

**PENGGUNAAN ALJABAR LINIER DALAM SISTEM  
PERSAMAAN DEFERENSIAL LINIER**

**Tri Vita Apriyanti**

**J2A 098 058**

**Skripsi**

**Sebagai Salah Satu Syarat Memperoleh Gelar**

**Sarjana Sains**

**Pada**

**Jurusan Matematika**

**JURUSAN MATEMATIKA**

**FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM**

**UNIVERSITAS DIPONEGORO**

**2003**

## HALAMAN PENGESAHAN

Judul : Penggunaan Aljabar linier Dalam Sistem Persamaan Diferensial Linier

Nama : Tri Vita Apriyanti

NIM : J2A098058

Telah lulus ujian sarjana S-1 pada tanggal

Semarang, Oktober 2003

Panitia Penguji Ujian Sarjana

Jurusan Matematika FMIPA

Universitas Diponegoro

Ketua,

Drs. Djuwandi, SU

NIP. 130 810 140



Bayu Surarso, M.Sc, Ph.D

NIP. 131 764 886

## HALAMAN PENGESAHAN

Judul : Penggunaan Aljabar linier Dalam Sistem Persamaan Diferensial Linier

Nama : Tri Vita Apriyanti

NIM : J2A098058



Semarang, Oktober 2003.

Pembimbing Utama

Drs. Djuwandi SU

NIP. 130 810 140

Pembimbing Anggota

R. Heru Tjahjana S.Si, M.Si

NIP. 132 283 188

## KATA PENGANTAR

Segala puji dan syukur “Alhamdulillah” penulis panjatkan ke hadirat Allah SWT yang telah melimpahkan rahmat dan karuniaNya, sehingga penulis dapat menyelesaikan Tugas Akhir ini. Sholawat dan salam senantiasa penulis haturkan kepada Rasulullah SAW.

Penulisan Tugas Akhir ini berjudul “**Penggunaan Aljabar Linier Dalam Sistem Persamaan Diferensial Linier**” disusun sebagai salah satu syarat memperoleh gelar sarjana strata satu (S-1) pada Jurusan Matematika Fakultas matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Diponegoro.

Pada kesempatan ini penulis ingin menyampaikan ungkapan terima kasih yang sebesar-besarnya kepada semua pihak yang telah memberikan bantuan dan dorongan kepada penulis dalam menyelesaikan Tugas Akhir ini. Ucapan terima kasih penulis haturkan kepada :

1. Bapak Drs. Bayu Surarso, M.Sc, Ph.D selaku Ketua Jurusan Matematika yang telah mendukung sehingga selesaiya Tugas Akhir ini.
2. Bapak Drs. Djuwandi, SU selaku Pembimbing Utama yang telah membimbing dan mengarahkan dalam penulisan Tugas Akhir ini.
3. Bapak R. Heru Tjahjana, S.Si, M.Si selaku Pembimbing Anggota yang telah dengan sabar membimbing penulis hingga selesaiya Tugas Akhir ini.
4. Bapak Drs. Solikhin Zaki selaku dosen wali atas dukungan dan nasehatnya.

5. Ayah, bunda dan kakak-kakakku yang telah memberikan dukungan moril maupun material serta doanya.
6. Teman-teman Matematika 98<sup>0</sup> atas support dan bantuannya.

Mengingat terbatasnya kemampuan dan pengetahuan penulis, tentunya Tugas Akhir ini masih jauh dari sempurna. Penulis banyak mengharapkan saran dan kritik yang membangun demi lebih sempurnanya Tugas Akhir ini. Penulis berharap semoga Tugas Akhir ini bermanfaat bagi pengguna.

