

BAB II

KONSEP DASAR

2.1 Defenisi Kualitas

Kualitas suatu produk menggambarkan karakteristik kualitas yang melekat pada produk, meliputi antara lain performansi (*performance*), keandalan (*reliability*), dan mudah dalam penggunaan. Berdasarkan *ISO 8402 (kualitas kosa kata)*, *kualitas* merupakan karakteristik menyeluruh dari suatu barang atau jasa yang menunjukkan kemampuannya dalam memuaskan kebutuhan yang dispesifikasikan atau ditetapkan. Berikut ini defenisi kualitas menurut pakar, yaitu:

Kualitas merupakan segala sesuatu yang menentukan kepuasan bagi pelanggan (*Gaspers, 2001*).

Kualitas tidak berarti yang terbaik, tetapi pemberian sesuatu yang diinginkan pelanggan dengan tingkat kesamaan yang dapat diprediksi serta ketergantungan terhadap harga yang pelanggan bayar (*W. Edwards Deming*).

Kualitas sebagai pemenuhan persyaratan dengan meminimalkan kerusakan yang mungkin timbul, atau yang dikenal dengan *standart zero defect* (*Philip P. Crosby, 1981*).

2.2 Pengendalian Kualitas

Pengendalian kualitas adalah mengembangkan, memproduksi dan memberikan jasa atau produk bermutu yang paling ekonomis, paling berguna, dan selalu memuaskan pelanggan (*Kaoru Isikawa*). Tujuan dari industri atau dunia usaha ialah menghasilkan produk atau jasa sesuai dengan standar kualitas. Konsep dasar kualitas adalah menerima bentuk sesuai dengan persyaratan yang diinginkan. Setiap produk atau jasa yang dihasilkan oleh industri atau dunia usaha memiliki sejumlah elemen berupa *karakteristik kualitas* yang secara bersama membentuk tingkat kualitas produk yang diinginkan oleh konsumen. Karakteristik kualitas suatu produk dapat dikelompokkan ke dalam tiga variabel, yaitu:

1. Fisik, misalnya panjang, berat, voltase, viskositas.
2. Sensor, misalnya rasa, warna, rupa.
3. Waktu, misalnya reliabilitas, durasi.

Walaupun suatu produk diproses dengan suatu standar kualitas (standar proses dan standar produk) tertentu, namun seringkali tetap menghasilkan adanya perbedaan atau variasi produk. Adanya perbedaan atau variasi produk tersebut dapat terjadi antara lain pada:

- Pekerjaan yang sama dan dilakukan oleh karyawan yang berbeda dapat memberikan perbedaan produk yang dihasilkan.
- Karyawan A memperoleh hasil lebih tinggi dibandingkan karyawan B.
- Proses A jauh lebih baik dari pada proses B walaupun kedua proses dengan peralatan dalam kondisi yang sama.

Variasi suatu produk dapat terjadi dari adanya perubahan atau peningkatan kualitas produk. Ketika pesaing meningkatkan produk mereka atau jasa untuk memberikan nilai yang besar, maka suatu perusahaan dituntut untuk berubah. Penolakan untuk melakukan perubahan akan menghasilkan kehilangan pelanggan dan pendapatan, bahkan dapat mengarah kegagalan total.

Sangatlah sulit dan mahal untuk dapat memberikan produk kepada pelanggan yang mempunyai kualitas sama dari unit ke unit atau dengan tingkat kesesuaian yang sama seperti yang diharapkan oleh pelanggan. Hal ini disebabkan adanya variasi karakteristik kualitas, baik variasi yang ditimbulkan oleh produk, ataupun variasi yang ditimbulkan oleh keinginan setiap pelanggan. Karena variasi hanya dapat dinyatakan dalam hubungan statistika, maka statistika memegang peranan penting dalam usaha pengendalian dan peningkatan kualitas produk. Pengendalian kualitas bertujuan untuk menjadikan variasi karakteristik kualitas semakin kecil.

