BAB II

LANDASAN TEORI

2.1. Fungsi Parametrik Kurva dan Permukaan

Bentuk fungsi matematik yang paling dominan untuk menggambar kurva dan permukaan adalah fungsi parametrik. Kurva dan permukaan dapat disajikan dalam ruang dimensi dua maupun dimensi tiga, dalam ruang dimensi dua dikenal mempunyai dua sumbu koordinat yaitu sumbu x, sumbu y, dan ruang dimensi tiga mempunyai tiga sumbu koordinat yaitu sumbu x, sumbu y, dan sumbu z dengan ketiga sumbu tersebut saling berpotongan membentuk titik asal atau titik pusat. Sembarang titik pada suatu kurva dalam ruang tiga dimensi dapat disajikan sebagai sebuah vektor, yaitu :

$$p(u) = [x(u), y(u), z(u)]$$

Untuk sembarang titik pada suatu permukaan, lokasinya ditentukan oleh dua parameter, yaitu :

$$p(u,v) = [x(u,v), y(u,v), z(u,v)]$$

Parameter yang dipakai adalah u dan v, dan fungsi parametrik x, y, dan z merupakan lokasi-lokasi titik pada kurva atau permukaan.

Fungsi-fungsi parametrik dapat mempunyai beberapa bentuk karena suatu kurva dapat diaproksimasikan dalam beberapa cara.

Contoh : persamaan lingkaran dengan jari-jari 1 dengan titik pusat lingkaran sumbu koordinat, $P(u) = [x(u), y(u)]$

$$P(u) = [\cos(u), \sin(u)]$$

This document is Undip Institutional Repository Collection. The author(s) or copyright owner(s) agree that UNDIP-IR may, without changing the content, translate the submission to any medium or format for the purpose of preservation. The author(s) or copyright owner(s) also agree that UNDIP-IR may keep more than one copy of this submission for purpose of security, back-up and preservation:
(http://eprints.undip.ac.id)

$$P(u) = [(1-u^2)/(1+u^2),\ \ 2u/(1+u^2)]$$

$$P(u) = [u,\ \ (1-u^2)^{1/2}]$$

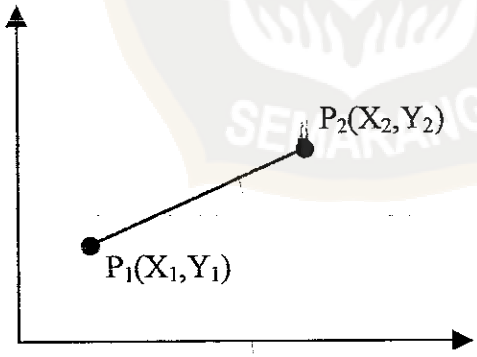
Selain ketiga fungsi di atas, masih terdapat sejumlah fungsi lain yang merupakan fungsi aproksimasi untuk membuat lingkaran.

2.2. Titik dan Garis

Dasar untuk membuat obyek pada komputer grafik adalah titik dan garis, titik ditentukan dari koordinat yaitu nilai x dan nilai y sedang segmen garis ditentukan adanya titik awal dan titik akhir.

Contoh 1 :

Dalam dimensi dua titik $\mathbf{P_1}(X_1,Y_1)$, $\mathbf{P_2}(X_2,Y_2)$. Apabila kedua titik dihubungkan akan menjadi sebuah garis, $\mathbf{P_1}$ sebagai titik awal dan $\mathbf{P_2}$ titik akhir.



Gambar 1. Titik dan garis

2.3. Polyline

Definisi 2.1

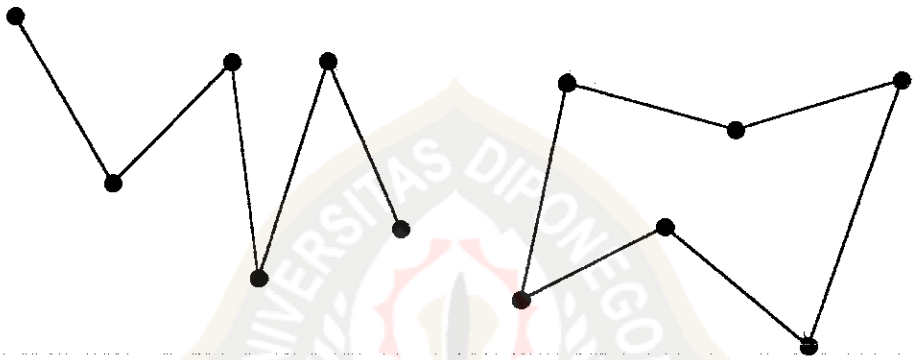
Polyline adalah rangkaian segmen garis yang terhubung, polyline mempunyai titik awal dan titik akhir.

