# BAB II

# MATERI PENUNJANG

Pada Bab ini berisi teori penunjang sebagai dasar pembahasan Bab III. Dalam hal ini akan menyajikan Transformasi z, Fungsi Alih dan Diagram Blok.

## 2.1. TRANSFORMASI Z

Pada sub bab ini dibahas mengenai metode transformasi z, yang akan digunakan untuk menyelesaikan persamaan ruang keadaan dalam bentuk kanonik.

**Definisi 2.1 :**

Transformasi z pada fungsi waktu x(t) dimana $t \geq 0$ atau barisan nilai-nilai x(kT) atau x(k) dimana k = 0. 1, 2, ..., n dan T = periode cacah, ditunjukkan sebagai berikut :

$$X(z) = \mathcal{Z}[x(t)] = \mathcal{Z}[x(kT)] = \mathcal{Z}[x(k)] = \sum_{k=0}^{\infty} x(kT)\, z^{-k} = \sum_{k=0}^{\infty} x(k)\, z^{-k} \qquad (2.1)$$

$x(t) = 0$ jika $t < 0$ dan $x(kT) = x(k) = 0$ untuk $k < 0$, z = variabel kompleks.

Contoh 2.1. :

1. Carilah transformasi z dari fungsi x(t) dimana

$$x(t) = \begin{cases} 0, & \text{untuk } t < 0 \\ e^{-at}, & \text{untuk } t \geq 0 \end{cases}$$



This document is Undip Institutional Repository Collection. The author(s) or copyright owner(s) agree that UNDIP-IR may, without changing the content, translate the submission to any medium or format for the purpose of preservation. The author(s) or copyright owner(s) also agree that UNDIP-IR may keep more than one copy of this submission for purpose of security, back-up and preservation:
( http://eprints.undip.ac.id )

Jawab :

Jika $x(kT) = e^{-akT}$ , $k = 0, 1, 2, \ldots$

maka $X(z) = \mathcal{Z}[e^{-at}]$

$$= \sum_{k=0}^{\infty} x(kT)\, z^{-k}$$

$$= \sum_{k=0}^{\infty} e^{-akT}\, z^{-k}$$

$$= 1 + e^{-aT} z^{-1} + e^{-2aT} z^{-2} + a^{-3aT} z^{-3} + \ldots$$

bila $|z| > e^{-aT}$, maka dapat pula ditulis

$$= \frac{1}{1 - e^{-aT} z^{-1}}$$

$$= \frac{z}{z - e^{-aT}}$$

2. Carilah transformasi z dari fungsi di bawah ini dimana

$$x(t) = \begin{cases} a^k, & k = 0, 1, 2, \ldots \\ 0, & k < 0 \end{cases}$$

dan a adalah konstan.

Jawab :

$X(z) = \mathcal{Z}[a^k]$

$$= \sum_{k=0}^{\infty} x(k)\, z^{-k}$$

$$= \sum_{k=0}^{\infty} a^k z^{-k}$$

$$= 1 + az^{-1} + a^2 z^{-2} + a^3 z^{-3} + \ldots$$

bila $|z| > e^{-aT}$, maka dapat pula ditulis

$$= \frac{1}{1 - az^{-1}}$$

$$= \frac{z}{z - a}$$



This document is Undip Institutional Repository Collection. The author(s) or copyright owner(s) agree that UNDIP-IR may, without changing the content, translate the submission to any medium or format for the purpose of preservation. The author(s) or copyright owner(s) also agree that UNDIP-IR may keep more than one copy of this submission for purpose of security, back-up and preservation:
( http://eprints.undip.ac.id )

3. Buktikan bahwa $\mathcal{Z}[a^t x(t)] = X(\frac{z}{a})$

Bukti :

$$\mathcal{Z}[a^t x(t)] = \sum_{k=0}^{\infty} a^{kT} x(kT) z^{-k}$$

jika diambil periode cacah T = 1, maka diperoleh

$$= \sum_{k=0}^{\infty} a^{k} x(kT) z^{-k}$$

$$= \sum_{k=0}^{\infty} x(kT) a^{k} z^{-k}$$

$$= \sum_{k=0}^{\infty} x(kT) (\frac{z}{a})^{-k}$$

$$= X(\frac{z}{a}) \qquad \text{(Terbukti)}$$

### 2.1.1. Contoh Penyelesaian Persamaan Linier Dengan Metode Transformasi z.

Untuk menyelesaikan persamaan linier dengan metode transformasi z , digunakan notasi yang disederhanakan, yaitu x(k) untuk menyatakan x(kT).

