$$\hat{\Phi}_{(4)} = \begin{bmatrix} \hat{\Phi}_1 \\ \hat{\Phi}_2 \\ \hat{\Phi}_3 \\ \hat{\Phi}_4 \end{bmatrix} = \left(\widetilde{\mathbf{X}}'\widetilde{\mathbf{X}}\right)^{-1} \widetilde{\mathbf{X}}'\widetilde{\mathbf{Y}}$$

$$
= \begin{bmatrix} 0.456 & -0.043 \\ 0.600 & 1.327 \\ -0.299 & -0.349 \\ -0.491 & -0.379 \\ 0.161 & 0.164 \\ 0.273 & 0.179 \\ 0.198 & -0.062 \\ -0.084 & -0.116 \end{bmatrix}
$$

dimana :

$$
\tilde{X}'\tilde{X} = \begin{bmatrix}
6637131.1 & 9146470.3 & 5426097.7 & 9356983 & 4105450.8 & 8722842.6 & 3779054.7 & 8532619.3 \\
9146470.3 & 18438409.5 & 7628761.9 & 17339102.4 & 5579893.2 & 15020813.6 & 3848570.9 & 12438826.5 \\
5426097.7 & 7628761.9 & 6724206.8 & 9401646.7 & 5545234.5 & 9617731.6 & 4197781.8 & 8998462.4 \\
9356983 & 17339102.4 & 9401646.7 & 19097624.2 & 7954480.8 & 18008047.2 & 5819876.7 & 15684186.9 \\
4105450.8 & 5579893.2 & 5545234.5 & 7954480.8 & 6881021.4 & 9733245.2 & 5663475.5 & 9956685.7 \\
8722842.6 & 15020813.6 & 9617731.6 & 18008047.2 & 9733245.2 & 19776164 & 8198093.6 & 18678305.6 \\
3779054.7 & 3848570.9 & 4197781.8 & 5819876.7 & 5663475.5 & 8198093.6 & 6968358.8 & 9975651.4 \\
8532619.3 & 12438826.5 & 8998462.4 & 15684186.9 & 9956685.7 & 18678305.6 & 9975651.4 & 20413408
\end{bmatrix}
$$

$$
\tilde{X}'\tilde{Y} = \begin{bmatrix}
5370658.1 & 7422487.2 \\
9154636.9 & 16765599.2 \\
4019058 & 5305858.7 \\
8513977.9 & 14436418.9 \\
3706496.1 & 3640548.9 \\
8292158.4 & 11836397 \\
3609766 & 2078554.7 \\
7923329.4 & 9042075.7
\end{bmatrix}
$$

Matriks jumlahan kuadrat residual yaitu :

$$
S_4 = \sum_{t=5}^{54} \hat{\varepsilon}_t \hat{\varepsilon}'_t
$$

$$
= \begin{bmatrix} 1151749.60 & 763508.27 \\ 763508.27 & 1813358.30 \end{bmatrix}
$$

Model Vektor AR(5)

$$
(\mathbf{Y}_t - \mu) = \sum_{j=1}^{5} \Phi_j (\mathbf{Y}_{t-j} - \mu) + \varepsilon_t
$$

Estimasi Φ_j, $j = 1,2,3,4,5$ adalah

$$
\hat{\Phi}_{(5)} = \begin{bmatrix} \hat{\Phi}_1 \\ \hat{\Phi}_2 \\ \hat{\Phi}_3 \\ \hat{\Phi}_4 \\ \hat{\Phi}_5 \end{bmatrix} = \left(\tilde{\mathbf{X}}'\tilde{\mathbf{X}}\right)^{-1} \tilde{\mathbf{X}}'\tilde{\mathbf{Y}}
$$

$$
= \begin{bmatrix} 0.516 & 0.056 \\ 0.566 & 1.257 \\ -0.266 & -0.264 \\ -0.494 & -0.384 \\ 0.128 & 0.077 \\ 0.240 & 0.115 \\ 0.313 & 0.117 \\ -0.106 & -0.092 \\ -0.227 & -0.325 \\ 0.094 & 0.088 \end{bmatrix}
$$