2.3 Fungsi Autokovarian dan Fungsi Autokorelasi (FAK)

Untuk proses stasioner $\{Z_t\}$, diasumsikan mean $E(Z_t) = \mu$ dan varian $\text{Var}(Z_t) = E(Z_t - \mu)^2 = \sigma^2$, yang merupakan konstanta, dan kovarian $\text{Cov}(Z_t, Z_s)$, yang merupakan fungsi dari perbedaan $|t - s|$. Oleh karena itu, dalam kasus ini dapat ditulis kovarian diantara Z_t dan Z_{t+k} adalah

$$\gamma_k = \text{Cov}(Z_t, Z_{t+k}) = E(Z_t - \mu)(Z_{t+k} - \mu), \quad (2.1)$$

dan korelasi diantara Z_t dan Z_{t+k} adalah

$$\rho_k = \frac{\text{Cov}(Z_t, Z_{t+k})}{\sqrt{\text{Var}(Z_t)}\sqrt{\text{Var}(Z_{t+k})}} = \frac{\gamma_k}{\gamma_0}, \quad (2.2)$$

dengan diketahui bahwa $Var(Z_t) = Var(Z_{t+k})$. Untuk fungsi k , γ_k disebut sebagai fungsi Autokovarian dan ρ_k disebut sebagai fungsi Autokorelasi (FAK) dalam analisis runtun waktu dengan kovarian dan korelasi dari Z_t dan Z_{t+k} dari proses yang sama, dipisahkan hanya dengan waktu *lag* k .

Hal ini mudah dilihat bahwa untuk proses stasionar fungsi auokovarian γ_k dan fungsi autokorelasi ρ_k menurut syarat sebagai berikut:

1. $\gamma_0 = Var(Z_t); \rho_0 = 1$
2. $|\gamma_k| \leq \gamma_0; |\rho_k| \leq 1$
3. $\gamma_k = \gamma_{-k}$ dan $\rho_k = \rho_{-k}$, untuk semua k .

γ_k dan ρ_k adalah fungsi yang sama dan simetrik untuk $k = 0$. ini dapat ditunjukkan dari kenyataan bahwa perbedaan waktu diantara Z_t dan Z_{t+k} dan Z_t dan Z_{t-k} adalah sama. Oleh karena itu, fungsi autokorelasi adalah hanya sering diplotkan untuk lag nonnegatif.

2.4 Fungsi Autokorelasi Parsial (FAKP)

Dalam autokorelasi antara Z_t dan Z_{t+k} , dapat ditunjukkan korelasi antara Z_t dan Z_{t+k} setelah korelasi tersebut saling linier pada variabel-variabel $Z_{t+1}, Z_{t+2}, \dots, Z_{t+k-1}$ yang bergerak. Sehingga korelasi dapat ditunjukkan sebagai berikut:

$$Corr(Z_t, Z_{t+k} | Z_{t+1}, Z_{t+2}, \dots, Z_{t+k-1}) \quad (2.3)$$

dan biasanya berhubungan dengan fungsi autokorelasi parsial dalam analisis runtun waktu.

Melihat proses stasioner $\{Z_t\}$ dan tanpa menghilangkan dari pengertian umum, dapat diasumsikan bahwa $E(Z_t) = 0$. Misalkan ketergantungan linier dari $Z_{t+1}, Z_{t+2}, \dots, Z_{t+k-1}$ terdefinisi sebagai estimasi linier terbaik dalam arti rata-rata kuadrat dari Z_{t+k} sebagai fungsi linier dari $Z_{t+1}, Z_{t+2}, \dots, Z_{t+k-1}$. Oleh karena itu, jika \hat{Z}_{t+k} adalah estimasi linier terbaik dari Z_{t+k} , maka

$$\hat{Z}_{t+k} = \alpha_1 Z_{t+k-1} + \alpha_2 Z_{t+k-2} + \dots + \alpha_{k-1} Z_{t+1} \quad (2.4)$$

dengan α_i ($1 \leq i \leq k-1$) adalah rata-rata kuadrat koefisien regresi linier dihasilkan dengan memperkecil

$$E(Z_{t+k} - \hat{Z}_{t+k})^2 = E(Z_{t+k} - \alpha_1 Z_{t+k-1} - \dots - \alpha_{k-1} Z_{t+1})^2 \quad (2.5)$$

