

**INFERENSI MEAN DARI STATISTIK-L DENGAN METODE  
BOOTSTRAP**

**Siti Ruwaidah**

**J2A097056**



**Skripsi**

sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar Sarjana Sains  
pada Program Studi Matematika

**JURUSAN MATEMATIKA  
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM  
UNIVERSITAS DIPONEGORO  
SEMARANG**

**2002**

Lembar 1

## HALAMAN PENGESAHAN

Judul : Inferensi Mean dari Statistik-L dengan Metode Bootstrap

Nama : Siti Ruwaidah

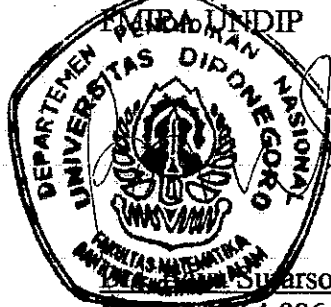
NIM : J2A097056

Telah lulus ujian pada tanggal : 24 Oktober 2002



Semarang, November 2002  
Panitia Penguji Ujian Sarjana  
Jurusan Matematika

Ketua Jurusan Matematika



Suwarso M.Sc.Ph.D.  
NIP. 131 764 886

Ketua

Dra. Dwi Ispriyanti, M.Si  
NIP. 131 626 755

Lembar 2

## HALAMAN PENGESAHAN

Judul : Inferensi Mean dari Statistik-L dengan Metode Bootstrap

Nama : Siti Ruwaidah

NIM : J2A097056

Telah lulus ujian pada tanggal : 24 Oktober 2002



Pembimbing Utama

Semarang, November 2002

Pembimbing Anggota

Dra. Dwi Ispriyanti, M.Si  
NIP. 131 626 755

Drs. Tarno, M.Si  
NIP. 131 931 640

## KATA PENGANTAR

Istighfar dan puji syukur penulis panjatkan kehadirat Allah SWT., Dzat yang tiada henti-hentinya melimpahkan karuniaNya berupa kekuatan, kesabaran dan kemudahan dalam menyelesaikan penyusunan laporan tugas akhir yang berjudul **“Inferensi Mean dari Statistik-L dengan Metode Bootstrap”**.

Dalam kesempatan ini penulis mengucapkan terima kasih yang sebesar-besarnya kepada :

1. Drs. Bayu Surarso, MSc. Ph.D. selaku Ketua Jurusan Matematika.
2. Dra. Dwi Ispriyanti, MSi. selaku pembimbing I atas segala arahan dan bimbingan yang diberikan.
3. Drs. Tarno, MSi. selaku pembimbing II atas segala arahan dan bimbingannya selama ini.
4. Drs. Suhartono, M.Ikomp. selaku Dosen Wali
5. Teman – teman matematika angkatan ‘97
6. Semua pihak yang turut membantu terselesaikannya laporan tugas akhir ini

Penulis menyadari bahwa dalam penyusunan laporan tugas akhir ini masih terdapat banyak kekurangan. Oleh karena itu penulis mengharapkan adanya masukan, saran, dan kritik dalam rangka menyempurnakan laporan ini.