Matriks jumlahan kuadrat residual yaitu :

$$
\boldsymbol{S}_5 = \sum_{t=6}^{54} \hat{\varepsilon}_t \hat{\varepsilon}_t'
$$

$$
= \begin{bmatrix} 1096959.28 & 694822.90 \\ 694822.90 & 1676373.14 \end{bmatrix}
$$

Model Vektor AR(6)

$$
(\mathbf{Y}_t - \mu) = \sum_{j=1}^{6} \Phi_j (\mathbf{Y}_{t-j} - \mu) + \varepsilon_t
$$

Estimasi Φ_j, $j = 1,2,\ldots,6$ adalah

$$
\hat{\Phi}_{(6)} = \begin{bmatrix} \hat{\Phi}_1 \\ \hat{\Phi}_2 \\ \vdots \\ \hat{\Phi}_6 \end{bmatrix} = \left(\tilde{\mathbf{X}}'\tilde{\mathbf{X}}\right)^{-1} \tilde{\mathbf{X}}'\tilde{\mathbf{Y}}
$$

$$
= \begin{bmatrix} 0.522 & 0.091 \\ 0.619 & 1.298 \\ -0.326 & -0.354 \\ -0.522 & -0.418 \\ 0.111 & 0.081 \\ 0.266 & 0.151 \\ 0.353 & 0.139 \\ -0.091 & -0.085 \\ -0.332 & -0.471 \\ 0.124 & 0.176 \\ 0.210 & 0.296 \\ -0.089 & -0.167 \end{bmatrix}
$$

Matriks jumlahan kuadrat residual yaitu :

$$
\boldsymbol{S}_6 = \sum_{t=7}^{54} \hat{\varepsilon}_t \hat{\varepsilon}_t'
$$

$$
= \begin{bmatrix} 1034631.61 & 636620.55 \\ 636620.55 & 1591955.17 \end{bmatrix}
$$