Biasanya metode meminimumkan melalui diffrensi memberikan sistem linier dari persamaan

$$\gamma_i = \alpha_1 \gamma_{i-1} + \alpha_2 \gamma_{i-2} + \dots + \alpha_{k-1} \gamma_{i-k+1}, \text{ dengan } 1 \leq i \leq k-1 \quad (2.6)$$

sehingga,

$$\rho_i = \alpha_1 \rho_{i-1} + \alpha_2 \rho_{i-2} + \dots + \alpha_{k-1} \rho_{i-k+1}, \text{ dengan } 1 \leq i \leq k-1. \quad (2.7)$$

Dalam istilah dari notasi matrik, sistem persamaan (2.7) diatas dapat diperoleh

$$\begin{bmatrix} \rho_1 \\ \rho_2 \\ \vdots \\ \rho_{k-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \rho_1 & \rho_2 & \dots & \rho_{k-2} \\ \rho_1 & 1 & \rho_1 & \dots & \rho_{k-3} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \rho_{k-2} & \rho_{k-3} & \rho_{k-4} & \dots & \rho_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \vdots \\ \alpha_{k-1} \end{bmatrix} \quad (2.8)$$

sehingga sama juga untuk,

$$\hat{Z}_t = \beta_1 Z_{t+1} + \beta_2 Z_{t+2} + \dots + \beta_{k-1} Z_{t+k-1}, \quad (2.9)$$

dengan β_i ($1 \leq i \leq k-1$) adalah rata-rata kuadrat koefisien regresi linier dihasilkan dengan memperkecil

$$E(Z_{t+k} - \hat{Z}_{t+k})^2 = E(Z_{t+k} - \beta_1 Z_{t+k-1} - \dots - \beta_{k-1} Z_{t+1})^2 \quad (2.10)$$

sehingga,

$$\begin{bmatrix} \rho_1 \\ \rho_2 \\ \vdots \\ \rho_{k-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \rho_1 & \rho_2 & \dots & \rho_{k-2} \\ \rho_1 & 1 & \rho_1 & \dots & \rho_{k-3} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \rho_{k-2} & \rho_{k-3} & \rho_{k-4} & \dots & \rho_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta_1 \\ \beta_2 \\ \vdots \\ \beta_{k-1} \end{bmatrix} \quad (2.11)$$

dari penjelasan di atas dapat disimpulkan bahwa $\alpha_i = \beta_i$ ($1 \leq i \leq k-1$).

Hal ini akan ditunjukkan bahwa autokorelasi parsial antara Z_t dan Z_{t+k} biasanya sama dengan autokorelasi antara $(Z_t - \hat{Z}_t)$ dan $(Z_{t+k} - \hat{Z}_{t+k})$. Dengan demikian,

$$P_k = \frac{\text{Cov}[(Z_t - \hat{Z}_t), (Z_{t+k} - \hat{Z}_{t+k})]}{\sqrt{\text{Var}(Z_t - \hat{Z}_t)} \sqrt{\text{Var}(Z_{t+k} - \hat{Z}_{t+k})}} \quad (2.12)$$

Sekarang,

$$\begin{aligned} \text{Var}(Z_{t+k} - \hat{Z}_{t+k}) &= E\{(Z_{t+k} - \alpha_1 Z_{t+k-1} - \dots - \alpha_{k-1} Z_{t+1})^2\} \\ &= E[Z_{t+k}(Z_{t+k} - \alpha_1 Z_{t+k-1} - \dots - \alpha_{k-1} Z_{t+1})] \\ &\quad - \alpha_1 E[Z_{t+k-1}(Z_{t+k} - \alpha_1 Z_{t+k-1} - \dots - \alpha_{k-1} Z_{t+1})] - \\ &\quad \dots - \alpha_{k-1} E[Z_{t+1}(Z_{t+k} - \alpha_1 Z_{t+k-1} - \dots - \alpha_{k-1} Z_{t+1})] \\ &= E[Z_{t+k}(Z_{t+k} - \alpha_1 Z_{t+k-1} - \dots - \alpha_{k-1} Z_{t+1})] \end{aligned}$$

dengan menyesuaikan persamaan (2.6) untuk $i = 0$, maka akan diperoleh bahwa

$$\text{Var}(Z_{t+k} - \hat{Z}_{t+k}) = \text{Var}(Z_t - \hat{Z}_t) = \gamma_0 - \alpha_1 \gamma_1 - \dots - \alpha_{k-1} \gamma_{k-1} \quad (2.13)$$