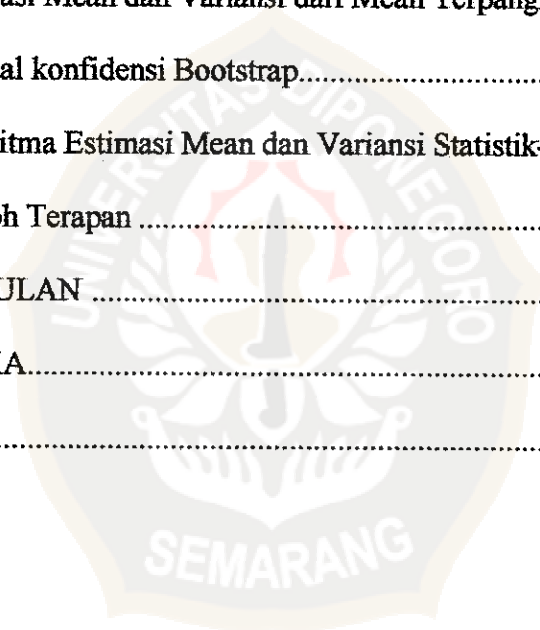
Semarang, November 2002

Penulis

## DAFTAR ISI

|  | Halaman |
|--|---------|
| HALAMAN JUDUL .....  | i       |
| HALAMAN PENGESAHAN.....                                    | ii      |
| KATA PENGANTAR .....                                       | iii     |
| ABSTRAK .....  | iv      |
| ABSTRACT .....   | v       |
| DAFTAR ISI .....   | vi      |
| DAFTAR SIMBOL.....   | viii    |
| DAFTAR TABEL .....   | xi      |
| DAFTAR LAMPIRAN .....                                      | xii     |
| <br>   |         |
| BAB I PENDAHULUAN.....                                     | 1       |
| BAB II TEORI PENUNJANG.....                                | 3       |
| 2.1 Statistik Terurut .....                                | 3       |
| 2.1.1 Fungsi Densitas Bersama Statistik Terurut.....       | 3       |
| 2.1.2 Fungsi Densitas Marginal dari Statistik Terurut..... | 6       |
| 2.1.3 Nilai Harapan (Ekspektasi) Statistik Terurut.....    | 10      |
| 2.1.4 Variansi Statistik Terurut.....                      | 11      |
| 2.1.5 Kovariansi Statistik Terurut.....                    | 12      |
| 2.2 Metode Bootstrap.....                                  | 13      |

|  |           |
|--|-----------|
| <b>BAB III METODE BOOTSTRAP UNTUK STATISTIK-L .....</b>                              | <b>16</b> |
| <b>3.1 Statistik-L.....</b>  | <b>16</b> |
| <b>3.2 Estimasi Mean dan Variansi Statistik-L.....</b>                               | <b>17</b> |
| <b>3.2.1 Estimasi Mean Bootstrap dari Statistik Terurut .....</b>                    | <b>22</b> |
| <b>3.2.2 Estimasi Variansi dan Kovariansi Bootstrap dari Statistik Terurut .....</b> | <b>23</b> |
| <b>3.3 Estimasi Mean dan Variansi dari Mean Terpangkas .....</b>                     | <b>31</b> |
| <b>3.4 Interval konfidensi Bootstrap.....</b>  | <b>33</b> |
| <b>3.5 Algoritma Estimasi Mean dan Variansi Statistik-L .....</b>                    | <b>34</b> |
| <b>3.6 Contoh Terapan .....</b>  | <b>35</b> |
| <b>BAB IV KESIMPULAN .....</b>   | <b>40</b> |
| <b>DAFTAR PUSTAKA.....</b>   | <b>41</b> |
| <b>LAMPIRAN.....</b>   | <b>43</b> |