Lampiran 3 Tabel Persentase Titik Distribusi χ^2

v	α										
	0,995	0,990	0,975	0,950	0,900	0,500	0.100	0,050	0,025	0,010	0,005
1	0,00+	0,00+	0,00+	0,00+	0,02	0,45	2,71	3,84	5,02	6,63	7,88
2	0,01	0,02	0,05	0,10	0,21	1,39	4,61	5,99	7,38	9,21	10,69
3	0,07	0,11	0,22	0,35	0,58	2,37	6,25	7,81	9,35	11,34	12,84
4	0,21	0,30	0,48	0,71	1,06	3,36	7,78	9,49	11,14	13,28	14,86
5	0,41	0,55	0,83	1,15	1,61	4,35	9,24	11,07	12,83	15,09	16,75
6	0,68	0,87	1,24	1,64	2,20	5,35	10,65	12,59	14,45	16,81	18,55
7	0,99	1,24	1,69	2,17	2,83	6,35	12,02	14,07	16,01	18,48	20,28
8	1,34	1,65	2,18	2,73	3,49	7,34	13,36	15,51	17,63	20.09	21,96
9	1,73	2,09	2,70	3,33	4,17	8,34	14,68	16.92	19,02	21,67	23,59
10	2,16	2,56	3,25	3,94	4,87	9,34	15,99	18,31	20,48	23,21	25,19
11	2,60	3,05	3,82	4,57	5,58	10,34	17,28	19,68	21,91	24,72	26,76
12	3,07	3,57	4,40	5,23	6,30	11,34	18,55	21,03	23,34	26,22	28,30
13	3,57	4,11	5,01	5,89	7,04	12,34	19,81	22,36	24,74	27,69	29,82
14	4,07	4,66	5,63	6,57	7,79	13,34	21,06	23,68	26,12	29,14	31,32
15	4,60	5,23	6,27	7,26	8,55	14,34	22,31	25,00	27,49	30,58	32,80
16	5,14	5,81	6,91	7,96	9,31	15,34	23,54	26,30	28,85	32,00	34,27
17	5,70	6,41	7,56	8,67	10,09	16,34	24,77	27,59	30,19	33,41	35,72
18	6,26	7,01	8,23	9,39	10,87	17,34	25,99	28,87	31,53	34,81	37,16
19	6,84	7,63	8,91	10,12	11,65	18,34	27,20	30,14	32,85	36,19	38,58
20	7,43	8,26	9,59	10,85	12,44	19,34	28,41	31,41	34,17	37,57	40,00
21	8,03	8,90	10,28	11,59	13,24	20,34	29,62	32,67	35,48	38,93	41,40
22	8,64	9,54	10,98	12,34	14,04	21,34	30,81	33,92	36,78	40,29	42,80
23	9,26	10,20	11,69	13,09	14,85	22,34	32,01	35,17	38,08	41,64	44,18
24	9,89	10,86	12,40	13,85	15,66	23,34	33,20	36,42	39,36	42,98	45,56
25	10,52	11,52	13,12	14,61	16,47	24,34	34,28	37,65	40,65	44.31	46,93
26	11,16	12,20	13,84	15,38	17,29	25,34	35,56	38,89	41,92	45,64	48,29
27	11,81	12,88	14,57	16,15	18,11	26,34	36,74	40,11	43,19	46,96	49,65
28	12,46	13,57	15,31	16,93	18,94	27,34	37,02	41,34	44,46	48,28	50,99
29	13.12	14,26	16,05	17,71	19,77	28.34	39,09	42,66	45,72	49,59	52,31
30	13,79	14,95	16,79	18,49	20,60	29,34	40,26	43,77	46,98	50,89	53,67
40	20,71	22,16	24,43	26,51	29,05	39,34	51,81	55,76	59,34	63,69	66,77
50	27,99	29,71	32,36	34,76	37,69	49,33	63,17	67,50	71,42	76,15	79,49
60	35,53	37,48	40,48	43,19	46,46	59,33	74,40	79,05	83,30	88,38	91,95
70	43,28	45,44	48,76	51,74	55,33	69,33	85,53	90,53	95,02	100,42	104,22
80	51,17	53,54	57,15	60.39	64,28	79,33	96,58	101,58	106,63	112,33	116,32
90	59,20	61,75	65,65	69,13	73,29	89,33	107,57	113,14	118,14	124,12	129,30
100	67,33	70,06	74,22	77,93	82,36	99,33	118,50	124,34	129,56	135,81	140,17

v = derajat kebebasan

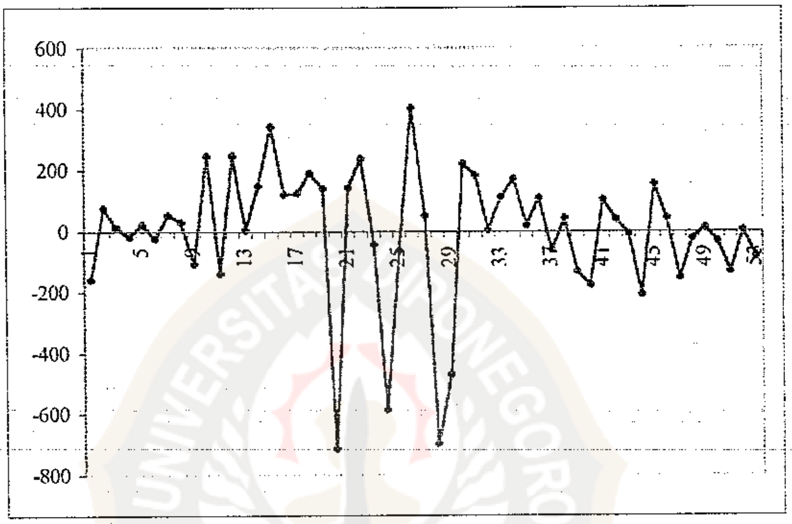
Lampiran 4 Estimasi Model Vektor Autoregresi untuk Data differenced Lidya Pinkham

