

## HALAMAN PENGESAHAN

### Lembar Pengesahan I

---

Judul Tugas Akhir : Aplikasi Theorema Aliran Pada Subdigraph Untuk  
Menentukan Barisan Graphical

Nama : Iyam Maryamah

NIM : J 101 94 1026

Telah lulus ujian sarjana pada tanggal 16 Mei 2001

Semarang, 16 Mei 2001

Ketua Panitia Ujian Sarjana



Drs. Djuwandi, SU  
NIP. 130 810 410



## HALAMAN PENGESAHAN

### Lembar Pengesahan II

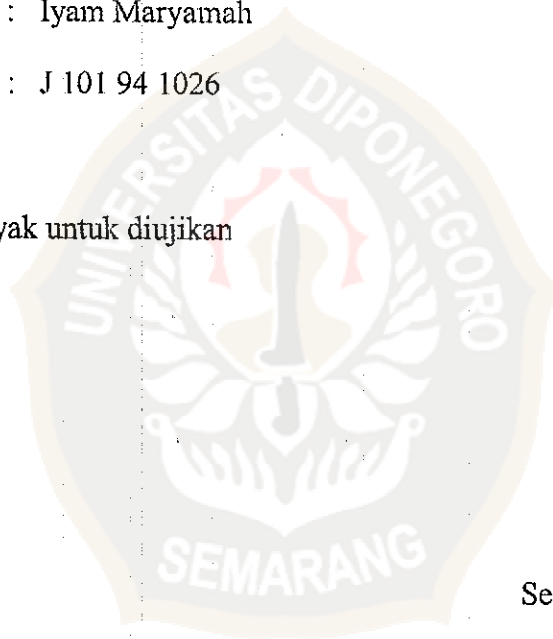
---

Judul Tugas Akhir : Aplikasi Theorema Aliran Pada Subdigraph Untuk  
Menentukan Barisan Graphical

Nama : Iyam Maryamah

NIM : J 101 94 1026

Telah selesai dan layak untuk diujikan



Semarang, Mei 2001

Pembimbing Utama

Drs. Djuwandi, SU  
NIP. 130 810 410

Pembimbing Anggota

Dra. Sunarsih, M.Si  
NIP. 131 626 756

## KATA PENGANTAR

Puji syukur penulis panjatkan ke hadirat Allah SWT karena dengan rahmat dan karunia-Nya penulis dapat menyelesaikan penyusunan tugas akhir dengan judul APLIKASI THEOREMA ALIRAN PADA SUBDIGRAPH UNTUK MENETUKAN BARISAN GRAPHICAL.

Tugas akhir ini disusun untuk melengkapi syarat dalam menyelesaikan gelar sarjana pada jurusan Matematika Fakultas MIPA Universitas Diponegoro.

Penulis menyadari bahwa penyusunan tugas akhir ini dapat berjalan dengan baik karena adanya dukungan dari berbagai pihak. Oleh karena itu penulis menyampaikan terima kasih kepada :

1. Bapak Drs. Bayu Surarso, MSc., PhD selaku Ketua Jurusan Matematika Fakultas MIPA Universitas Diponegoro
2. Bapak Drs. Djuwandi, SU sebagai Pembimbing I yang telah memberikan pengarahan dan bimbingan kepada penulis
3. Ibu Dra. Sunarsih, MSi sebagai pembimbing II yang telah banyak membimbing penulis selama menyelesaikan tugas akhir ini
4. Bapak Aris Sugiharto, SSi sebagai dosen wali yang telah banyak membantu penulis selama belajar di jurusan Matematika Fakultas MIPA Universitas Diponegoro

5. Para dosen dan staf jurusan Matematika Fakultas MIPA Universitas Diponegoro, sehingga pengetahuan yang telah diberikan sangat bermanfaat dalam penyusunan tugas akhir ini
6. Bapak, Ibu, kakak, kakak ipar dan keponakan tercinta yang selalu memberikan dukungan, doa dan perhatian kepada penulis
7. Sahabatku Ani dan rekan-rekan angkatan '94 serta semua pihak yang tidak dapat penulis sebutkan satu persatu yang telah banyak membantu dalam penyusunan tugas akhir ini.

Teriring doa, semoga amal kebaikan ini memperoleh balasan yang setimpal dari Allah SWT, seperti yang telah dijanjikan-Nya.