This document is Undip Institutional Repository Collection. The author(s) or copyright owner(s) agree that UNDIP-IR may, without changing the content, translate the submission to any medium or format for the purpose of preservation. The author(s) or copyright owner(s) also agree that UNDIP-IR may keep more than one copy of this submission for purpose of security, back-up and preservation:
(http://eprints.undip.ac.id)

Definisi 2.2

Polyline yang mempunyai titik awal dan titik akhir yang saling berhimpit disebut poligon dan titik pada poligon disebut puncak poligon.

Sebuah poligon dibentuk oleh titik $P_0, \ldots, P_n$, segmen garis $\overline{P_0P_1}$, $\overline{P_1P_2}, \ldots, \overline{P_nP_0}$ disebut garis dari poligon.



Polyline Poligon

Gambar 2. Polyline dan poligon

2.4. Matrik dan Vektor

Definisi 2.3

Sebuah matrik adalah susunan empat persegi panjang dari bilangan-bilangan yang diapit oleh tanda [ ]. Bilangan-bilangan ini dinamakan elemen matrik. Secara umum matrik **A** ditulis dengan $\mathbf{A} = \lfloor a_{ij} \rfloor$

$$\mathbf{A} = \lfloor a_{ij} \rfloor = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1j} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2j} \\ \vdots & & & \vdots \\ a_{i1} & a_{i2} & \cdots & a_{ij} \end{bmatrix}$$

i menyatakan baris dan j menyatakan kolom. Ukuran matrik disebut ordo.

This document is Undip Institutional Repository Collection. The author(s) or copyright owner(s) agree that UNDIP-IR may, without changing the content, translate the submission to any medium or format for the purpose of preservation. The author(s) or copyright owner(s) also agree that UNDIP-IR may keep more than one copy of this submission for purpose of security, back-up and preservation:
(http://eprints.undip.ac.id)

Contoh 2 :

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 2 \\ 5 \\ 3 \end{bmatrix} \qquad \mathbf{A} = \text{matrik ordo } 3 \times 1$$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 2 & 2 & 3 \\ 1 & 4 & 6 \\ 0 & 3 & 2 \end{bmatrix} \qquad \mathbf{B} = \text{matrik ordo } 3 \times 3$$

Definisi 2.4

Matrik **A** dan matrik **B** dikatakan sama jika mempunyai ordo yang sama, elemen-eleman yang bersesuaian sama.

Contoh 3 :

Matrik : $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 4 & 7 \\ 6 & 8 \end{bmatrix}$, $\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 4 & 7 \\ 6 & 8 \end{bmatrix}$, $\mathbf{C} = \begin{bmatrix} 3 & 7 \\ 4 & 0 \end{bmatrix}$, $\mathbf{D} = \begin{bmatrix} 2 & 2 & 1 \\ 4 & 3 & 0 \end{bmatrix}$

Dari keempat matrik tersebut : $\mathbf{A}=\mathbf{B}$, $\mathbf{A} \neq \mathbf{C}$, $\mathbf{B} \neq \mathbf{C}$, $\mathbf{A} \neq \mathbf{D}$, $\mathbf{B} \neq \mathbf{D}$, $\mathbf{D} \neq \mathbf{C}$

Definisi 2.5

Jika suatu matrik **A** dengan ukuran m x n dan matrik **B** dengan n x r, hasilkali matrik **A** dan matrik **B** didefinisikan sebagai matrik **C** dengan ukuran m x r, yang elemen-elemenya dihitung dari elemen-elemen matrik **A** dan matrik **B** dengan ketentuan :

$$\mathbf{C}_{ij} = \sum_{k=1} a_{ik} b_{kj} \quad i = 1, 2, \ldots, m \qquad j = 1, 2, \ldots, r$$

This document is Undip Institutional Repository Collection. The author(s) or copyright owner(s) agree that UNDIP-IR may, without changing the content, translate the submission to any medium or format for the purpose of preservation. The author(s) or copyright owner(s) also agree that UNDIP-IR may keep more than one copy of this submission for purpose of security, back-up and preservation:
(http://eprints.undip.ac.id)