Misalkan $Y_t = (Y_{1t}, Y_{2t})'$ merupakan runtun waktu bivariat, dengan Y_{1t} merupakan differenced dari biaya pemasangan iklan tahunan dan Y_{2t} merupakan differenced dari penjualan tahunan pada data Lidya Pinkham seperti ditunjukan dalam tabel 4 dibawah ini :

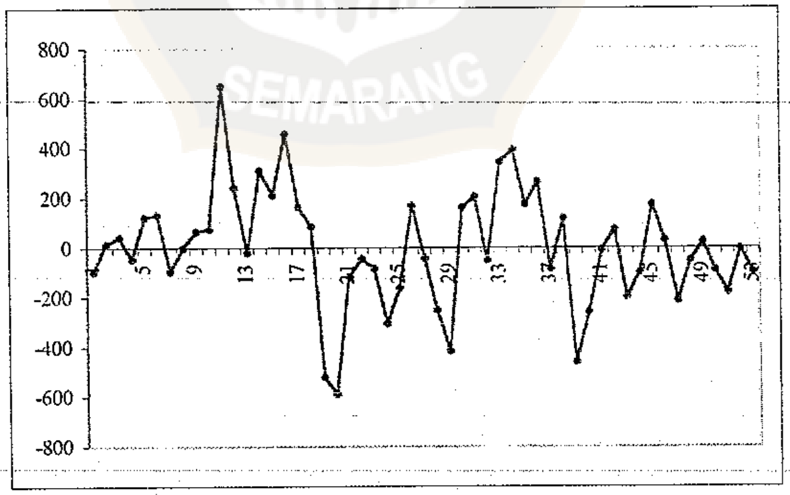
Tabel 4. Data Differenced Biaya Iklan dan Penjualan Tahunan dari Lidya Pinkham

Y_1	Y_2	Y_1	Y_2
-157	-95	-697	-252
78	13	-468	-415
14	42	223	163
-18	-46	183	207
24	122	4	-50
-24	132	113	344
53	-95	172	394
31	-2	20	175
-105	67	110	266
248	75	-62	-84
-139	650	43	119
249	243	-133	-460
4	-20	-176	-257
150	311	105	-10
344	212	40	74
122	459	-7	-197
126	166	-208	-98
192	87	154	177
141	-521	44	30
-712	-588	-153	-212
144	-119	-22	-51
238	-44	13	24
-43	-85	-32	-88

-585	-305	-131	-179
-63	-162	5	-3
407	170	-80	-98
51	-44		



Gambar 6. Grafik Differenced Runtun Biaya Iklan Y_1



Gmbar 7. Grafik Differenced Runtun Penjualan Y_2

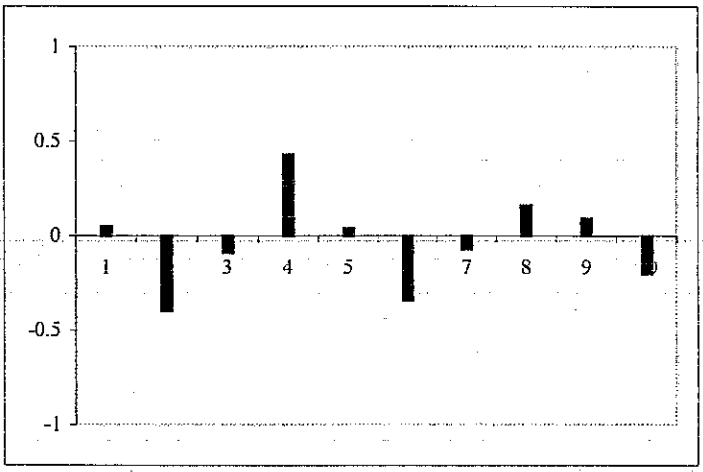
Dari Gambar 6 dan Gambar 7 grafik menunjukkan pola bergerigi sehingga dapat disimpulkan bahwa Y_{1t} dan Y_{2t} stasioner. Pada tabel 5 dibawah ini akan diperlihatkan matriks korelasi sampel dari data Differenced Lidya Pinkham dari lag 1 s/d 10 dengan persamaan (47) menggunakan MS Excel yaitu :

