BAB I

PENDAHULUAN

1.1. LATAR BELAKANG

Sebuah directed graph $G\ (V,E\ )$ atau disederhanakan sebuah directed graph G, mengandung himpunan V dengan elemen-elemennya disebut node dan sebuah himpunan E yang bagian-bagiannya dinotasikan (i, j), $i, j \in V$. Node i disebut node initial (awal) dan node j disebut node terminal (akhir). Dan (i, j) berarah dari node i ke node j di G dan (i, j) incident dengan i dan j atau (i, j) berarah keluar dari i dan menuju ke j . Garis-garis dengan node initial (permulaan) dan node terminal (akhir) sama disebut garis paralel (*paralel edge*) di G. Garis paralel berarah dari node i ke node j dinotasikan dengan symbol $(i, j)_1, (i, j)_2, ..., (i, j)_k, k \geq 2$. Jika garis dengan node awal sama dengan node akhir ($i = j$) maka disebut self loop di $G\ (V,E\ )$.

Sebuah subgraph dari sebuah graph $G(V,E\ )$ adalah sebuah graph $Gs\ (Vs,Es)$ dimana Vs dan Es adalah subset-subset dari V dan E. Jika $Vs = V$ subgraph disebut sebagai spanning subgraph dari $G\ (V,E\ )$.

Sebuah (p,s)-digraph adalah sebuah graph berarah $G(V,E\ )$, dimana $|(x, y)| \leq p$ untuk semua $(x, y) \in E$, $x \neq y$,dan $|(x, x)| \leq s$ untuk semua $x \in V$, dengan p menyatakan paralel dan s menyatakan self loop. Jika $p=s$ maka (p,s)-digraph disebut p-digraph.

Dalam sebuah directed graph $G\ (V,\ E\ )$ yang berhubungan dengan setiap $x \in V$ dengan $a\ (x)$, $a\ '(x)$, $b\ (x)$, $b'(x)$ integer nonnegatif yang memenuhi

$$0 \leq a(x) \leq a'(x)$$

$$0 \le b(x) \le b'(x)$$

dan integer nonnegatif untuk p dan s. Kemudian G mempunyai sebuah (p, s) subgraph H dengan derajat keluar dan derajat masuk $d_H^+(x)$ dan $d_H^-(x)$ yang memenuhi

$$a(x) \le d_H^+(x) \le a'(x)$$

$$b(x) \le d_H^-(x) \le b'(x)$$

untuk setiap $x \in V$. Hal ini dapat terbukti dengan menggunakan suatu teorema aliran yaitu teorema perluasan persediaan dan permintaan. Dalam tugas akhir ini dipelajari dan dibahas mengenai aplikasi teorema aliran untuk menyelesaikan permasalahan subgraph dalam suatu directed graph. Dan hasil yang didapat dipergunakan untuk mencari syarat perlu dan cukup sebuah directed graph mempunyai sebuah 1-faktor dan untuk membuktikan sebuah directed graph bipartite mempunyai sebuah matching.

1.2. PERMASALAHAN

Permasalahan yang akan dibahas mengenai eksistensi (p,s)-subgraph yang memenuhi derajat keluar dan derajat masuk dari sebuah directed graph.

1.3. PEMBATASAN MASALAH

Permasalahan dalam tugas akhir ini dibatasi pada (p,s)-directed graph dengan setiap node terhubung dan tidak mengandung node isolasi. Derajat keluar dan derajat masuk dibatasi oleh empat integer nonnegatif $a(x)$, $a'(x)$, $b(x)$, $b'(x)$. Dan juga integer nonnegatif masing-masing untuk p dan s.

1.4. SISTEMATIKA PENULISAN

BAB I merupakan bab pendahuluan yang berisi tentang latar belakang, permasalahan, pembatasan masalah yang akan dibahas , dan sistematika penulisan.

BAB II berisi teori-teori sebagai penunjang yang dipakai dalam pembahasan masalah, yang meliputi pengertian dasar-dasar teori graph, operasi graph, pengertian directed graph dan (p,s)-directed graph dengan masing-masing beserta contohnya, dan teorema perluasan persediaan dan permintaan.

BAB III membahas tentang teorema-teorema dari permasalahan (p,s)-subgraph pada sebuah directed graph. Dan penggunaan teorema-teorema itu untuk membuktikan sebuah 1-faktor pada directed graph, dan juga membuktikan sebuah directed graph bipartite mempunyai sebuah matching. Kemudian contoh persoalan dan penyelesaian untuk permasalahan (p,s)-subgraph pada sebuah directed graph.

BAB IV berisi tentang kesimpulan dari permasalahan dan pembahasan masalah yang telah diuraikan.