Aturan :

Matrik **A** dan matrik **B** adalah sesuai untuk perkalian yang menghasilkan hasil kali matrik **AB** jika hanya jika jumlah kolom matrik **A** sama dengan jumlah baris matrik **B**. Perkalian matrik tidak komutatif, **AB** ≠ **BA**

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{bmatrix} \qquad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{C} = \mathbf{AB} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} a_{11}b_{11} + a_{12}b_{21} & a_{11}b_{12} + a_{12}b_{22} \\ a_{21}b_{11} + a_{22}b_{21} & a_{21}b_{12} + a_{22}b_{22} \\ a_{31}b_{11} + a_{32}b_{21} & a_{31}b_{12} + a_{32}b_{22} \end{bmatrix}$$

Contoh 4 :

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 1 & 1 \\ 5 & 2 \end{bmatrix} \qquad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 4 & 7 \\ 6 & 8 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{C} = \mathbf{AB} = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 1 & 1 \\ 5 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 & 7 \\ 6 & 8 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 3(4)+0(6) & 3(7)+0(8) \\ 1(4)+1(6) & 1(7)+1(8) \\ 5(4)+2(6) & 5(7)+2(8) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 12 & 21 \\ 10 & 15 \\ 32 & 51 \end{bmatrix}$$

Definisi 2.6

Bila diberikan sebuah matrik **A** dan sebuah skalar λ , hasil perkalian λ dan matrik **A,** ditulis λ **A**

This document is Undip Institutional Repository Collection. The author(s) or copyright owner(s) agree that UNDIP-IR may, without changing the content, translate the submission to any medium or format for the purpose of preservation. The author(s) or copyright owner(s) also agree that UNDIP-IR may keep more than one copy of this submission for purpose of security, back-up and preservation:
(http://eprints.undip.ac.id)

$$\lambda \mathbf{A} = \begin{bmatrix} \lambda a_{11} & \cdots & \lambda a_{1n} \\ \lambda a_{21} & \cdots & \lambda a_{2n} \\ \vdots & & \vdots \\ \lambda a_{m1} & \cdots & \lambda a_{mn} \end{bmatrix}$$

Contoh 5 :

(1) $\lambda = 4$ $\quad \mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ $\quad \lambda \mathbf{A} = \begin{bmatrix} 4 & 8 \\ 0 & 4 \end{bmatrix}$

(2) $\lambda = 2$ $\quad \mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 4 & 1 \\ 2 & 0 & 3 \end{bmatrix}$ $\quad \lambda \mathbf{A} = \begin{bmatrix} 2 & 8 & 2 \\ 4 & 0 & 6 \end{bmatrix}$

Definisi 2.7

Jika **A** adalah sembarang matrik m x n, maka ***Transpos*** **A** dinyatakan dengan $\mathbf{A}^T$, didefinisikan sebagai matrik n x m yang didapat dengan mempertukarkan baris dan kolom dari matrik **A** ; yaitu kolom pertama dari matrik $\mathbf{A}^T$ adalah baris pertama dari matrik **A**, kolom kedua dari matrik $\mathbf{A}^T$ adalah baris kedua dari matrik **A**, dan seterusnya.

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & {}_{34} \end{bmatrix} \qquad \mathbf{A} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{21} & a_{31} \\ a_{12} & a_{22} & a_{32} \\ a_{13} & a_{23} & {}_{33} \\ a_{14} & a_{24} & a_{34} \end{bmatrix}$$

Jika matrik **A** adalah matrik dari hasil perkalian dua matrik yaitu matrik **B** dan matrik **C** maka $\mathbf{A}^T$ dapat dicari dengan rumus :

$[\mathbf{A}] = [\mathbf{B}]\,[\mathbf{C}]$

$[\mathbf{A}]^T = ([\mathbf{B}]\,[\mathbf{C}])^T$

$= [\mathbf{C}]^T\,[\mathbf{B}]^T$

This document is Undip Institutional Repository Collection. The author(s) or copyright owner(s) agree that UNDIP-IR may, without changing the content, translate the submission to any medium or format for the purpose of preservation. The author(s) or copyright owner(s) also agree that UNDIP-IR may keep more than one copy of this submission for purpose of security, back-up and preservation:
(http://eprints.undip.ac.id)