**Teorema 2.1 :**

Transformasi z dari x(k+1) diberikan oleh :

$$\mathcal{Z}[x(k+1)] = z\,X(z) - z\,x(0) \tag{2.2}$$

Bukti :

$$X(z) = \mathcal{Z}[x(t)]$$

$$\mathcal{Z}[x(k+1)] = \sum_{k=0}^{\infty} x(k+1) z^{-k}$$

$$= \sum_{k=1}^{\infty} x(k) z^{-k+1}$$



This document is Undip Institutional Repository Collection. The author(s) or copyright owner(s) agree that UNDIP-IR may, without changing the content, translate the submission to any medium or format for the purpose of preservation. The author(s) or copyright owner(s) also agree that UNDIP-IR may keep more than one copy of this submission for purpose of security, back-up and preservation:
( http://eprints.undip.ac.id )

$$= z\left[\sum_{k=0}^{\infty} x(k)\, z^{-k} - x(0)\right]$$

$$= z\,X(z) - z\,x(0) \qquad \text{Terbukti}$$

jika x(0) = 0, maka

$$\mathcal{Z}\left[x(k+1)\right] = z\,X(z)$$

Dari Persamaan 2.2 dapat dimodifikasi secara mudah untuk mendapatkan hubungan berikut :

$$\mathcal{Z}\left[x(k+2)\right] = z\,\mathcal{Z}\left[x(k+1)\right] - zx(1)$$

$$= z\left[\, z\,X(z) - z\,x(0)\right] - z\,x(1)$$

$$= z^2\,X(z) - z^2\,x(0) - z\,x(1)$$

Jadi

$$\mathcal{Z}\left[x(k+2)\right] = z^2\,X(z) - z^2\,x(0) - z\,x(1) \qquad (2.3)$$

Dengan cara yang sama diperoleh rumus untuk mendapatkan $\mathcal{Z}\left[x(k+m)\right]$ yaitu :

$$\mathcal{Z}\left[x(k+m)\right] = z^m X(z) - z^m x(0) - z^{m-1}x(1) - z^{m-2}x(2) - \ldots - z\,x(m-1) \qquad (2.4)$$

dimana m adalah integer positif.

Contoh 2.2. :

Selesaikan persamaan linier berikut dengan metode transformasi z

$x(k+2) + 5x(k+1) + 6x(k) = 0$ dengan $x(0) = 0$ dan $x(1) = 1$.

Jawab :

Transformasi z kedua ruas persamaan linier :

$$z^2X(z) - z^2x(0) - zx(1) + 5zX(z) - 5zx(0) + 6X(z) = 0$$

$$z^2X(z) - z + 5zX(z) + 6X(z) = 0$$



This document is Undip Institutional Repository Collection. The author(s) or copyright owner(s) agree that UNDIP-IR may, without changing the content, translate the submission to any medium or format for the purpose of preservation. The author(s) or copyright owner(s) also agree that UNDIP-IR may keep more than one copy of this submission for purpose of security, back-up and preservation:
( http://eprints.undip.ac.id )

$$(z^2 + 5z + 6)\,X(z) = z$$

$$X(z) = \frac{z}{z^2 + 5z + 6}$$

$$= \frac{z}{(z+2)(z+3)}$$

$$= \frac{z}{(z+2)} - \frac{z}{(z+3)}$$

dengan mengingat $\mathcal{Z}[a^k] = \dfrac{z}{z - a}$ maka diperoleh :

$$\mathcal{Z}[(-2)^k] = \frac{z}{z+2}$$

$$\mathcal{Z}[(-3)^k] = \frac{z}{z+3}$$

dengan demikian $x(k) = (-2)^k - (-3)^k, \quad k = 0, 1, 2, \ldots$

Misal :

untuk $x(0) = 1 - 1 = 0$

$x(1) = (-2)^1 - (-3)^1 = -2 + 3 = 1$

$x(2) = (-2)^2 - (-3)^2 = 4 - 9 = -5$, dst.

