



*Untuk Ayah, Ibu,
Adikku Fitriya, dan
Nidyan yang Tercinta.*

Halaman Pengesahan

Lembar I

Judul Skripsi : Aplikasi Graf Berarah pada Rantai Markov Berhingga
Parameter Diskrit
Nama : Dadang Sudrajat
NIM : J101941006
Tanggal lulus Ujian : 13 Maret 1999

Fakultas Matematika dan
Ilmu pengetahuan Alam
Jurusan Matematika

Semarang, Maret 1999

Panitia ujian Sarjana Jurusan
Matematika

Ketua



Drs. Djuwandi, SU
NIP. 130 810 732



Halaman Pengesahan

Lembar II

**APLIKASI GRAF BERARAH PADA RANTAI MARKOV BERHINGGA
PARAMETER DISKRIT**

Nama : Dadang Sudrajat

NIM : J101941006

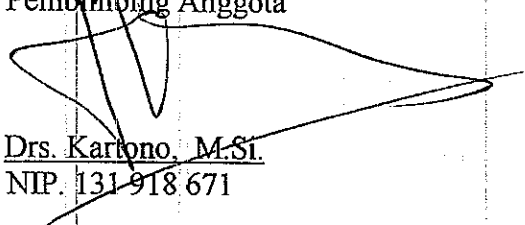
Telah diujikan pada Ujian Sarjana pada tanggal 13 Maret 1999 dan telah dinyatakan lulus.

Pembimbing Utama


Drs. Djuwandi, SU
NIP. 130 810 732

Semarang, Maret 1999

Pembimbing Anggota


Drs. Kartono, M.Si
NIP. 131 918 671

Halaman Pengesahan

KATA PENGANTAR

Puji Syukur kami panjatkan kehadiran Allah SWT karena hanya dengan rahmatnya tercapailah kehendak kami untuk menyusun Tugas Akhir ini.

Tugas Akhir ini berjudul Aplikasi Graf Berarah pada Rantai Markov Berhingga Parameter Diskrit, disusun guna melengkapi syarat untuk mendapatkan gelar sarjana strata satu pada jurusan Matematika Universitas Diponegoro.

Mengingat terbatasnya kemampuan dan keterbatasan pengetahuan kami tentunya Tugas Akhir ini masih jauh dari sempurna. Maka dari itu kami sangat mengharapkan saran dan kritiknya guna kesempurnaan Tugas Akhir ini.

Pada kesempatan ini perkenankanlah penulis mengucapkan terima kasih kepada:

1. Ibu Dra. Hj. Sriani Hendarko, SU selaku Dekan FMIPA Universitas Diponegoro beserta seluruh stafnya.
2. Bapak Drs. Djuwandi, SU selaku Pembimbing Utama yang telah berkenan memberikan bimbingan dan pengarahan kepada kami, sehingga Tugas Akhir ini dapat terselesaikan.
3. Bapak Drs. Kartono, M.Si Selaku pembimbing II yang telah memberikan bimbingan dan pengarahan kepada kami.
4. Bapak Drs. Harjito selaku Ketua Jurusan Matematika FMIPA Universitas Diponegoro.

Kata Pengantar

5. Bapak dan Ibu Dosen Jurusan Matematika FMIPA Universitas Diponegoro dimana penulis mendapatkan ilmu selama penulis menuntut ilmu di jurusan Matematika FMIPA Universitas Diponegoro.
6. Ayah dan Ibu tercinta yang selalu memberikan dukungan baik secara material maupun spiritual sehingga Tugas Akhir ini dapat terselesaikan.
7. Nidyan Sumardani tercinta beserta keluarga yang selalu mendorong dan membantu hingga terselesaikannya Tugas Akhir ini.
8. Rekan-rekan 'ASMAT' yang telah banyak memberi dukungan.
9. Rekan-rekan angkatan '94' yang telah banyak memberikan dukungan atas terselesaikannya Tugas Akhir ini.