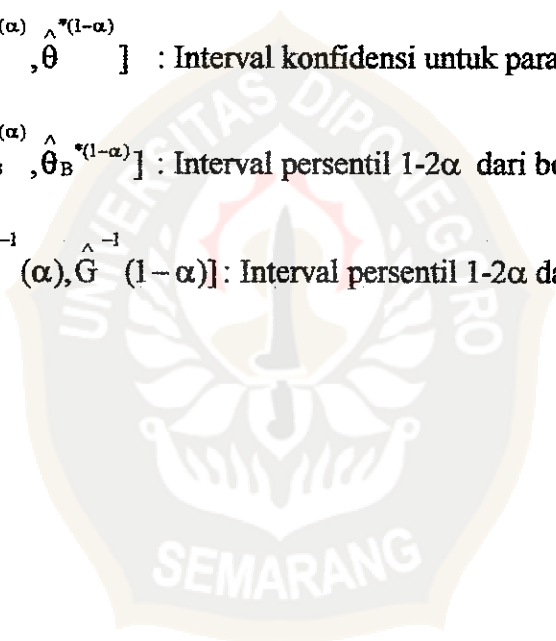
## DAFTAR SIMBOL

|  |   |
|--|---|
| $X_1, X_2, \dots, X_n$                         | : Sampel random yang belum diurutkan  |
| $X_{1:n} \leq X_{2:n} \leq \dots \leq X_{n:n}$ | : Statistik terurut   |
| $x_{1:n} \leq x_{2:n} \leq \dots \leq x_{n:n}$ | : Data observasi yang telah diurutkan   |
| $X_{1:n}, X_{2:n}, \dots, X_{n:n}$             | : Sampel statistik terurut  |
| $X_1^*, X_2^*, \dots, X_n^*$                   | : Sampel bootstrap  |
| $X_{1:n}^*, X_{2:n}^*, \dots, X_{n:n}^*$       | : Sampel bootstrap yang sudah diurutkan   |
| $X'_{1:m}, X'_{2:m}, \dots, X'_{m:m}$          | : Sampel bootstrap yang terpangkas  |
| B  | : Jumlah sampel bootstrap   |
| n  | : Ukuran sampel sebelum dipangkas   |
| m  | : Ukuran sampel sesudah dipangkas   |
| $B(x, a, b) = \int_0^x t^{a-1} (1-t)^{b-1} dt$ | : Fungsi beta tak lengkap   |
| $c_i, J(u)$                                    | : Faktor pembobot dari statistik-L.   |
| J  | : Transformasi Jacobian   |
| $F_r(x_{r:n})$                                 | : Fungsi distribusi komulatif dari $X_{r:n}$  |
| $\hat{F}$                                      | : Fungsi distribusi empiris   |
| $f(x_{1:n}, x_{2:n}, \dots, x_{n:n})$          | : Fungsi densitas bersama dari statistik terurut  |
| $f_r(x_{r:n})$                                 | : Fungsi densitas marginal dari $X_{r:n}$   |
| $f_{rs}(x_{r:n}, x_{s:n})$                     | : Fungsi densitas marginal dari dua statistik terurut                                     |
| $f_{rs}(u_r, u_s)$                             | : Fungsi densitas marginal dari dua statistik terurut<br>uniform, $U_{r:n}$ dan $U_{s:n}$ |
| $\mu_{r:n}$                                    | : Nilai ekspektasi dari $X_{r:n}$   |
| $\sigma_{r:n}^2$                               | : Variansi dari $X_{r:n}$   |
| $\theta$                                       | : Parameter yang akan diestimasi  |
| $\hat{\theta}$                                 | : Estimator dari $\theta$   |

|                                      |  |
|--------------------------------------|--|
| $E_F(T_n) ; \mu_{T_n}$               | : Nilai ekspektasi (mean) dari $T_n$ ( statistik-L )   |
| $\text{var}_F(T_n) ; \sigma_{T_n}^2$ | : Variansi dari $T_n$ ( statistik-L )  |
| $\hat{\theta}^*$                     | : Replikasi bootstrap untuk $\hat{\theta}$   |
| $\hat{\mu}_{T_n}^*$                  | : Replikasi bootstrap untuk mean statistik-L.  |
| $\hat{\sigma}_{T_n}^2$               | : Replikasi bootstrap untuk variansi statistik-L.  |
| $\hat{\mu}_{rn}^*$                   | : Estimasi mean bootstrap untuk $X_{rn}^*$   |
| $\hat{\sigma}_{rn}^*$                | : Estimasi variansi bootstrap untuk $X_{rn}^*$   |
| $\hat{\sigma}_{rsn}^*$               | : Estimasi kovariansi bootstrap untuk $X_{rn}^*$ dan $X_{sn}^*$                              |
| $\hat{\mu}_{T_n}(\cdot)$             | : Estimasi mean bootstrap untuk statistik-L.   |
| $\hat{\sigma}_{T_n}^2(\cdot)$        | : Estimasi variansi bootstrap untuk statistik-L.   |
| $Q(u) = F^{-1}(u)$                   | : Invers fungsi distribusi kumulatif   |
| $X_{[nu]+1}$                         | : Kuantil sampel orde $u$  |
| S                                    | : Sampel dari distribusi uniform   |
| $T_n$                                | : Statistik-L (kombinasi linier statistik terurut)   |
| $T_n^*$                              | : Replikasi bootstrap untuk $T_n$  |
| $T_n'$                               | : Mean terpankas   |
| $T_n'^*$                             | : Mean terpankas bootstrap   |
| U                                    | : Sampel statistik terurut dari distribusi uniform   |
| $W_{j(r)}$                           | : Faktor pembobot dari mean dan variansi bootstrap<br>untuk statistik terurut $X_{rn}$       |
| $W_{ij(rs)} ; V_{j(rs)}$             | : Faktor pembobot dari kovariansi bootstrap untuk<br>statistik terurut $X_{rn}$ dan $X_{sn}$ |