Contoh 2.3. :

Carilah x(k) dari sistem berikut :

$$x(k+2) - 3x(k+1) + 2\,x(k) = u(k)$$

dimana : $x(k) = 0$ untuk $k \le 0$

$u(k) = 1$ untuk $k = 0$

$u(k) = 0$ untuk $k \neq 0$



This document is Undip Institutional Repository Collection. The author(s) or copyright owner(s) agree that UNDIP-IR may, without changing the content, translate the submission to any medium or format for the purpose of preservation. The author(s) or copyright owner(s) also agree that UNDIP-IR may keep more than one copy of this submission for purpose of security, back-up and preservation:
( http://eprints.undip.ac.id )

Jawab :

Dengan mensubstitusikan k = -1 ke dalam persamaan di atas, diperoleh persamaan :

$$x(k+2) - 3x(k+1) + 2x(k) = u(k)$$

$$x(-1+2) - 3x(-1+1) + 2x(-1) = u(-1)$$

$$x(1) - 3x(0) + 2x(-1) = u(-1)$$

$$x(1) - 3.0 + 2.0 = 0$$

$$x(1) = 0$$

Transformasi z dari persamaan $x(k+2) - 3x(k+1) + 2x(k) = u(k)$

dengan $x(0) = x(1) = 0$ adalah :

$$z^2X(z) - z^2x(0) - zx(1) - 3zX(z) + 3zx(0) + 2X(z) = U(z)$$

$$z^2X(z) - 3zX(z) + 2X(z) = U(z)$$

$$(z^2 - 3z + 2)\,X(z) = U(z)$$

Transformasi z dari fungsi penggerak u(k) didefinisikan dengan :

$$U(z) = \sum_{k=0}^{\infty} u(k)\, z^{-k} = 1$$

Sedemikian sehingga diperoleh :

$$(z^2 - 3z + 2)\; X(z) = 1$$

$$X(z) = \frac{1}{z^2 - 3z + 2}$$

$$= \frac{-1}{(z-1)} + \frac{1}{(z-2)}$$

Dengan menggunakan hubungan

$$\mathcal{Z}[x(k+1)] = z\,X(z) - z\,x(0)$$



This document is Undip Institutional Repository Collection. The author(s) or copyright owner(s) agree that UNDIP-IR may, without changing the content, translate the submission to any medium or format for the purpose of preservation. The author(s) or copyright owner(s) also agree that UNDIP-IR may keep more than one copy of this submission for purpose of security, back-up and preservation:
( http://eprints.undip.ac.id )

Karena x(0) = 0, maka :

$$\mathcal{Z}[x(k+1)] = z\,X(z)$$

$$= \left( \frac{-1}{(z-1)} + \frac{1}{(z-2)} \right) z$$

$$= \frac{-z}{(z-1)} + \frac{z}{(z-2)}$$

Karena $\mathcal{Z}[1^k] = \dfrac{z}{z-1}$ dan $\mathcal{Z}[2^k] = \dfrac{z}{z-2}$ maka diperoleh :

$x(k+1) = -1 + 2^k$ , $\quad k = 0, 1, 2, \ldots.$

$x(k) \quad = -1 + 2^{k-1}$ , $\quad k = 0, 1, 2, \ldots.$

Sehingga $x(0) = 0$

$x(1) = 0$

$x(2) = 1$

$x(3) = 3$

$x(4) = 7$, dst

**Teorema 2.2 :**

Jika x(k) = 0 untuk k < 0, dan $X(z) = \mathcal{Z}[x(k)]$, maka

$$\mathcal{Z}[x(k-n)] = z^{-n} X(z)$$

dimana n = 0, 1, 2, ...