Semarang, Oktober 2003

Penulis



## DAFTAR ISI

|   |      |
|---|------|
| HALAMAN JUDUL .....   | i    |
| HALAMAN PENGESAHAN .....  | ii   |
| KATA PENGANTAR .....  | iv   |
| ABSTRAK .....   | vi   |
| ABSTRACT .....  | vii  |
| DAFTAR ISI.....   | viii |
| DAFTAR SIMBOL.....  | x    |
| BAB I PENDAHULUAN .....   | 1    |
| BAB II MATERI PENUNJANG .....                                   | 3    |
| 2.1 Matriks .....   | 3    |
| 2.1.1 Operasi Elementer pada Baris dan Kolom Suatu Matriks..... | 3    |
| 2.1.2 Rank Matriks.....   | 4    |
| 2.2 Determinan.....   | 4    |
| 2.3 Sistem Persamaan Linier.....                                | 8    |
| 2.3.1 Sistem Persamaan Linier Homogen .....                     | 9    |
| 2.3.2 Sistem Persamaan Linier Nonhomogen .....                  | 10   |
| 2.4 Pemecahan Sistem Persamaan Linier.....                      | 11   |
| 2.4.1 Eliminasi Gauss .....                                     | 12   |
| 2.4.2 Eliminasi Gauss Jourdan .....                             | 16   |
| 2.4.3 Aturan Cramer .....                                       | 18   |

|  |           |
|--|-----------|
| 2.5 Vektor .....   | 22        |
| 2.6 Ruang Vektor .....   | 23        |
| 2.7 Kombinasi Linier .....   | 25        |
| 2.8 Vektor Bebas Linier dan Takbebas Linier .....  | 26        |
| 2.9 Basis dan Dimensi .....  | 27        |
| 2.10 Nilai Eigen dan Vektor Eigen .....  | 29        |
| <b>BAB III PENYELESAIAN SISTEM PERSAMAAN DEFERENSIAL LINIER DENGAN MENGGUNAKAN NILAI EIGEN</b> |           |
| 3.1 Sistem Persamaan Deferensial Linier Homogen .....  | 32        |
| 3.2 Sistem Persamaan Deferensial Linier Homogen dengan Koefisien Konstan .....                 |           |
| 3.2.1 Akar-akar Riel dan Berbeda .....   | 40        |
| 3.2.2 Akar-akar Riel Berulang .....  | 45        |
| 3.2.3 Akar-akar Kompleks .....   | 53        |
| 3.3 Sistem Persamaan Deferensial Linier Nonhomogen .....                                       | 57        |
| 3.4 Contoh Aplikasi Sistem Persamaan Deferensial Linier pada Aliran Listrik .....              |           |
| 71   | 64        |
| <b>BAB IV KESIMPULAN .....</b>   |           |
| <b>DAFTAR PUSTAKA.....</b>   | <b>72</b> |

## DAFTAR SIMBOL

|                           |   |
|---------------------------|---|
| $\forall$                 | : Untuk setiap                                    |
| $\exists$                 | : Terdapat  |
| $\in$                     | : Elemen anggota dari                             |
| $\therefore$              | : Sehingga  |
| $=$                       | : Sama dengan                                     |
| $\leq$                    | : Kurang dari atau sama dengan                    |
| $\geq$                    | : Lebih dari atau sama dengan                     |
| $\det(A)$                 | : Determinan                                      |
| $\sum_{k=1}^n c_k \Phi_k$ | : $c_1\Phi_1 + c_2\Phi_2 + \dots + c_n\Phi_n$     |
| $\Phi$                    | : Solusi dari sistem persamaan deferensial linier |
| $\lambda$                 | : Nilai eigen                                     |
| $I$                       | : Matriks identitas                               |
| $E$                       | : Tegangan listrik                                |
| $R$                       | : Hambatan listrik                                |
| $L$                       | : Induktor listrik                                |
| $i$                       | : Arus listrik                                    |
| $V$                       | : Satuan tegangan listrik (Volt)                  |
| $\Omega$                  | : Satuan hambatan listrik (Ohm)                   |
| $H$                       | : Satuan inductor listrik (Henry)                 |
| $A$                       | : Satuan arus listrik (Ampere)                    |
| $\square$                 | : Akhir dari pembuktian teorema                   |