Selanjutnya, dengan kenyataan bahwa $\alpha_i = \beta_i$ ($1 \leq i \leq k-1$), diperoleh

$$\begin{aligned}
 & \text{Cov}[(Z_t - \hat{Z}_t), (Z_{t+k} - \hat{Z}_{t+k})] \\
 &= E[(Z_t - \alpha_1 Z_{t+1} - \dots - \alpha_{k-1} Z_{t+k-1})(Z_{t+k} - \alpha_1 Z_{t+k-1} - \dots - \alpha_{k-1} Z_{t+1})] \\
 &= E[(Z_t - \alpha_1 Z_{t+1} - \dots - \alpha_{k-1} Z_{t+k-1})Z_{t+k}] \\
 &= \gamma_k - \alpha_1 \gamma_{k-1} - \dots - \alpha_{k-1} \gamma_1.
 \end{aligned} \tag{2.14}$$

Sehingga,

$$\rho_k = \frac{\gamma_k - \alpha_1 \gamma_{k-1} - \dots - \alpha_{k-1} \gamma_1}{\gamma_0 - \alpha_1 \gamma_1 - \dots - \alpha_{k-1} \gamma_{k-1}} = \frac{\rho_k - \alpha_1 \rho_{k-1} - \dots - \alpha_{k-1} \rho_1}{1 - \alpha_1 \rho_1 - \dots - \alpha_{k-1} \rho_{k-1}}. \tag{2.15}$$

Persamaan (2.15) dapat diselesaikan dengan aturan Cramer's, yaitu sebagai berikut :

$$\alpha_i = \frac{\begin{vmatrix} 1 & \rho_1 & \dots & \rho_{i-2} & \rho_1 & \rho_i & \dots & \rho_{k-2} \\ \rho_1 & 1 & \dots & \rho_{i-3} & \rho_2 & \rho_{i-1} & \dots & \rho_{k-3} \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ \rho_{k-2} & \rho_{k-3} & \dots & \rho_{k-i} & \rho_{k-1} & \rho_{k-i-2} & \dots & 1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & \rho_1 & \dots & \rho_{i-2} & \rho_1 & \rho_i & \dots & \rho_{k-2} \\ \rho_1 & 1 & \dots & \rho_{i-3} & \rho_2 & \rho_{i-2} & \dots & \rho_{k-3} \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ \rho_{k-2} & \rho_{k-3} & \dots & \rho_{k-i} & \rho_{k-1} & \rho_{k-i-2} & \dots & 1 \end{vmatrix}} \tag{2.16}$$

Dalam matrik ini, pembilang dan penyebut adalah sama dan simetris, selanjutnya dengan mensubstitusikan α_i kedalam persamaan (2.16) ke persamaan (2.15) dan mengalikan pembilang dan penyebut dari persamaan (2.15) dengan determinan

$$\begin{vmatrix} 1 & \rho_1 & \dots & \rho_{k-2} \\ \rho_1 & 1 & \dots & \rho_{k-3} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \rho_{k-2} & \rho_{k-3} & \dots & 1 \end{vmatrix},$$

maka hasil P_k adalah sebagai berikut:

$$P_k = \begin{array}{c} \left| \begin{array}{cccccc} 1 & \rho_1 & \rho_2 & \dots & \rho_{k-2} & \rho_1 \\ \rho_1 & 1 & \rho_1 & \dots & \rho_{k-3} & \rho_2 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ \rho_{k-1} & \rho_{k-2} & \rho_{k-3} & \dots & \rho_1 & \rho_k \end{array} \right| \\ \hline \left| \begin{array}{cccccc} 1 & \rho_1 & \rho_2 & \dots & \rho_{k-2} & \rho_{K-1} \\ \rho_1 & 1 & \rho_1 & \dots & \rho_{k-3} & \rho_{K-2} \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ \rho_{k-1} & \rho_{k-2} & \rho_{k-2} & \dots & \rho_1 & 1 \end{array} \right| \end{array} \quad (2.17)$$