Tabel 5. Matriks Korelasi Sampel untuk Differenced Data Lidya Pinkham

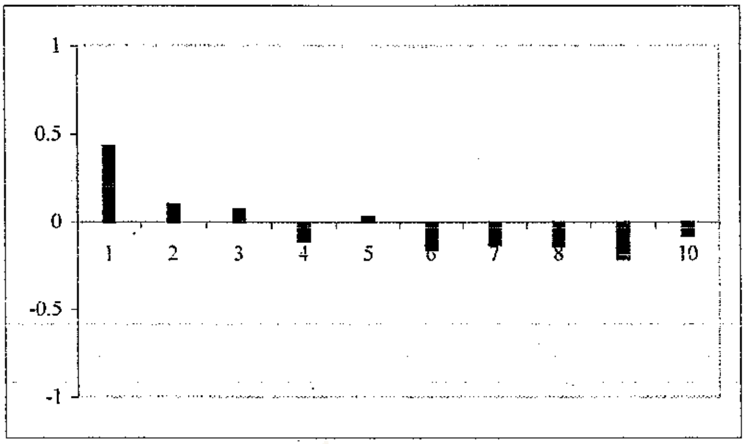
l	$\hat{\rho}(l)$	l	$\hat{\rho}(l)$
1	$\begin{bmatrix} 0{,}05 & 0{,}22 \\ 0{,}31 & 0{,}43 \end{bmatrix}$	6	$\begin{bmatrix} -0{,}34 & -0{,}30 \\ -0{,}19 & -0{,}16 \end{bmatrix}$
2	$\begin{bmatrix} -0{,}40 & -0{,}14 \\ -0{,}15 & 0{,}10 \end{bmatrix}$	7	$\begin{bmatrix} -0{,}07 & -0{,}19 \\ 0{,}01 & -0{,}13 \end{bmatrix}$
3	$\begin{bmatrix} -0{,}09 & -0{,}06 \\ 0{,}07 & 0{,}07 \end{bmatrix}$	8	$\begin{bmatrix} 0{,}16 & 0{,}03 \\ 0{,}09 & -0{,}14 \end{bmatrix}$
4	$\begin{bmatrix} 0{,}43 & 0{,}16 \\ 0{,}28 & -0{,}11 \end{bmatrix}$	9	$\begin{bmatrix} 0{,}09 & 0{,}03 \\ 0{,}02 & -0{,}21 \end{bmatrix}$
5	$\begin{bmatrix} 0{,}04 & -0{,}14 \\ 0{,}19 & 0{,}03 \end{bmatrix}$	10	$\begin{bmatrix} -0{,}20 & 0{,}20 \\ 0{,}05 & -0{,}08 \end{bmatrix}$

dimana vektor rata-rata sampel dengan menggunakan persamaan (43) adalah :

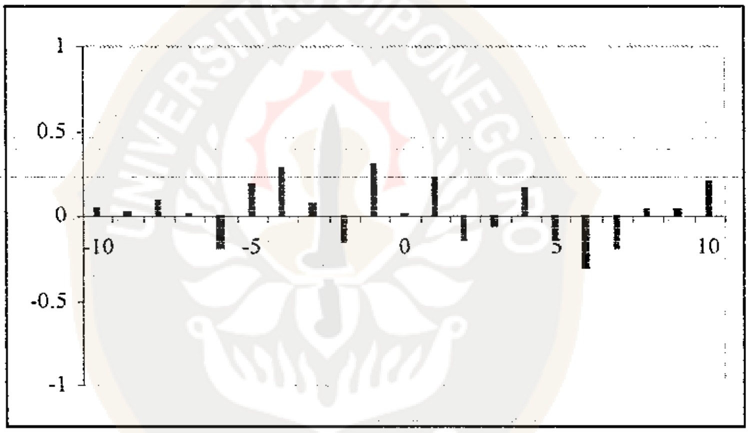
$$\hat{\mu} = \overline{\mathbf{Y}} = \begin{bmatrix} -3{,}21 \\ 2{,}68 \end{bmatrix}$$