Penulis menyadari bahwa penyusunan tugas akhir ini masih jauh dari sempurna, oleh karena itu saran dan kritik penulis harapkan untuk perbaikan selanjutnya.

Semoga tugas akhir ini bermanfaat. Amin

Semarang, Mei 2001

Penulis

## DAFTAR ISI

	halaman
HALAMAN JUDUL .....	i
HALAMAN PENGESAHAN I .....	ii
HALAMAN PENGESAHAN II .....	iii
KATA PENGANTAR .....	iv
DAFTAR ISI .....	vi
DAFTAR SIMBOL .....	viii
DAFTAR DEFINISI .....	xi
DAFTAR THEOREMA .....	xii
ABSTRAK .....	xiii
ABSTRACT .....	xiv
BAB I PENDAHULUAN .....	1
BAB II MATERI PENUNJANG .....	3
2.1. Dasar-dasar Teori Graph .....	3
2.2. Operasi Dalam Graph .....	7
2.3. Digraph (Graph berarah) dan Digraph (p,s) .....	8
2.4. Jaringan Perluasan Persediaan-Permintaan.....	11
2.5. Theorema Aliran untuk Subgraph (p,s) dari Digraph (p,s) .....	22
BAB III APLIKASI THEOREMA ALIRAN PADA SUBDIGRAPH UNTUK MENENTUKAN BARISAN GRAPHICAL.....	37
3.1. Transformasi Dasar (p,s) d-invarian .....	37

3.2. Barisan Graphical.....	55
3.3. Barisan Dual dan Barisan Modifikasi Dual .....	61
3.4. Contoh Masalah .....	80
BAB IV KESIMPULAN.....	97
DAFTAR PUSTAKA .....	98



## DAFTAR SIMBOL

- $G(V,E)$  : Graph  $G$  dengan himpunan titik  $V$  dan himpunan garis  $E$
- $G_S(V,E_S)$  : Spanning subgraph / subgraph dari graph  $G$  dengan  $V$  himpunan titik dan  $E_S$  subset dari himpunan garis  $E$
- $G_S(V_S,E_S)$  : Subgraph sejati / subgraph dari graph  $G$  dengan  $V_S$  subset dari himpunan titik  $V$  dan  $E_S$  subset dari himpunan garis  $E$
- $G_d(V,E)$  : Directed graph dengan  $V$  himpunan titik dan  $E$  himpunan garis berarah.
- $d_H^+(x)$  : Derajat keluar di  $x$
- $d_H^-(x)$  : Derajat masuk di  $x$
- $(x,y)$  : Garis dari titik  $x$  ke titik  $y$
- $|x,y|$  : Jumlah garis dari  $x$  menuju ke  $y$
- $(x,x)$  : Garis dari titik  $x$  ke titik  $x$  (self-loop)
- $|x,x|$  : Jumlah self-loop
- $(X,Y)$  : Himpunan semua garis dari  $x \in X$  ke  $y \in Y$
- $[d_H^+(i), d_H^-(i)]$  :  $d_H^+(i)$  Jumlah derajat yang keluar dari titik  $i$  dan  $d_H^-(i)$  jumlah derajat yang masuk ke titik  $i$
- $p$  : Jumlah garis maksimum antara dua titik
- $s$  : Jumlah self loop
- $B$  : Graph bipartite

- $G(V,E,c,f)$  : Graph  $G$  dengan himpunan titik  $V$ , himpunan garis  $E$ , fungsi kapasitas  $c$  dan fungsi aliran  $f$
- $B(V',V'',E)$  : Graph bipartite dengan  $V'$  dan  $V''$  himpunan titik dan  $E'$  himpunan garis
- $B(V',V'',E', c, f)$  : Graph bipartite dengan himpunan titik  $V'$  dan  $V''$ , himpunan garis  $E$ , fungsi kapasitas  $c$  dan fungsi aliran  $f$ .
- $a(x)$  : Persediaan batas bawah di  $x$
- $a'(x)$  : Persediaan batas atas di  $x$
- $b(x)$  : Permintaan batas bawah di  $x$
- $b'(x)$  : Permintaan batas atas di  $x$
- $a(X)$  : Jumlah  $a(x)$  di  $X$
- $b(X)$  : Jumlah  $b(x)$  di  $X$
- $s,u$  : Titik pusat sumber
- $t,v$  : Titik pusat terminal
- $c(x,y)$  : Kapasitas garis dari titik  $x$  ke titik  $y$
- $f(x,y)$  : Pola aliran dari titik  $x$  ke titik  $y$
- $\in$  : Elemen/anggota suatu himpunan
- $\cup$  : Union/gabungan himpunan
- $\cap$  : Irisan himpunan
- $\subseteq$  : Subset/himpunan bagian
- $X$  : Himpunan bagian dari himpunan titik  $V$
- $\bar{X}$  :  $X$  komplemen / himpunan yang anggotanya selain di  $X$
- $\delta_{xy}$  : Kronecker delta