Melihat model regresi, dengan variabel dependen Z_{t+k} dan mean adalah nol dari proses stasionar adalah menurun pada lag k variabel $Z_{t+k-1}, Z_{t+k-2}, \dots, Z_t$, sehingga:

$$Z_{t+k} = \phi_{k1}Z_{t+k-1} + \phi_{k2}Z_{t+k-2} + \dots + \phi_{kk}Z_t + e_{t+k} \quad (2.18)$$

dengan ϕ_{ki} didefinisikan sebagai parameter regresi ke i dan e_{t+k} adalah error dengan distribusi normal (dinotasikan $N \sim (0, \sigma^2)$) dan tidak berhubungan dengan Z_{t+k-j} untuk $j \geq 1$. Dengan mengalikan Z_{t+k-j} pada kedua sisi atas persamaan regresi dan dengan menggantinya dengan ekspektasi, sehingga diperoleh:

$$\gamma_j = \phi_{k1}\gamma_{j-1} + \phi_{k2}\gamma_{j-2} + \dots + \phi_{kk}\gamma_{j-k} \quad (2.19)$$

sedemikian sehingga,

$$\rho_j = \phi_{k1}\rho_{j-1} + \phi_{k2}\rho_{j-2} + \dots + \phi_{kk}\rho_{j-k} \quad (2.20)$$

Untuk $j = 1, 2, \dots, k$, dapat ditunjukkan sistem dari persamaan-persamaan adalah sebagai berikut:

$$\rho_1 = \phi_{k1}\rho_0 + \phi_{k2}\rho_1 + \dots + \phi_{kk}\rho_{k-1}$$

$$\rho_2 = \phi_{k1}\rho_1 + \phi_{k2}\rho_0 + \cdots + \phi_{kk}\rho_{k-2}$$

$$\vdots$$

$$\rho_k = \phi_{k1}\rho_{k-1} + \phi_{k2}\rho_{k-2} + \cdots + \phi_{kk}\rho_0$$

dengan menggunakan aturan *Cramer's* untuk $k = 1, 2, \dots$, kita mempunyai

$$\phi_{11} = \rho_1$$

$$\phi_{22} = \frac{\begin{vmatrix} 1 & \rho_1 \\ \rho_1 & \rho_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & \rho_1 \\ \rho_1 & 1 \end{vmatrix}}$$

$$\phi_{33} = \frac{\begin{vmatrix} 1 & \rho_1 & \rho_2 \\ \rho_1 & 1 & \rho_2 \\ \rho_2 & \rho_1 & \rho_3 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & \rho_1 & \rho_2 \\ \rho_1 & 1 & \rho_1 \\ \rho_2 & \rho_1 & 1 \end{vmatrix}}$$

$$\vdots$$

$$\phi_{kk} = \frac{\begin{vmatrix} 1 & \rho_1 & \rho_2 & \cdots & \rho_{k-2} & \rho_1 \\ \rho_1 & 1 & \rho_1 & \cdots & \rho_{k-3} & \rho_2 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ \rho_{k-1} & \rho_{k-2} & \rho_{k-3} & \cdots & \rho_1 & \rho_k \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & \rho_1 & \rho_2 & \cdots & \rho_{k-2} & \rho_1 \\ \rho_1 & 1 & \rho_1 & \cdots & \rho_{k-3} & \rho_2 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ \rho_{k-1} & \rho_{k-2} & \rho_{k-2} & \cdots & \rho_1 & \rho_k \end{vmatrix}}$$

(2.21)

Disini dapat dilihat bahwa ϕ_{kk} sama dengan P_k . Dengan demikian, autokorelasi parsial antara Z_t dan Z_{t+k} dapat diperoleh dengan menggabungkan koefisien

regresi dengan Z_t ketika regresi Z_{t+k} pada lag k dengan variabel $Z_{t+k-1}, Z_{t+k-2}, \dots, Z_t$ pada persamaan (2.19).