- $\hat{G}$  : Fungsi distribusi komulatif dari  $\hat{\theta}^*$
- $\hat{G}^{-1}(\alpha) = \hat{\theta}^*(\alpha)$  : Persentil ke-100 $\alpha$  dari distribusi bootstrap
- $\hat{G}^{-1}(1-\alpha) = \hat{\theta}^*(1-\alpha)$  : Persentil ke-100(1- $\alpha$ ) dari distribusi bootstrap
- $\hat{\theta}_B^{*(1-\alpha)}$  : Persentil empiris ke-100(1- $\alpha$ ) dari  $\hat{\theta}^*$  (b)
- $\hat{\theta}_B^{*(\alpha)}$  : Persentil empiris ke-100 $\alpha$  dari  $\hat{\theta}^*$  (b)
- $[\hat{\theta}_{\%,lo}, \hat{\theta}_{\%,up}] = [\hat{\theta}^{*(\alpha)}, \hat{\theta}^{*(1-\alpha)}]$  : Interval konfidensi untuk parameter  $\theta$
- $[\hat{\theta}_{\%,lo}, \hat{\theta}_{\%,up}] \approx [\hat{\theta}_B^{*(\alpha)}, \hat{\theta}_B^{*(1-\alpha)}]$  : Interval persentil 1-2 $\alpha$  dari bootstrap untuk  $\theta$
- $[\hat{\theta}_{\%,lo}, \hat{\theta}_{\%,up}] = [\hat{G}^{-1}(\alpha), \hat{G}^{-1}(1-\alpha)]$  : Interval persentil 1-2 $\alpha$  dari  $\theta$



## DAFTAR TABEL

|   | Halaman |
|---|---------|
| 1 Replikasi Bootstrap untuk Mean dari Masing – Masing Mean Sampel Sebanyak 150 kali.....          | 48      |
| 2 Replikasi Bootstrap untuk Variansi dari Masing – Masing Mean Sampel Sebanyak 150 kali .....     | 49      |
| 3 Replikasi Bootstrap untuk Mean dari Masing – Masing Mean Terpangkas Sebanyak 150 kali .....     | 50      |
| 4 Replikasi Bootstrap untuk Variansi dari Masing – Masing Mean Terpangkas Sebanyak 150 kali ..... | 51      |
| 5 Replikasi Bootstrap untuk Mean dari Masing – Masing Mean Sampel Sebanyak 200 kali.....          | 52      |
| 6 Replikasi Bootstrap untuk Variansi dari Masing – Masing Mean Sampel Sebanyak 200 kali .....     | 53      |
| 7 Replikasi Bootstrap untuk Mean dari Masing – Masing Mean Terpangkas Sebanyak 200 kali .....     | 54      |
| 8 Replikasi Bootstrap untuk Variansi dari Masing – Masing Mean Terpangkas Sebanyak 200 kali ..... | 55      |
| 9 Estimasi Mean dan Variansi Bootstrap dengan Replikas Sebanyak 150 kali .....                    | 37      |
| 10 Estimasi Mean dan Variansi Bootstrap dengan Replikasi Sebanyak 200 kali.....                   | 37      |

## DAFTAR LAMPIRAN

|   | Halaman |
|---|---------|
| 1 Simulasi Estimasi Mean dan Variansi Bootstrap untuk Mean Sampel dengan S-PLUS 2000.....       | 43      |
| 2 Simulasi Estimasi Mean dan Variansi Bootstrap untuk Mean Terpangkas dengan S-PLUS 2000.....   | 46      |
| 3 Hasil Simulasi Estimasi Mean dan Variansi Bootstrap untuk Statistik-L dengan S-PLUS 2000..... | 46      |