Gambar 8. Korelasi Sampel $\hat{\rho}_{11}(l)$ untuk Differenced Runtun Biaya Iklan



Gambar 9. Korelasi Sampel $\hat{\rho}_{22}(l)$ untuk Differenced Runtun Penjualan



Gambar 10. Korelasi Sampel $\hat{\rho}_{12}(l)$ untuk Differenced data Lidya Pinkham

Dari gambar 8, 9 dan 10 dapat dilihat bahwa nilai korelasi yang diperoleh menunjukkan grafik exponensial tipis menurun sehingga dapat disimpulkan bahwa model yang tepat untuk Differenced data Lidya Pinkham adalah menggunakan model vektor autoregresi (AR). Selanjutnya akan dicari model vektor autoregresi yang terbaik untuk data yang diberikan diatas dengan menggunakan metode kuadrat terkecil pada persamaan (63) dan uji rasio likelihood pada persamaan (64) untuk orde 1 s/d 6 dengan menggunakan MS Excel seperti ditunjukan pada tabel 3. dibawah ini :

Tabel 6. Rasio Likelihood untuk Differenced Data Lidya Pinkham

m	1	2	3	4	5	6
$\lvert S_m \rvert$	$3{,}73 \cdot 10^{12}$	$2{,}63 \cdot 10^{12}$	$2{,}33 \cdot 10^{12}$	$2{,}15 \cdot 10^{12}$	$1{,}75 \cdot 10^{12}$	$1{,}65 \cdot 10^{12}$
M_m	12,59	15,90	4,99	3,18	7,51	1,97

Dari tabel 6. dilakukan uji rasio likelihood untuk masing-masing orde untuk mendapatkan model vektor AR terbaik dengan menggunakan persamaan (64) yaitu :

Untuk m = 2.

Akan diuji $\Phi_2 = 0$ dalam model vektor AR(2).

Hipotesis :

$$H_0 : \Phi_2 = 0$$

$$H_1 : \Phi_2 \neq 0$$

Kita gunakan statistik uji :

$$M_2 = -((53-2)-2.2-1-0{,}5)Ln\left[\det(S_2) \big/ \det(S_1)\right]$$

$$= 15{,}90$$

untuk $\alpha = 0{,}05$, maka dari tabel distribusi χ^2 dengan derajat bebas 4 diperoleh 9,49. Karena $M_2 > 9{,}49$ maka H_0 ditolak sehingga diperoleh $\Phi_2 \neq 0$.

Selanjutnya untuk m = 3.

Akan diuji $\Phi_3 = 0$ dalam model vektor AR(3).

Hipotesis :

$$H_0 : \Phi_3 = 0$$

$$H_1 : \Phi_3 \neq 0$$

Kita gunakan statistik uji :

$$M_3 = -((53-3)-3.2-1-0,5)Ln\left[\det(S_3)\Big/\det(S_2)\right]$$

$$= 4,99$$

untuk $\alpha = 0,05$, maka dari tabel distribusi χ^2 dengan derajat bebas 4 diperoleh 9,49. Karena $M_3 < 9,49$ maka H_0 diterima sehingga diperoleh $\Phi_3 = 0$.