Bukti :

$$\mathcal{Z}[x(k-n)] = \sum_{k=0}^{\infty} x(k-n)\, z^{-k}$$

$$= z^{-n} \sum_{k=0}^{\infty} x(k-n)\, z^{-(k-n)}$$



This document is Undip Institutional Repository Collection. The author(s) or copyright owner(s) agree that UNDIP-IR may, without changing the content, translate the submission to any medium or format for the purpose of preservation. The author(s) or copyright owner(s) also agree that UNDIP-IR may keep more than one copy of this submission for purpose of security, back-up and preservation:
( http://eprints.undip.ac.id )

misal k - n = m, maka persamaan diatas dapat disederhanakan notasinya menjadi :

$$= z^{-n} \sum_{m=0}^{\infty} x(m)\, z^{-m}$$

$$\mathcal{Z}[x(k\text{-}n)] = z^{-n} X(z) \qquad \text{Terbukti}$$

Contoh 2.4 :

Carilah transformasi z untuk fungsi yang didefinisikan dengan :

$$\mathcal{Z}[x(k\text{-}1)] = \sum_{k=0}^{\infty} x(k\text{-}1)\, z^{-k}$$

Jawab :

$$\mathcal{Z}[x(k\text{-}1)] = \sum_{k=0}^{\infty} x(k\text{-}1)\, z^{-k}$$

$$= z^{-1} \sum_{k=0}^{\infty} x(k\text{-}1)\, z^{-(k-1)}$$

$$= z^{-1} \sum_{m=0}^{\infty} x(m)\, z^{-m}$$

$$= z^{-1} X(z)$$

### 2.1.2. Transformasi z Balik.

Jika diberikan X(z), maka untuk mencari transformasi z balik, x(kT) atau x(k) adalah dengan menguraikan X(z) menjadi pecahan-pecahan parsial. Dalam mencari transformasi z balik, kita anggap bahwa deret waktu x(kT) atau x(k) adalah nol untuk k < 0.

Berdasarkan pada uraian pecahan parsial $\frac{X(z)}{z}$ kemudian mengidentifikasikan setiap bentuk dengan tabel transformasi z.

Tinjau X(z) yang diberikan oleh :



This document is Undip Institutional Repository Collection. The author(s) or copyright owner(s) agree that UNDIP-IR may, without changing the content, translate the submission to any medium or format for the purpose of preservation. The author(s) or copyright owner(s) also agree that UNDIP-IR may keep more than one copy of this submission for purpose of security, back-up and preservation:
( http://eprints.undip.ac.id )

$$X(z) = \frac{b_0 z^m + b_1 z^{m-1} + b_2 z^{m-2} + \ldots + b_{m-1} z + b_m}{a_0 z^n + a_1 z^{n-1} + a_2 z^{n-2} + \ldots + a_{n-1} z + a_n} \qquad (2.5)$$

dimana $m \leq n$

Pertama kita uraikan polinomial penyebut dari X(z) atas faktor-faktornya. Selanjutnya kita uraikan $\frac{X(z)}{z}$ menjadi pecahan-pecahan parsial sedemikian sehingga setiap suku secara mudah dapat dilihat pada tabel transformasi z. Transformasi z balik dari X(z) diperoleh sebagai jumlah transformasi z balik dari pecahan-pecahan parsial.

Contoh 2.5 :

Carilah x(kT) jika X(z) diberikan sebagai :

$$X(z) = \frac{5z}{z^2 - 3z + 2}$$

Jawab :

$$X(z) = \frac{5z}{z^2 - 3z + 2}$$

$$\frac{X(z)}{z} = \frac{5}{z^2 - 3z + 2}$$

$$\frac{X(z)}{z} = \frac{5}{(z-1)(z-2)}$$

$$\frac{X(z)}{z} = \frac{-5}{(z-1)} + \frac{5}{(z-2)}$$

$$X(z) = \frac{-5z}{(z-1)} + \frac{5z}{(z-2)}$$

Dari tabel :

$$\mathcal{Z}^{-1}\left[\frac{z}{z-1}\right] = 1^k \qquad \mathcal{Z}^{-1}\left[\frac{z}{z-2}\right] = 2^k$$

sehingga

$$\mathcal{Z}^{-1}\left[\frac{-5z}{z-1}\right] = -5.1^k \qquad \mathcal{Z}^{-1}\left[\frac{5z}{z-2}\right] = 5.2^k$$