2.5 Proses White Noise

Proses $\{a_t\}$ disebut sebagai proses white noise jika deret $\{a_t\}$ dari variabel random yang tidak saling berhubungan dari distribusi tetap dengan konstanta rata-rata $E(a_t) = \mu_a$, biasanya diasumsikan $E(a_t) = 0$, dan konstanta varian $Var(a_t) = \sigma_a^2$ dan kovarian $Cov(a_t, a_{t+k}) = \gamma_k = 0$ untuk semua $k \neq 0$. Dengan defenisi tersebut, dapat ditunjukkan bahwa suatu proses white noise $\{a_t\}$ adalah stasioner dengan fungsi autokovarian

$$\gamma_k = \begin{cases} \sigma_a^2 & k \neq 0 \\ 0 & k = 0 \end{cases}$$

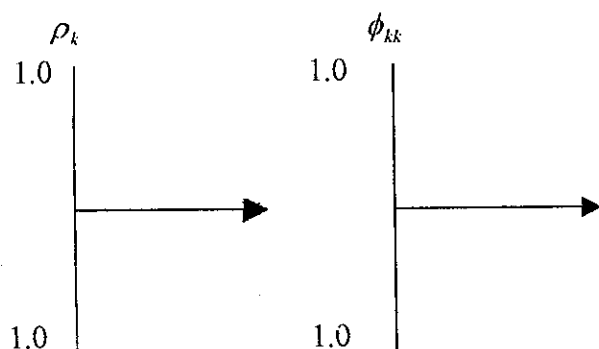
dan fungsi autokorelasi adalah sebagai berikut:

$$\rho_k = \begin{cases} 1 & k = 0 \\ 0 & k \neq 0 \end{cases}$$

serta fungsi autokorelasi parsial adalah sebagai berikut :

$$\phi_{kk} = \begin{cases} 1 & k = 0 \\ 0 & k \neq 0 \end{cases}$$

Fungsi autokorelasi (FAK) dan fungsi autokorelasi parsial (FAKP) dari proses white noise dapat ditunjukkan pada gambar dibawah



Gambar 1 ACF dan PACF untuk proses white noise: $Z_t = \mu + a_t$

2.6 Proses Autoregressive (AR)

Suatu proses dikatakan Autoregressive (AR) jika hanya jika sebuah bilangan terbatas dari bobot $\pi \neq 0$, yaitu $\pi_1 = \phi_1, \pi_2 = \phi_2, \dots, \pi_p = \phi_p$ dan $\pi_k = 0$

Untuk $k > p$, maka model Autoregressive dari orde p atau dapat dinotasikan AR(p) dapat ditulis

$$Z_t = \phi_1 Z_{t-1} + \dots + \phi_p Z_{t-p} + a_t \quad (2.22)$$

atau

$$\phi_p(B)Z_t = a_t \quad (2.23)$$

dengan $\phi_p(B) = (1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2 - \dots - \phi_p B^p)$ sebagai operator autoregressif.

2.7 Proses Moving Average (MA)

Model moving average (MA) tingkat q , atau MA(q) didefinisikan sebagai berikut

$$Z_t = a_t + \theta_1 a_{t-1} + \dots + \theta_q a_{t-q} \quad (2.24)$$

dengan a_t independen dan berdistribusi normal dengan mean 0 dan variansi σ_a^2 .

Persamaan (2.24) dapat ditulis dengan

$$Z_t = \theta(B)a_t \quad (2.25)$$

dengan $\theta(B) = (1 + \theta_1 B + \dots + \theta_q B^q)$ adalah operator MA (q). Selanjutnya dapat dihitung variansi

$$\sigma_z^2 = (1 + \theta_1^2 + \dots + \theta_q^2) \sigma_a^2$$

dan untuk q terhingga, proses ini selalu stasioner. Persamaan (2.25) dapat juga ditulis sebagai berikut

$$\theta^{-1}(B)Z_t = a_t \quad (2.26)$$

dengan bentuk panjangnya dapat ditulis

$$Z_t - \pi_1 Z_{t-1} - \pi_2 Z_{t-2} - \dots = a_t \quad (2.27)$$

atau

$$\pi(B)Z_t = a_t \quad (2.28)$$

Persamaan di atas menunjukkan bahwa proses MA(q) ekuivalen dengan suatu proses AR, $\phi(B)Z_t = a_t$, dengan $\phi(B) = \pi(B) = \theta^{-1}(B)$, yaitu proses AR order tak terhingga. dengan cara yang sama suatu proses AR(p), $\phi(B)Z_t = a_t$ (yang selalu invertible) dapat ditulis sebagai suatu proses MA(∞), $Z_t = \psi(B)a_t$, dengan $\psi(B) = \theta^{-1}(B)$.