

LEMBAR PENGESAHAN 1

Judul Skripsi : **Menentukan Pembagi Nol Pada Matriks Atas Ring
Komutatif dengan Teorema Cayley-Hamilton**

Nama : HARI BAGINDO

NIM : J2A 097 023

Tanggal lulus Ujian : 21 Agustus 2003

Semarang, 25 Agustus 2003

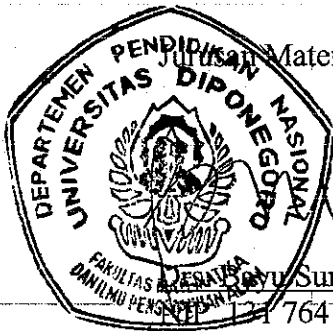
Panitia Ujian Sarjana


Jurusan Matematika


Ketua

Jurusan Matematika

Ketua




Drs. Djuwandi, SU
NIP. 130 810 140


Drs. Surarso, MSc. PhD.
NIP. 130 810 140

LEMBAR PENGESAHAN 2

**Menentukan Pembagi Nol Pada Matriks Atas Ring Komutatif
dengan Teorema Cayley-Hamilton**

Nama : HARI BAGINDO

NIM : J2A 097 023

Telah diujikan pada ujian sarjana tanggal **21 Agustus 2003** dan telah
dinyatakan **LULUS**

Semarang, 25 Agustus 2003

Pembimbing Utama

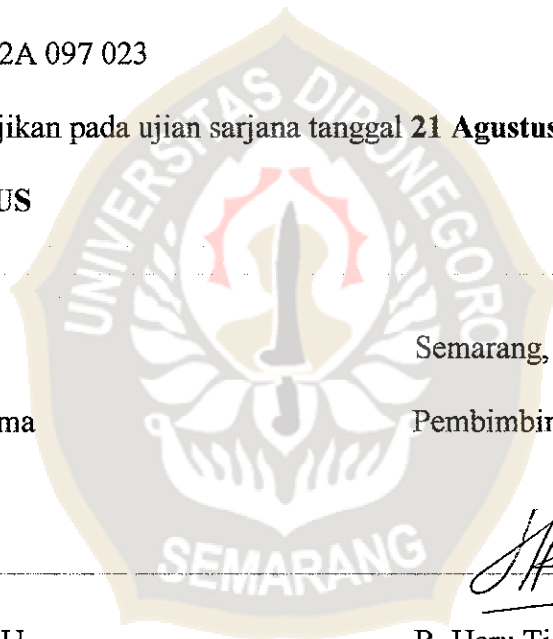
Pembimbing Anggota



Drs. Djuwandi, SU
NIP. 130 810 140



R. Heru Tjahjana, S.Si, M.Si
NIP. 132 283 183



DEDICATION..

To "Jesus Christ" for the salvation, unfailing love, the joy, and the strength that you have given me every day.

To my parents you mean a lot to me, my sisters and my brother have encouraged and supported me in every ways I set out to do.

I also thank to all my friends in WAPEALA, we have spent so many valuable times and energy together, keep on fighting, exploration is never end.

To my fellow students in graduates program majoring in mathematics for creating an environment for exploration and development ideas.

Hari Bagindo

KATA PENGANTAR

Tulisan ini dibuat dalam rangka memenuhi persyaratan untuk menyelesaikan studi pada program sarjana jurusan matematika Universitas Diponegoro.

Penulis merasakan bahwa tulisan ini dapat terselesaikan semata-mata hanya karena pertolongan Tuhan Yang Maha Kasih. Oleh sebab itu penulis menyampaikan puji syukur dan terima kasih atas segala pertolonganNya.

Selanjutnya penulis menyampaikan rasa hormat dan terima kasih kepada Bapak Drs. Djuwandi, SU dan Bapak R. Heru Tjahyana, S.Si. M.Si. selaku dosen pembimbing yang telah dengan tekun dan teliti memberikan petunjuk serta membantu penulis dalam menyelesaikan tulisan ini.

Ucapan terima kasih juga penulis sampaikan kepada bapak dan ibu dosen jurusan matematika dan rekan-rekan mahasiswa jurusan matematika Undip.

Akhirnya penulis menyadari bahwa tulisan ini masih jauh dari sempurna. Oleh karena itu kritik dan saran penulis harapkan.

