

BAB I

PENDAHULUAN

1.1. Latar Belakang

Bujur Sangkar Latin (**BSL**) merupakan salah satu contoh dari rancangan kombinatorik, adalah suatu penyusunan terhadap objek-objek berbeda yang memenuhi beberapa kriteria. Secara umum mempunyai definisi sebagai matriks bujur sangkar ordo $n \times n$, dimana ke n^2 selnya ditempati oleh simbol-simbol yang berbeda sedemikian sehingga setiap simbol tepat muncul sekali di setiap baris dan di setiap kolom.

Matriks **BSL** dapat dibentuk dari suatu matriks Persegi Panjang Latin (**PPL**) ordo $p \times q$ atau $p \times n$ dimana $p, q < n$ dengan simbol-simbol berbeda sedemikian sehingga setiap simbol tepat muncul sekali di setiap baris dan di setiap kolom.

Bujur Sangkar Latin Ortogonal dapat dibentuk dari dua **BSL** yang berbeda saling ortogonal, dengan memasang setiap sel yang sama pada baris dan kolom sehingga ke n^2 pasangan (a_{ij}, b_{ij}) tepat muncul sekali pada matriks bujur sangkar tersebut.

Penggunaan **BSL** Ortogonal banyak dijumpai di dalam kehidupan sehari-hari. Berikut diberikan sebuah ilustrasi tentang aplikasi Bujur Sangkar Latin Ortogonal untuk merancang suatu percobaan:

Misalkan akan diuji pengaruh pemberian berbagai jenis pupuk dengan berbagai macam liter air untuk menghasilkan gandum kualitas baik di sebidang tanah. Kemudian akan dibuat suatu rancangan Bujur Sangkar Latin Ortogonal sedemikian sehingga setiap pasangan dari berbagai jenis pupuk dan berbagai jenis liter air hanya tepat muncul satu kali.

Ilustrasi di atas pada dasarnya menggambarkan tentang persoalan untuk membentuk Bujur Sangkar Latin Ortogonal, yang merupakan hasil pasangan sel yang sama pada setiap baris dan kolom dari dua Bujur Sangkar Latin yang berbeda.

Karena mempunyai manfaat yang cukup besar di dalam penyusunan objek-objek berbeda, sehingga Bujur Sangkar Latin merupakan teori yang sangat penting dan menarik untuk dipelajari.

1.2. Permasalahan

Lingkup permasalahan yang akan dibahas adalah mengenai teori umum dari Bujur Sangkar Latin (terdiri dari definisi umum **BSL**, teorema marriage untuk pemilihan sebarang elemen, maupun pembentukan **PPL** menjadi **BSL**), dan bagaimana membentuk Bujur Sangkar Latin Ortogonal yang merupakan hasil pasangan dua **BSL** untuk order n tertentu.

1.3. Pembahasan

Hal yang akan dibahas pada penulisan Tugas Akhir ini adalah mengenai pembentukan Bujur Sangkar Latin Ortogonal, dengan terlebih dahulu mengetahui

pembentukan matriks Bujur Sangkar Latin yang berasal dari sebuah matriks Persegi Panjang Latin.

Persegi Panjang Latin (**PPL**) didefinisikan sebagai matriks ordo $p \times q$ atau $p \times n$ dimana $p, q < n$ dengan simbol-simbol berbeda tanpa adanya pengulangan simbol di setiap baris maupun di setiap kolom.

Contoh 1.3.1.

Sebuah matriks ordo 2×6 dengan elemen-elemen 1, 2, 3, 4, 5, 6 dibawah ini disebut **PPL** sebab, setiap baris dan setiap kolom hanya memuat elemen-elemen yang berbeda yaitu 1, 2, 3, 4, 5, 6.

$$\begin{bmatrix} 2 & 4 & 1 & 5 & 3 & 6 \\ 4 & 1 & 3 & 2 & 6 & 5 \end{bmatrix}$$

Bujur Sangkar Latin didefinisikan sebagai matriks bujur sangkar ordo $n \times n$, dimana ke n^2 selnya ditempati oleh simbol-simbol yang berbeda sedemikian sehingga setiap simbol tepat muncul sekali di setiap baris dan di setiap kolom.