Semarang, Maret 1999

Penulis

Kata Pengantar

DAFTAR ISI

	Halaman
1. Halaman Judul.	i
2. Halaman Pengesahan.	ii
3. Kata Pengantar.	iv
4. Daftar Isi.	vi
5. Abstrak.	viii
6. Abstract.	ix
7. Daftar Simbol.	x
BAB I. PENDAHULUAN	1
BAB II. TEORI PENUNJANG	4
2.1. Graf Berarah (Directed Graph)	4
2.2. Graf Alir (Flow Graph)	18
2.3. Peluang Bersyarat	29
2.4. Rantai Markov Parameter Diskrit	33
2.5. Transformasi-z	44
BAB III. APLIKASI GRAF BERARAH PADA RANTAI MARKOV BERHINGGA PARAMETER DISKRIT	49
3.1. Graf Transisi	49
3.2. Peluang Transisi m-langkah (multistep)	52

Daftar Isi

3.3. Klasifikasi state-state	55
3.4. Kelakuan Asimtotik Rantai Markov Reguler	72
3.5. Analisis Transient Rantai Markov	103
BAB IV. KESIMPULAN	115
DAFTAR PUSTAKA	117



DAFTAR SIMBOL

$=$	: Sama dengan
$\neq$	: Tidak sama dengan
$\in$	: Anggota dari
$\notin$	: Bukan anggota dari
Σ	: (sigma) Penjumlahan
Σ_h	: Penjumlahan h buah
G	: Graf / Graf tidak berarah.
$G = (V, E)$	: Graf dengan himpunan titik V dan himpunan garis E .
$V(G)$	: Himpunan titik V dari graf G .
$E(G)$	: Himpunan garis E dari graf G .
G_d	: Graf Berarah.
$(v_i, v_j), i \neq j$	: Garis berarah dari titik v_i ke titik v_j .
(v_i, v_i)	: Loop pada titik v_i .
$d^-(v)$	: Derajat masuk titik v .
$d^+(v)$	: Derajat keluar titik v .
G_d^R	: Graf berarah konvers dari G_d .
$T^+(v)$	: Out-tree dari titik v .
$T^-(v)$	: In-tree pada titik v .

Daftar Simbol

$w_k[T(v)]$	: Perkalian bobot ke-k dari semua garis berarah dalam $T'(v)$.
$K = [k_{ij}]$	: Matrik Kirchoff.
$W = [a_{ij}]$	: Matrik bobot.
G_f	: Graf Alir.
$G_f(A)$	: Graf Alir yang berhubungan dengan matrik A.
h	: 1-faktor dari graf berarah.
$\det(A)$	: Determinan dari matrik A.
$\text{per}(A)$	: Permanent dari matrik A.
$C(G_d) = [c_{ij}]$	: Matrik yang berhubungan dengan graf berarah G_d dan didefinisikan pada definisi 2.2.3.
H_{ij}	: 1-faktorial connection dari titik i ke titik j ($i \neq j$) dalam G_d .
Ω	: (omega) Ruang Sampel.
$p(A B)$	: Peluang bersyarat A diketahui B.
$\mathbb{R}$	: Himpunan Bilangan Riil.
X	: Peubah Acak.
X_t	: Peubah Acak Berindeks (fungsi dari t).
$\{X_t : t \in I\}$	: Proses Stokhastik.
ξ	: (xi) Ruang State.
$p(x,y)$	: Peluang transisi dari state x ke state y.
${}^{(n)}p(x,y)$	: Peluang transisi non-homogen (tergantung pada t)
$\pi_0(x)$	: Peluang awal pada state x.

Daftar Simbol

P	: Matrik Transisi untuk rantai Markov.
$p^m(x,y)$	: Peluang Transisi m-langkah dari state x ke state y .
P^m	: Matrik transisi m-langkah untuk rantai Markov.
$Z[\{x_k\}]$	: Transformasi-z dari barisan $\{x_k\}$.
$Z^{-1}\{X(z)\}$	: Invers transformasi-z dari fungsi $X(z)$.
$Z_u[\{x_k\}]$	: Transformasi-z satu pihak (unilateral) dari barisan $\{x_k\}$.
G_t	: Graf Transisi.
π	: (ϕ) Vektor keadaan tetap rantai Markov reguler.
π_k	: Komponen vektor keadaan tetap π .
$FPB(a,b)$	: Faktor persekutuan terbesar dari a dan b .

Daftar Simbol