Semarang, 25 Agustus 2003

Penulis

Hari Bagindo

DAFTAR ISI

	Halaman
HALAMAN JUDUL	i
LEMBAR PENGESAHAN	ii
HALAMAN PERSEMBAHAN	iv
KATA PENGANTAR	v
DAFTAR ISI	vi
ABSTRAK	viii
DAFTAR SIMBOL	x
BAB I PENDAHULUAN	1
BAB II TEORI PENUNJANG	3
2.1. Sifat-sifat Ring	3
2.2. Sub-ring dan Ideal	9
2.3. Homomorfisma dan Isomorfisma Ring	10
2.4. Polinomial atas Ring	11
2.5. Polinomial Tak-tereduksi	12
2.6. Algoritma Pembagian	13
2.7. Matriks dengan Masukan dari Ring Komutatif	18
2.8. Rank Matriks atas Ring Komutatif	25
2.9. Sistem Persamaan Linier Homogen	28
2.10. Polinomial Matriks	29
2.11. Teorema Cayley-Hamilton	32

BAB III	PEMBAGI NOL PADA $M_{n \times n}(\mathbb{R})$	37
	3.1. Teorema-teorema Pembagi Nol pada $M_{n \times n}(\mathbb{R})$	37
	3.2. Langkah-langkah Menentukan Pembagi Nol	48
	3.3. Akibat Teorema Cayley-Hamilton pada $M_{n \times n}(\mathbb{F})$	49
BAB IV	KESIMPULAN	51
	DAFTAR PUSTAKA	xiii



DAFTAR SIMBOL

K	: Ring
R	: Ring yang komutatif
$Z(R)$: Pembagi nol pada R
$M_{n \times n}(R)$: $n \times n$ matriks dengan masukan dari R
\forall	: Untuk setiap
\exists	: Terdapat
$\exists!$: Terdapat dengan tunggal
\mathbb{Z}	: Himpunan bilangan bulat
$U(R)$: Unit-unit pada R
\mathbb{Q}	: Himpunan bilangan rasional
\subseteq	: Himpunan Bagian
F	: Lapangan
\mathbb{R}	: Himpunan bilangan riil
$R[X]$: Ring polinomial dalam X dengan koefisien dari R
$g(X) f(X)$: $g(X)$ faktor dari $f(X)$ atau $g(X)$ membagi $f(X)$
\square	: Akhir suatu bukti
\emptyset	: Himpunan kosong
\mathbb{Z}_n	: Bilangan bulat modulo n
R^n	: Vektor kolom dengan ukuran n dengan entri dari R
$R \cong R'$: R isomorfis ke R'

$f_R(z)$: Sisa kanan dari $f(X)$ untuk z
$f_L(z)$: Sisa Kiri dari $f(X)$ untuk z
$[A]_{ij}$: Masukan ke- ij dari matriks A
$\text{Row}_i(A)$: Baris ke- i dari A
$\text{Col}_i(A)$: Kolom ke- i dari A
$A=(\lambda_1; \dots \lambda_m)$: Partisi baris dari A
$A=(\delta_{1j}; \dots \delta_{jn})$: Partisi kolom dari A
O	: Matriks nol
A^t	: Transpos dari A
$M_{ij}(A)$: Minor ke- ij dari matriks A
$\text{cof}_{ij}(A), C_{ij}(A)$: Kofaktor ke- ij dari matriks A
$\text{adj}(A)$: Adjoin matriks A
$\det(A)$: Determinan matrik A
$\Delta = \Delta(i_1, \dots, i_t; j_1, \dots, j_t)$: Minor txt matriks di hasilkan dari baris i_1, \dots, i_t dan kolom j_1, \dots, j_t
I_n	: Matriks identitas $n \times n$
$\text{Gl}(n, R)$: Himpunan matriks $n \times n$ pada $M_{n \times n}(R)$
$\text{Ann}_R(m)$: Anhilator dari m
$\text{Ann}_R(M)$: Anhilator untuk M
$\text{Ann}_R(R)$: Anhilator untuk R

$I_t(A)$: Ideal yang dibangun oleh setiap minor berukuran $t \times t$ dari A
$\text{Ann}_R(I_t(A))$: Annihilator dari ideal yang dibangun oleh setiap minor $t \times t$ dari A
$\text{rk}(A)$: Rank dari matriks A
(x_1, \dots, x_n)	: Vektor baris dengan ukuran n
$(x_1, \dots, x_n)^t$: Vektor kolom dengan ukuran n
$M_{n \times n}(R[X])$: Polinomial matriks ukuran $n \times n$
$(M_{n \times n}(R))[X]$: Polinomial X , koefisien dari $M_{n \times n}(R)$
$M_{n \times n}(R[X]) \cong (M_{n \times n}(R))[X]$: $M_{n \times n}(R[X])$ isomorfis ke $(M_{n \times n}(R))[X]$
$\text{Tr}(A)$: Trace matriks A
$C_A(X)$: Polinomial karakteristik dari A
A^{-1}	: Invers matriks A
$Z(M_{n \times n}(R))$: Himpunan pembagi nol pada matriks $M_{n \times n}(R)$
$Z(R[A])$: Himpunan pembagi nol pada ring polinomial dalam A dengan koefisien dari R
R^*	: Elemen-elemen tak nol pada R
$R[A]$: Polinomial dalam A dengan koefisien dari R