Contoh 1.3.2.

Matriks bujur sangkar dibawah ini merupakan **BSL** ordo 6×6 dengan elemen-elemen 1, 2, 3, 4, 5, 6. Terlihat bahwa, setiap baris dan setiap kolom terdiri dari elemen-elemen yang berbeda (tidak ada dua elemen muncul pada baris maupun kolom yang sama).

$$\begin{bmatrix} 2 & 4 & 1 & 5 & 3 & 6 \\ 4 & 1 & 3 & 2 & 6 & 5 \\ 5 & 6 & 4 & 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 5 & 6 & 4 & 2 \\ 3 & 2 & 6 & 4 & 5 & 1 \\ 6 & 5 & 2 & 3 & 1 & 4 \end{bmatrix}$$

Dua BSL A dan B ordo $n \times n$ disebut ortogonal, jika ke n^2 pasangan (a_{ij}, b_{ij}) semuanya berbeda atau setiap pasangan (a_{ij}, b_{ij}) tepat muncul sekali pada matriks bujur sangkar tersebut.

Apabila n adalah prime kecuali $n = 2$ dan n adalah pangkat prime < 10 , maka Bujur Sangkar Latin ordo $n \times n$ dapat dibentuk menjadi Bujur Sangkar Latin Ortogonal ordo $n \times n$. Untuk n adalah pangkat prime, terlebih dahulu harus diketahui fungsi minimumnya sehingga didapatkan himpunan Bujur Sangkar Latin Saling Ortogonal.

Himpunan Bujur Sangkar Latin Saling Ortogonal adalah himpunan Bujur Sangkar Latin dengan order yang sama, dengan sebarang dua Bujur Sangkar Latin tersebut Ortogonal.

Terdapat 4 BSL Saling Ortogonal ordo 5×5 dengan elemen-elemen 1, 2, 3, 4, 5 sedemikian sehingga setiap sebarang pasangan adalah ortogonal.

$$|K_1| = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 3 & 4 & 5 & 1 \\ 3 & 4 & 5 & 1 & 2 \\ 4 & 5 & 1 & 2 & 3 \\ 5 & 1 & 2 & 3 & 4 \end{bmatrix} \quad |K_2| = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 3 & 4 & 5 & 1 & 2 \\ 5 & 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 4 & 5 & 1 \\ 4 & 5 & 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}$$

$$|K_3| = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 4 & 5 & 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 4 & 5 & 1 \\ 5 & 1 & 2 & 3 & 4 \\ 3 & 4 & 5 & 1 & 2 \end{bmatrix} \quad |K_4| = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 5 & 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 5 & 1 & 2 & 3 \\ 3 & 4 & 5 & 1 & 2 \\ 2 & 3 & 4 & 5 & 1 \end{bmatrix}$$

untuk pembahasan dan penjelasan lebih rinci mengenai pembentukan Bujur Sangkar Latin dan Bujur Sangkar Latin Ortogonal akan diuraikan pada bab III dan IV.

1.4. Pembatasan Masalah

Pembahasan di dalam pembentukan Bujur Sangkar Latin Ortogonal khusus untuk n adalah prime kecuali $n = 2$ dan n adalah pangkat prime < 10 .

1.5. Sistematika

Pada bab II dibahas mengenai teori himpunan, grup, finite field, matriks, serta relasi dan fungsi yang dapat menunjang pembahasan pada bab III dan IV.

Pada bab III dibahas bagaimana membentuk **BSL** (terdiri dari definisi umum **BSL**, teorema marriage di dalam pemilihan sebarang elemen-elemen yang berbeda maupun **PPL** yang merupakan dasar untuk membentuk **BSL**).

Pada bab IV dibahas mengenai bagaimana membentuk Bujur Sangkar Latin Ortogonal yang merupakan hasil pembentukan dari **BSL** (dengan terlebih dahulu mengetahui apakah Bujur Sangkar Latin tersebut Saling Ortogonal).

Dan terakhir pada bab V akan dibahas mengenai kesimpulan dari keseluruhan bab.