$\gamma(X)$	: Himpunan titik-titik terminal di X
$\gamma^*(X)$	: Himpunan titik-titik asal di X
$\sum_{y \in \gamma(X)}$	: Jumlahan dari elemen himpunan $\gamma(X)$
$ X $	: Jumlah titik di X
$c(x',y'')$	: Kapasitas dari $x'$ menuju ke $y''$
$f(x',V' \cup V'')$	: Fungsi aliran dari $x'$ menuju ke $V' \cup V''$
$a_i$	: Barisan derajat
$a_i^*$	: Barisan dual dari $a_i$
$a_i''$	: Modifikasi barisan dual
$a(V)$	: Jumlah derajat keluar dari setiap titik pada sebuah digraph
$b(V)$	: Jumlah derajat masuk dari setiap titik pada sebuah digraph
S	: Himpunan titik pusat sumber
R	: Himpunan titik perantara
T	: Himpunan titik terminal (tujuan)

## DAFTAR DEFINISI

	halaman
Definisi 2.1.1 : Pengertian Graph .....	3
Definisi 2.1.2 : Subgraph dari graph .....	4
Definisi 2.1.3 : Derajat suatu titik dalam graph .....	4
Definisi 2.1.4 : Barisan garis .....	5
Definisi 2.1.5 : Train garis .....	6
Definisi 2.1.6 : Path .....	6
Definisi 2.1.7 : Sirkuit .....	6
Definisi 2.3.1 : Pengertian digraph .....	8
Definisi 2.3.2 : Derajat masuk dan derajat keluar pada sebuah digraph .....	9
Definisi 2.3.3 : Digraph bipartite .....	10
Definisi 2.3.4 : Digraph (p,s) .....	10
Definisi 2.4.1 : Pola aliran fisibel .....	11
Definisi 2.4.2 : Himpunan potong .....	12
Definisi 3.1.1 : Digraph (p,s) simetri .....	37
Definisi 3.1.2 : Subgraph (p,s) simetri .....	38
Definisi 3.1.3 : Digraph (p,2s) simetri merupakan graph (p,s) .....	39
Definisi 3.1.4 : Dua digraph (p,s) d-invarian .....	40
Definisi 3.1.5 : Transformasi dasar (p,s) d-invarian .....	41
Definisi 3.1.6 : Kondisi sirkuit ganjil .....	44
Definisi 3.1.7 : Gabungan/kumpulan dari sirkuit .....	44
Definisi 3.2.1 : Barisan graphical .....	57
Definisi 3.3.1 : Barisan dual .....	62
Definisi 3.3.2 : Barisan modifikasi dual .....	65

## DAFTAR THEOREMA

	halaman
Theorema 2.4.1 : Pola aliran .....	12
Theorema 2.4.2 : Perluasan persediaan-permintaan .....	15
Theorema 2.5.1 : Subgraph $(p,s)$ H dari digraph memenuhi theorema 2.4.1 ..	23
Theorema 2.5.2 : Subgraph $(p,s)$ H dari digraph dengan $a(V) = b(V)$ .....	31
Theorema 3.1.1 : Subgraph $(p,0)$ simetri H dari digraph $(p,0)$ .....	44
Theorema 3.2.1 : Suatu barisan $\{a_i\}$ merupakan graphical $(p,0)$ .....	59
Theorema 3.3.1 : Barisan dual untuk graphical $(p,0)$ .....	69
Akibat 3.3.1 : Barisan modifikasi dual untuk graphical $(1,0)$ .....	73