Contoh 6 :

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 6 & 8 \\ 7 & 13 \\ 9 & 13 \end{bmatrix} \qquad \mathbf{A}^{\mathbf{T}} = \begin{bmatrix} 6 & 7 & 9 \\ 8 & 13 & 13 \end{bmatrix}$$

Misal matrik **A** merupakan hasil perkalian matrik **B** dan matrik **C**

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 3 & 1 \\ 2 & 5 \end{bmatrix} \quad \mathbf{C} = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$[\mathbf{A}] = [\mathbf{B}]\,[\mathbf{C}]$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 3 & 1 \\ 2 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 & 8 \\ 7 & 13 \\ 9 & 13 \end{bmatrix}$$

$[\mathbf{A}]^{\mathbf{T}} = ([\mathbf{B}]\,[\mathbf{C}])^{\mathbf{T}}$

$= [\mathbf{C}]^{\mathbf{T}}\,[\mathbf{B}]^{\mathbf{T}}$

$$= \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 4 & 1 & 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 & 7 & 9 \\ 8 & 13 & 13 \end{bmatrix}$$

Definisi 2.8

Kumpulan dari n bilangan real yang disusun dalam urutan $(p_1,\ p_2,\ \cdots,\ p_n)$ atau dapat ditulis dengan simbol **P** dinamakan tuple-n terurut dan himpunan yang terdiri dari tuple-n ditulis dengan $\boldsymbol{R}^{\mathbf{n}}$. Dalam bentuk matrik **P** dapat dituliskan dengan matrik kolom :

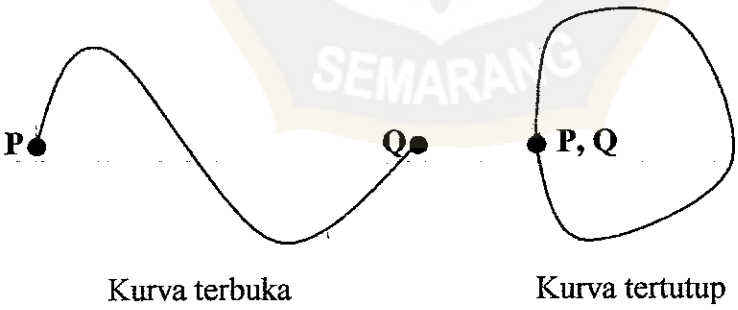
$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} p_1 \\ p_2 \\ \vdots \\ p_n \end{bmatrix}$$

This document is Undip Institutional Repository Collection. The author(s) or copyright owner(s) agree that UNDIP-IR may, without changing the content, translate the submission to any medium or format for the purpose of preservation. The author(s) or copyright owner(s) also agree that UNDIP-IR may keep more than one copy of this submission for purpose of security, back-up and preservation:
(http://eprints.undip.ac.id)

Vektor sering dinyatakan secara geometris oleh sebuah garis dengan anak panah di ujung. Panjang garis menunjukkan besar vektor dan anak panah menunjukkan arah vektor.

2.5. Desain Kurva

Kurva terbentuk dari kumpulan titik-titik yang saling berhimpit yang ditentukan oleh persamaan parameter. Suatu kurva bidang ditentukan oleh sepasang persamaan parameter $x = f(u)$, $y = g(u)$ dengan u adalah parameter, dan u pada umumnya sebuah selang tertutup [a , b]. Apabila nilai u bergerak naik dari a hingga b titik (x,y) bergerak sepanjang kurva pada bidang xy. Titik-titik **P** = (x(a), y(a)) dan **Q** = (x(b), y(b)) adalah titik awal dan titik akhir kurva tersebut. Bila titik awal dan titik titik akhir tersebut saling berhimpit maka kurva disebut kurva tertutup, bila titik awal dan titik akhir tidak berhimpit kurva disebut kurva terbuka.



Gambar 3. Kurva terbuka dan kurva tertutup

Dalam desain atau merancang kurva haruslah dengan mencari titik-titik yang tepat dilewati garis kurva yaitu dengan memasukkan nilai parameter kedalam persamaan.