Dengan demikian dapat peroleh orde maksimum yang terbaik untuk model vektor autoregresi adalah 2, sehingga estimasi model vektor AR(2) dengan metode kuadrat terkecil pada persamaan (63) untuk Differenced data Lidya Pikham yaitu :

$$\hat{\Phi}_1 = \begin{bmatrix} -0,25 & 0,55 \\ -0,09 & 0,51 \end{bmatrix} \qquad \hat{\Phi}_2 = \begin{bmatrix} -0,49 & -0,03 \\ -0,32 & 0,08 \end{bmatrix}$$

$$\hat{\Sigma} = \begin{bmatrix} 34041,91 & 18652,90 \\ 18652,90 & 46660,34 \end{bmatrix}$$

Sehingga model vektor AR(3) untuk data Lidya Pinkham adalah :

$$\begin{bmatrix} Y_{1t} - 0,69 \\ Y_{2t} - 6,96 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0,25 & 0,55 \\ -0,09 & 0,51 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} Y_{1t-1} - 3,78 \\ Y_{2t-1} - 9,14 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -0,49 & -0,03 \\ -0,32 & 0,08 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} Y_{1t-2} - 0,61 \\ Y_{2t-2} - 7,33 \end{bmatrix}$$

atau

$$\begin{bmatrix} Y_{1t} \\ Y_{2t} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2,87 \\ 2,25 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} -0,25 & 0,55 \\ -0,09 & 0,51 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} Y_{1t-1} \\ Y_{2t-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -0,49 & -0,03 \\ -0,32 & 0,08 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} Y_{1t-2} \\ Y_{2t-2} \end{bmatrix}$$

Dari estimasi model vektor AR(2) diatas akan dilakukan peramalan satu langkah di depan dari $t = 53$. Estimasi model vektor AR(3) diatas dapat ditulis menjadi :

$$Y_{1t} = -2,87 + 0,25Y_{1t-1} + 0,55Y_{2t-1} - 0,49Y_{1t-2} - 0,03Y_{2t-2}$$

$$Y_{2t} = 2{,}25 - 0{,}09Y_{1t\text{-}1} + 0{,}51Y_{2t\text{-}1} - 0{,}32Y_{1t\text{-}2} + 0{,}08Y_{2t\text{-}2}$$

atau

$$\begin{aligned} Y_{1t} = & -2{,}87 + 0{,}75Y_{1t\text{-}1} + 0{,}55Y_{2t\text{-}1} - 0{,}24Y_{1t\text{-}2} - 0{,}58Y_{2t\text{-}2} \\ & + 0{,}49Y_{1t\text{-}3} + 0{,}03Y_{2t\text{-}3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Y_{2t} = & \ 2{,}25 - 0{,}09Y_{1t\text{-}1} + 1{,}51Y_{2t\text{-}1} - 0{,}23Y_{1t\text{-}2} - 0{,}43Y_{2t\text{-}2} \\ & + 0{,}32Y_{1t\text{-}3} - 0{,}08Y_{2t\text{-}3} \end{aligned}$$

Sehingga estimasi nilai Y_{1t} dan Y_{2t} untuk $t = 55$ adalah

$$\begin{aligned} \hat{Y}_{1,55} = & -2{,}87 + 0{,}75Y_{1,54} + 0{,}55Y_{2,54} - 0{,}24Y_{1,53} - 0{,}58Y_{2,53} \\ & + 0{,}49Y_{1,52} + 0{,}03Y_{2,52} \\ = & -2{,}87 + 0{,}75(564) + 0{,}55(1289) - 0{,}24(644) - 0{,}58(1387) \\ & + 0{,}49(639) + 0{,}03(1390) \\ = & \ 524{,}87 \end{aligned}$$

dan

$$\begin{aligned} \hat{Y}_{2,55} = & \ 2{,}25 - 0{,}09Y_{1,54} + 1{,}51Y_{2,54} - 0{,}23Y_{1,53} - 0{,}43Y_{2,53} \\ & + 0{,}32Y_{1,52} - 0{,}08Y_{2,52} \\ = & \ 2{,}25 - 0{,}09(564) + 1{,}51(1289) - 0{,}23(644) - 0{,}43(1387) \\ & + 0{,}32(639) - 0{,}08(1390) \\ = & \ 1246{,}63 \end{aligned}$$