This document is Undip Institutional Repository Collection. The author(s) or copyright owner(s) agree that UNDIP-IR may, without changing the content, translate the submission to any medium or format for the purpose of preservation. The author(s) or copyright owner(s) also agree that UNDIP-IR may keep more than one copy of this submission for purpose of security, back-up and preservation:
( http://eprints.undip.ac.id )

maka $x(kT) = -5.1^k + 5.2^k$

$= -5 + 5.2^k$

$= 5(-1 + 2^k)$

dengan $k = 0, 1, 2, \ldots$

atau untuk $k = 0 \longrightarrow x(0) = 0$

$k = 1 \quad x(T) = 5$

$k = 2 \quad x(2T) = 15$

$k = 3 \quad x(3T) = 35$

$k = 4 \quad x(4T) = 75, \ldots$

### 2.1.3. Sifat-Sifat Penting Transformasi z.

**Teorema 2.3 :**

Jika $\mathcal{Z}[x(k)] = X(z)$ maka $\mathcal{Z}[ax(t)] = a\ \mathcal{Z}[x(t)] = a\,X(z)$

dimana a adalah konstanta.

Bukti :

$$\mathcal{Z}[ax(k)] = \sum_{k=0}^{\infty} a\,x(k)\,z^{-k}$$

$$= a \sum_{k=0}^{\infty} x(k)\,z^{-k}$$

$$= a\,X(z) \qquad \text{Terbukti}$$

Teorema 2.3 ini menunjukan sifat transformasi z yang pertama yaitu perkalian dengan konstanta.



This document is Undip Institutional Repository Collection. The author(s) or copyright owner(s) agree that UNDIP-IR may, without changing the content, translate the submission to any medium or format for the purpose of preservation. The author(s) or copyright owner(s) also agree that UNDIP-IR may keep more than one copy of this submission for purpose of security, back-up and preservation:
( http://eprints.undip.ac.id )

**Teorema 2.4 :**

Jika $x(k) = \alpha f(k) + \beta g(k)$ maka $X(z) = \alpha F(z) + \beta G(z)$

Bukti :

$$
\begin{aligned}
X(z) &= \mathcal{Z}[x(k)] \\
&= \mathcal{Z}[\alpha\, f(k) + \beta\, g(k)] \\
&= \sum_{k=0}^{\infty} [\alpha\, f(k) + \beta\, g(k)]\, z^{-k} \\
&= \alpha \sum_{k=0}^{\infty} f(k)\, z^{-k} + \beta \sum_{k=0}^{\infty} g(k)\, z^{-k} \\
&= \alpha\, F(z) + \beta\, G(z) \qquad \text{Terbukti}
\end{aligned}
$$

Teorema 2.4 ini menunjukkan bahwa transformasi z bersifat linieritas.

**Teorema 2.5 :**

Jika $\mathcal{Z}[x(t)] = X(z)$ maka $\mathcal{Z}[a^k x(k)] = X(\frac{z}{a})$

Bukti :

$$
\begin{aligned}
X(z) &= \mathcal{Z}[x(k)] \\
&= \mathcal{Z}[a^k\, x(k)] \\
&= \sum_{k=0}^{\infty} a^k\, x(k)\, z^{-k} \\
&= \sum_{k=0}^{\infty} x(k)\, (\frac{z}{a})^{-k} \\
&= X(\frac{z}{a}) \qquad \text{Terbukti}
\end{aligned}
$$

Adapun sifat dari teorema 2.5 ini yaitu perkalian dengan $a^k$.



This document is Undip Institutional Repository Collection. The author(s) or copyright owner(s) agree that UNDIP-IR may, without changing the content, translate the submission to any medium or format for the purpose of preservation. The author(s) or copyright owner(s) also agree that UNDIP-IR may keep more than one copy of this submission for purpose of security, back-up and preservation:
( http://eprints.undip.ac.id )

## 2.2. FUNGSI ALIH (TRANSFER)

Dalam sistem kontrol, fungsi alih digunakan untuk menghubungkan antara masukan dan keluaran dari komponen suatu sistem. Fungsi alih merupakan hasil transformasi z dari persamaan linier serta invarian terhadap waktu.