This document is Undip Institutional Repository Collection. The author(s) or copyright owner(s) agree that UNDIP-IR may, without changing the content, translate the submission to any medium or format for the purpose of preservation. The author(s) or copyright owner(s) also agree that UNDIP-IR may keep more than one copy of this submission for purpose of security, back-up and preservation:
(http://eprints.undip.ac.id)

Contoh 7 :

Diberikan

$x = f(u) = u^2 \qquad 0 \le u \le 5$

$y = g(u) = u + 1 \qquad 0 \le u \le 5$

Jika nilai u dimasukkan dalam persamaan $f(u), g(u)$ maka akan diperoleh nilai x dan y yang merupakan titik-titik pembentuk kurva.

Tabel 1. Nilai x, y dengan parameter $0 \le u \le 5$

U	x	y
0	0	1
1	1	2
2	4	3
3	9	4
4	16	5
5	25	6

$f(u) = u^2, g(u) = u + 1$ merupakan persamaan polynomial pembentuk kurva yang disebut fungsi Blending atau fungsi pembentuk kelengkungan. Fungsi polynomial ini dapat ditulis persamaan umumnya :

$$f(u) = b_n u^n + b_{n-1} u^{n-1} + b_{n-2} u^{n-1} + \cdots + b_1 u + b_0$$

dengan b suatu konstanta.

2.6. Himpunan Convex dan Kombinasi Convex

Definisi 2.9

Sebuah vektor **P** disebut kombinasi linier dari vektor-vektor $\mathbf{P_1}, \mathbf{P_2}, \mathbf{P_3}, \ldots, \mathbf{P_m}$ jika hanya jika vektor tersebut dapat dituliskan dalam bentuk :

$$\mathbf{P} = b_1\mathbf{P}_1 + b_2\mathbf{P}_2 + \ldots + b_m\mathbf{P}_m$$

dengan $b_1, b_2, \ldots, b_m$ skalar.

This document is Undip Institutional Repository Collection. The author(s) or copyright owner(s) agree that UNDIP-IR may, without changing the content, translate the submission to any medium or format for the purpose of preservation. The author(s) or copyright owner(s) also agree that UNDIP-IR may keep more than one copy of this submission for purpose of security, back-up and preservation:
(http://eprints.undip.ac.id)

Contoh 8 :

Tunjukkan bahwa vektor **P** = (9,2) merupakan kombinasi linier dari vektor $\mathbf{P}_1 = (1,2)$, $\mathbf{P}_2 = (6,4)$

Penyelesaian :

Agar **P** merupakan kombinasi linier dari $\mathbf{P}_1$ dan $\mathbf{P}_2$ maka ada b_1, b_2 sehingga : $\mathbf{P} = b_1\mathbf{P}_1 + b_2\mathbf{P}_2$

$$\begin{bmatrix} 9 \\ 2 \end{bmatrix} = b_1 \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} + b_2 \begin{bmatrix} 6 \\ 4 \end{bmatrix}$$

$b_1 + 6b_2 = 9$ .....(1)

$2b_2 + 4b_2 = 2$ .....(2)

Dari persamaan (1), (2) maka diperoleh $b_1 = -3$, $b_2 = 2$. Jadi

$\mathbf{P} = -3\mathbf{P}_1 + 2\mathbf{P}_2$

Definisi 2.9.1

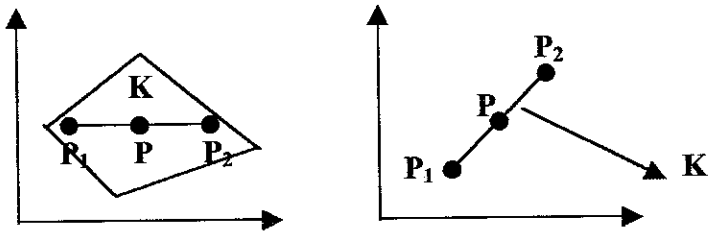
Titik $\mathbf{P} = b\mathbf{P}_1 + (1 - b)\mathbf{P}_2$; $b \in R$, $0 \le b \le 1$ dinamakan kombinasi linier Convex dari titik $\mathbf{P}_1$ dan $\mathbf{P}_2$.

Definisi 2.9.2

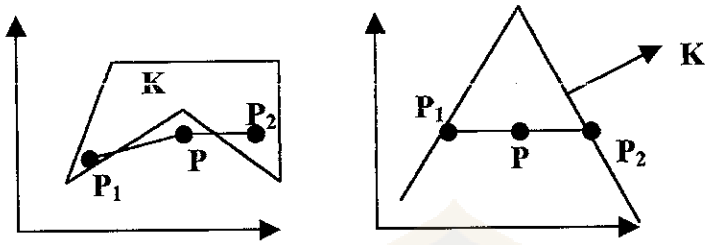
Himpunan $\mathbf{K} \subseteq R^n$, dinamakan himpunan Convex jika hanya jika setiap kombinasi linier Convex dari dua titik dalam **K** adalah anggota **K**. Dengan kata lain setiap titik $\mathbf{P}_1, \mathbf{P}_2 \in \mathbf{K}$ dan $b \in R$, $0 \le b \le 1$ berlaku :

$\mathbf{P} = b\mathbf{P}_1 + (1 - b)\mathbf{P}_2 \in \mathbf{K}$

This document is Undip Institutional Repository Collection. The author(s) or copyright owner(s) agree that UNDIP-IR may, without changing the content, translate the submission to any medium or format for the purpose of preservation. The author(s) or copyright owner(s) also agree that UNDIP-IR may keep more than one copy of this submission for purpose of security, back-up and preservation:
(http://eprints.undip.ac.id)



Convex

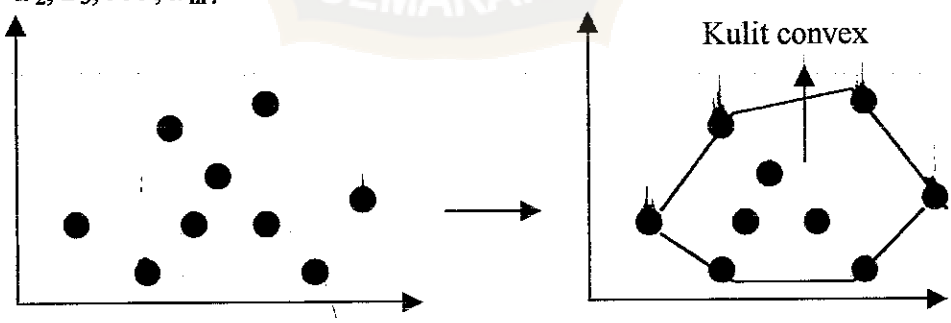


Nonconvex

Gambar 4. Convex dan Nonconvex

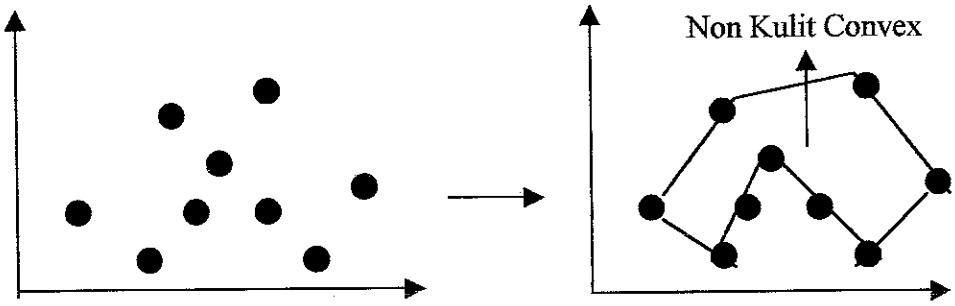
Definisi 2.9.3

Kulit convex dari himpunan titik-titik $\mathbf{P_1}$, $\mathbf{P_2}$, $\mathbf{P_3}$, . . . , $\mathbf{P_m}$ adalah himpunan convex terkecil yang memuat semua titik-titik $\mathbf{P_1}$, $\mathbf{P_2}$, $\mathbf{P_3}$, . . . , $\mathbf{P_m}$, dan memuat semua kemungkinan kombinasi linier convex dari titik-titik $\mathbf{P_1}$, $\mathbf{P_2}$, $\mathbf{P_3}$, . . . , $\mathbf{P_m}$.



Gambar 5. Kulit Convex

This document is Undip Institutional Repository Collection. The author(s) or copyright owner(s) agree that UNDIP-IR may, without changing the content, translate the submission to any medium or format for the purpose of preservation. The author(s) or copyright owner(s) also agree that UNDIP-IR may keep more than one copy of this submission for purpose of security, back-up and preservation:
(http://eprints.undip.ac.id)



Gambar 6. Non kulit Covex

Definisi 2.9.4

Sebuah kombinasi Convex dari titik $\mathbf{P_1}, \mathbf{P_2}, \mathbf{P_3}, \ldots, \mathbf{P_n}$ adalah sebuah titik.