**Definisi 2.2. :**

Perbandingan antara transformasi z keluaran terhadap transformasi z masukan dengan anggapan bahwa semua syarat awal nol disebut *Fungsi Alih.*

Pandang sistem linier waktu diskret serta invarian terhadap waktu di bawah ini :

$$y(k) + a_1 y(k-1) + \ldots + a_n y(k-n) = b_0 u(k) + b_1 u(k-1) + \ldots + b_n u(k-n) \qquad (2.6)$$

dimana $u(k)$ adalah masukan sistem

$y(k)$ adalah keluaran sistem

$a_i$ $(i = 1, 2, \ldots, n)$ dan $b_j$ $(j = 0, 1, 2, \ldots, n)$ adalah koefisien (konstanta)

dengan menggunakan transformasi z, ditransformasikan persamaan di atas sebagai berikut :

Definisikan $\mathcal{Z}[y(k)] = Y(z)$

Selanjutnya $y(k-1)$, $y(k-2)$, $y(k-3)$, …, $y(k-n)$ begitu juga untuk $u(k-1)$, $u(k-2)$, $u(k-3)$, …, $u(k-n)$ menjadi bentuk :

$\mathcal{Z}[y(k-1)] = z^{-1} Y(z)$ $\qquad$ $\mathcal{Z}[u(k)] = U(z)$

$\mathcal{Z}[y(k-2)] = z^{-2} Y(z)$ $\qquad$ $\mathcal{Z}[u(k-1)] = z^{-1} U(z)$



This document is Undip Institutional Repository Collection. The author(s) or copyright owner(s) agree that UNDIP-IR may, without changing the content, translate the submission to any medium or format for the purpose of preservation. The author(s) or copyright owner(s) also agree that UNDIP-IR may keep more than one copy of this submission for purpose of security, back-up and preservation:
( http://eprints.undip.ac.id )

$$\mathcal{Z}[y(k-3)] = z^{-3}\,Y(z) \qquad \text{dan} \qquad \mathcal{Z}[u(k-2)] = z^{-2}\,U(z)$$

$$\vdots \qquad\qquad\qquad\qquad \vdots$$

$$\mathcal{Z}[y(k-n)] = z^{-n}\,Y(z) \qquad\qquad \mathcal{Z}[u(k-n)] = z^{-n}\,U(z)$$

ini bisa dibuktikan dengan melihat Teorema 2.2, sehingga Persamaan 2.6 setelah ditransformasi menjadi :

$$Y(z) + a_1z^{-1}Y(z) + a_2z^{-2}Y(z) + \ldots + a_nz^{-n}Y(z) = b_0U(z) + b_1z^{-1}U(z) + \ldots + b_nz^{-n}U(z) \tag{2.7}$$

$$Y(z)\,\{1 + a_1z^{-1} + a_2z^{-2} + \ldots + a_nz^{-n}\} = U(z)\{b_0 + b_1z^{-1} + \ldots + b_nz^{-n}\} \tag{2.8}$$

$$\frac{Y(z)}{U(z)} = \frac{b_0 + b_1\,z^{-1} + b_2\,z^{-2} + \ldots + b_n\,z^{-n}}{1 + a_1\,z^{-1} + a_2\,z^{-2} + \ldots + a_n\,z^{-n}} \tag{2.9}$$

Persamaan (2.9) dikalikan dengan $\frac{z_n}{z_n}$ menjadi :

$$\frac{Y(z)}{U(z)} = \frac{b_0\,z^n + b_1\,z^{n-1} + b_2\,z^{n-2} + \ldots + b_n}{z^n + a_1\,z^{n-1} + a_2\,z^{n-2} + \ldots + a_n} \tag{2.10}$$

Definisikan

$$G(z) = \frac{b_0\,z^n + b_1\,z^{n-1} + b_2\,z^{n-2} + \ldots + b_n}{z^n + a_1\,z^{n-1} + a_2\,z^{n-2} + \ldots + a_n} \tag{2.11}$$

Sehingga

$$G(z) = \frac{Y(z)}{U(z)} = \frac{b_0\,z^n + b_1\,z^{n-1} + b_2\,z^{n-2} + \ldots + b_n}{z^n + a_1\,z^{n-1} + a_2\,z^{n-2} + \ldots + a_n} \tag{2.12}$$

G(z) adalah respon atas masukan sistem.

Berdasarkan definisi 2.2 maka G(z) disebut Fungsi Alih.



This document is Undip Institutional Repository Collection. The author(s) or copyright owner(s) agree that UNDIP-IR may, without changing the content, translate the submission to any medium or format for the purpose of preservation. The author(s) or copyright owner(s) also agree that UNDIP-IR may keep more than one copy of this submission for purpose of security, back-up and preservation:
( http://eprints.undip.ac.id )

## 2.3. DIAGRAM BLOK

Suatu sistem kontrol dapat terdiri dari beberapa komponen. Untuk menunjukkan fungsi yang dilakukan oleh tiap komponen, dalam tehnik kontrol biasanya digunakan suatu diagram yang disebut "*Diagram Blok*".

Jadi diagram blok suatu sistem adalah suatu penyajian bergambar dari fungsi yang dilakukan oleh tiap-tiap komponen dan aliran (masukan dan keluaran).

Keunggulan dari diagram blok yaitu mampu menunjukkan aliran (masukan dan keluaran) yang lebih nyata pada sistem yang sebenarnya dan memungkinkan perhitungan kontribusi tiap komponen.

Fungsi alih dari komponen ditulis di dalam blok, yang dihubungkan dengan anak panah untuk menunjukkan arah aliran (masukan dan keluaran).

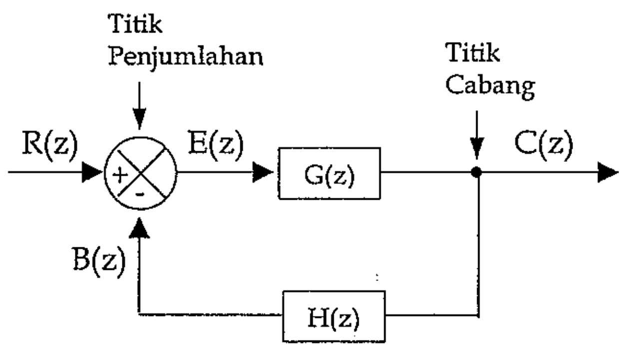

*Gambar 2.1.* **Elemen Diagram Blok**

Gambar 2.1 menunjukan suatu elemen diagram blok. Anak panah yang menuju ke blok menunjukkan masukan, sebaliknya anak panah yang meninggalkan blok menyatakan keluaran.

Sistem kontrol linier dapat dinyatakan dengan suatu diagram blok yang terdiri dari beberapa blok, titik penjumlahan dan titik cabang.



This document is Undip Institutional Repository Collection. The author(s) or copyright owner(s) agree that UNDIP-IR may, without changing the content, translate the submission to any medium or format for the purpose of preservation. The author(s) or copyright owner(s) also agree that UNDIP-IR may keep more than one copy of this submission for purpose of security, back-up and preservation:
( http://eprints.undip.ac.id )




*Gambar 2.2.* **Sistem Kontrol Linier**

Untuk sistem yang ditunjukkan pada Gambar 2.2, keluaran C(z) dan masukan R(z) direlasikan sebagai berikut :

$$C(z) = G(z)\,E(z)$$

$$E(z) = R(z) - B(z)$$

$$= R(z) - H(z)\,C(z)$$

Eliminasi E(z) dari persamaan tersebut memberikan

$$C(z) = G(z)\,[R(z) - H(z)\,C(z)]$$

$$\frac{C(z)}{R(z)} = \frac{G(z)}{1 + G(z)\,H(z)} \tag{2.13}$$

atau

$$G(z) = \frac{G(z)}{1 + G(z)\,H(z)}\,R(z) \tag{2.14}$$

### 2.3.1. Langkah-Langkah Menggambar Diagram Blok.

Berkaitan dengan penggambaran diagram blok untuk persamaan ruang keadaan pada Bab III, maka pada sub bab ini akan dijelaskan cara-cara atau



This document is Undip Institutiona ... R may, without changing the content, translate the submission to any medium or format for the purpose of preservation. The author(s) or copyright owner(s) also agree that UNDIP-IR may keep more than one copy of this submission for purpose of security, back-up and preservation:
( http://eprints.undip.ac.id )

langkah-langkah penggambaran diagram blok. Adapun langkah-langkah penggambaran diagram blok tersebut adalah sebagai berikut :

1. Tulis persamaan fungsi alihnya.
2. Uraikan persamaan tersebut, sehingga didapatkan variabel-variabel keadaan.
3. Setelah variabel-variabel di dapat, selanjutnya ditransformasi z balik menjadi persamaan ruang keadaan dalam bentuk matriks.
4. Kemudian disusun diagram bloknya dari masing-masing variabel di atas.
5. Dari masing-masing diagram blok, kemudian disatukan sedemikian sehingga diperoleh diagram blok yang lengkap.