$$\mathbf{P} = b_1\mathbf{P_1} + b_2\mathbf{P_2} + b_3\mathbf{P_3} + \ldots + b_n\mathbf{P_n}$$

Dengan b_i adalah skalar, $b_i \geq 0$ i : 1, 2, 3, . . . , n dan $\sum_i b_i = 1$

Contoh 9 :

Diberikan titik $\mathbf{P_1}(1,2)$, $\mathbf{P_2}(3,2)$, $\mathbf{P_3}(4,4)$

Diambil sembarang titik **P** misal **P**(3,3)

Akan ditunjukkan bahwa titik **P** merupakan kombinasi Convex dari $\mathbf{P_1}, \mathbf{P_2}, \mathbf{P_3}$.

Misal **P** kombinasi Convex dari $\mathbf{P_1}, \mathbf{P_2}, \mathbf{P_3}$ maka berlaku :

$$\mathbf{P} = b_1\mathbf{P_1} + b_2\mathbf{P_2} + b_3\mathbf{P_3} \quad \text{dengan } b_i \geq 0,\ \sum_i^3 b_i = 1$$

$X = b_1x_1 + b_2x_2 + b_3x_3$ $\qquad$ $Y = b_1y_1 + b_2y_2 + b_3y_3$

$3 = b_1 1 + b_2 3 + b_3 4$ .....(1) $\qquad$ $3 = b_1 2 + b_2 2 + b_3 4$ .....(2)

$1 = b_1 + b_2 + b_3$ .....(3)

dari persamaan (1) , (2) dan (3) di dapat : $b_1 = 1/4$, $b_2 = 1/4$, $b_3 = 1/2$

Jadi **P** merupakan kombinasi Convex.

This document is Undip Institutional Repository Collection. The author(s) or copyright owner(s) agree that UNDIP-IR may, without changing the content, translate the submission to any medium or format for the purpose of preservation. The author(s) or copyright owner(s) also agree that UNDIP-IR may keep more than one copy of this submission for purpose of security, back-up and preservation:
(http://eprints.undip.ac.id)

2.7. Fungsi Campuran Cox-de Boor

Fungsi campuran Cox-de Boor merupakan formulasi rekursi yang mempunyai persamaan umum :

$$B_{k,d}(u) = \frac{u - t_k}{t_{k+d-1} - t_k} B_{k,d-1}(u) + \frac{t_{k+d} - u}{t_{k+d} - t_{k+1}} B_{k+1,d-1}(u) \qquad \textbf{(2.1)}$$

Dengan ketentuan $2 \le d \le n+1$, $k = 0, 1, 2, \ldots, n$ dan

$$B_{k,1}(u) = \begin{cases} 1, \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots t_k \le u \le t_{k+1} \\ 0, \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots yanglain \end{cases}$$

Fungsi campuran Cox-de Boor yang terbentuk tergantung pada nilai knot vektor $t = \{t_0, t_1, t_2, \ldots, t_{n+d}\}$ yang dimasukkan, nilai knot vektor adalah suatu urutan bilangan integer yang tidak turun yaitu : $t_k \le t_{k+1}$ dengan $k = 0, 1, 2, 3, \ldots, n+d$, sedangkan nilai fungsi campuran Cox-de Boor tergantung pada nilai parameter u, yang terbagi menjadi beberapa subinterval. Parameter u diambil dari nilai knot vektor.

Contoh 10 :

Diberikan nilai Knot vector $t = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, $d = 3$, $n = 3$

dengan 6 subinterval parameter : $0 \le u < 1$, $1 \le u < 2$, $2 \le u < 3$, $3 \le u < 4$, $4 \le u < 5$, $5 \le u < 6$

$$B_{0,3}(u) = \frac{u - t_0}{t_2 - t_0} B_{0,2}(u) + \frac{t_3 - u}{t_3 - t_1} B_{1,2}(u)$$

$$= \frac{u - t_0}{t_2 - t_0}\left[\frac{u - t_0}{t_1 - t_0} B_{0,1}(u) + \frac{t_2 - u}{t_2 - t_1} B_{1,1}(u)\right] + \frac{t_3 - u}{t_3 - t_1}$$

$$\left[\frac{u - t_1}{t_2 - t_1} B_{1,1}(u) + \frac{t_3 - u}{t_3 - t_2} B_{2,1}(u)\right]$$

This document is Undip Institutional Repository Collection. The author(s) or copyright owner(s) agree that UNDIP-IR may, without changing the content, translate the submission to any medium or format for the purpose of preservation. The author(s) or copyright owner(s) also agree that UNDIP-IR may keep more than one copy of this submission for purpose of security, back-up and preservation:
(http://eprints.undip.ac.id)

$$= \frac{u-t_0}{t_2-t_0}\frac{u-t_0}{t_1-t_0}B_{0,1}(u) + \frac{u-t_0}{t_2-t_0}\frac{t_2-u}{t_2-t_1}B_{1,1}(u) + \frac{t_3-u}{t_3-t_1}\frac{u-t_1}{t_2-t_1}B_{1,1}(u)$$

$$+ \frac{t_3-u}{t_3-t_1}\frac{t_3-u}{t_3-t_2}B_{2,1}(u)$$

$$= \tfrac{1}{2}u^2 B_{0,1}(u) + \tfrac{1}{2}u(2-u)B_{1,1}(u) + \tfrac{1}{2}(3-u)(u-1)B_{1,1}(u) + \tfrac{1}{2}(3-u)^2 B_{2,1}(u)$$

$$= \tfrac{1}{2}u^2 B_{0,1}(u) + \left[\tfrac{1}{2}u(2-u) + \tfrac{1}{2}(3-u)(u-1)\right]B_{1,1}(u) + \tfrac{1}{2}(3-u)^2 B_{2,1}(u)$$

$$B_{0,3}(u) = \begin{cases} \tfrac{1}{2}u^2, 0 \le u < 1 \\ \tfrac{1}{2}u(2-u) + \tfrac{1}{2}(u-1)(3-u), 1 \le u < 2 \\ \tfrac{1}{2}(3-u)^2, 2 \le u < 3 \end{cases}$$

dengan proses yang sama seperti diatas maka didapat :

$$B_{1,3}(u) = \tfrac{1}{2}(u-1)^2 B_{1,1}(u) + \left[\tfrac{1}{2}(u-1)(3-u) + \tfrac{1}{2}(u-2)(4-u)\right]B_{2,1}(u)$$

$$+ \tfrac{1}{2}(4-u)^2 B_{3,1}(u)$$

$$B_{1,3}(u) = \begin{cases} \tfrac{1}{2}(u-1)^2, 1 \le u < 2 \\ \tfrac{1}{2}(u-1)(3-u) + \tfrac{1}{2}(u-2)(4-u), 2 \le u < 3 \\ \tfrac{1}{2}(4-u)^2, 3 \le u < 4 \end{cases}$$

$$B_{2,3}(u) = \tfrac{1}{2}(u-2)^2 B_{2,1}(u) + \left[\tfrac{1}{2}(u-2)(4-u) + \tfrac{1}{2}(u-3)(5-u)\right]B_{3,1}(u)$$

$$+ \tfrac{1}{2}(5-u)^2 B_{4,1}(u)$$

$$B_{2,3}(u) = \begin{cases} \tfrac{1}{2}(u-2)^2, 2 \le u < 3 \\ \tfrac{1}{2}(u-2)(4-u) + \tfrac{1}{2}(u-3)(5-u), 3 \le u < 4 \\ \tfrac{1}{2}(5-u)^2, 4 \le u < 5 \end{cases}$$

$$B_{3,3}(u) = \tfrac{1}{2}(u-3)^2 B_{3,1}(u) + \left[\tfrac{1}{2}(u-3)(5-u) + \tfrac{1}{2}(u-4)(6-u)\right]B_{4,1}(u)$$

$$+ \tfrac{1}{2}(6-u)^2 B_{5,1}(u)$$

$$B_{3,3}(u) = \begin{cases} \tfrac{1}{2}(u-3)^2, 3 \le u < 4 \\ \tfrac{1}{2}(u-3)(5-u) + \tfrac{1}{2}(u-4)(6-u), 4 \le u < 5 \\ \tfrac{1}{2}(6-u)^2, 5 \le u < 6 \end{cases}$$

This document is Undip Institutional Repository Collection. The author(s) or copyright owner(s) agree that UNDIP-IR may, without changing the content, translate the submission to any medium or format for the purpose of preservation. The author(s) or copyright owner(s) also agree that UNDIP-IR may keep more than one copy of this submission for purpose of security, back-up and preservation:
(http://eprints.undip.ac.id)