Untuk mempermudah penyusunan diagram blok, bisa dilihat aturan aljabar diagram blok sebagaimana terdapat pada lembar lampiran.

Contoh 2.6.

$$G(z) = \frac{Y(z)}{U(z)} = \frac{z^{-1} + 5z^{-2}}{1 + 4z^{-1} + 3z^{-2}}$$

$$Y(z)\{1 + 4z^{-1} + 3z^{-2}\} = U(z)\{z^{-1} + 5z^{-2}\}$$

$$Y(z) + 4z^{-1}Y(z) + 3z^{-2}Y(z) = z^{-1}\,U(z) + 5z^{-2}\,U(z)$$

$$Y(z) = z^{-1}\{U(z) - 4Y(z) + z^{-1}[5U(z) - 3Y(z)]\}$$

Didefinisikan :

$$X_1(z) = z^{-1}[U(z) - 4Y(z) + X_2(z)]$$

$$X_2(z) = z^{-1}[5U(z) - 3Y(z)]$$

$$Y(z) = X_1(z)$$

Selanjutnya, didapatkan



This document is Undip Institutional Repository Collection. The author(s) or copyright owner(s) agree that UNDIP-IR may, without changing the content, translate the submission to any medium or format for the purpose of preservation. The author(s) or copyright owner(s) also agree that UNDIP-IR may keep more than one copy of this submission for purpose of security, back-up and preservation:
( http://eprints.undip.ac.id )

$$z\,X_1(z) = U(z) - 4Y(z) + X_2(z)$$
$$= U(z) - 4X_1(z) + X_2(z)$$
$$= -4X_1(z) + X_2(z) + U(z)$$
$$z\,X_2(z) = 5U(z) - 3Y(z)$$
$$= 5U(z) - 3X_1(z)$$
$$= -3X_1(z) + 5U(z)$$

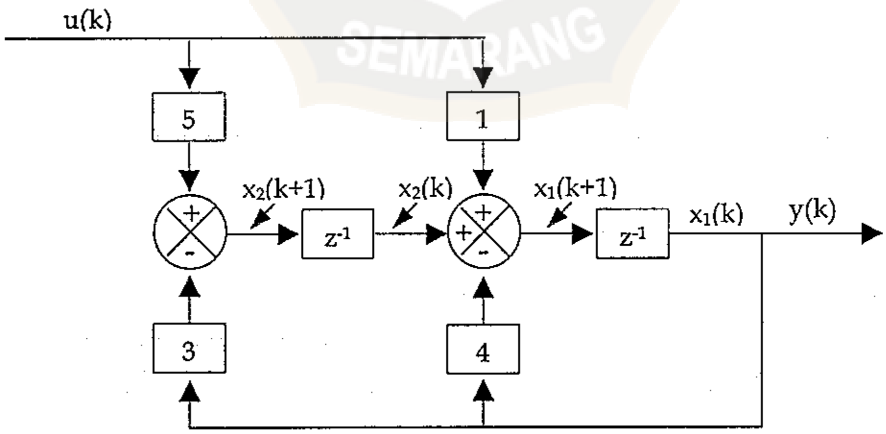
dari persamaan tersebut, selanjutnya ditransformasi z balik, hasil transformasi z balik disusun dalam bentuk matriks :

$$\begin{pmatrix} x_1(k+1) \\ x_2(k+1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 & 1 \\ -3 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ 5 \end{pmatrix} u(k)$$

sedangkan untuk persamaan keluarannya dalam bentuk matriks yaitu :

$$y(k) = [\,1 \quad 0\,] \begin{pmatrix} x_1(k) \\ x_2(k) \end{pmatrix}$$

Jika digambarkan dalam bentuk diagram blok :




*Gambar 2.3.* **Contoh Diagram Blok**



This document is Undip Institutional Repository Collection. The author(s) or copyright owner(s) agree that UNDIP-IR may, without changing the content, translate the submission to any medium or format for the purpose of preservation. The author(s) or copyright owner(s) also agree that UNDIP-IR may keep more than one copy of this submission for purpose of security, back-up and preservation:
( http://eprints.undip.ac.id )