BAB I

PENDAHULUAN

1.1 LATAR BELAKANG

Teori fungsi tergeneralisasi (distribusi) ditemukan untuk memberikan dasar teori bagi fungsi delta yang telah dikemukakan oleh Dirac pada tahun 1930,sebagai suatu alat teknis dalam formulasi matematis mekanika kuantum. Untuk itu akan diberikan latar belakang dari fungsi delta yang merupakan awal adanya teori distribusi. Gagasan fungsi delta Dirac dapat dipahami sebagai berikut.

Diberikan sebuah batang dengan ketebalan non uniform. Untuk menjabarkan bagaimana massa didistribusikan di sepanjang panjang batang diperkenalkan fungsi densitas massa $\rho(x)$ yang dalam fisika didefinisikan sebagai massa per satuan panjang batang pada titik x. Dalam matematika, dipandang sebagai suatu fungsi sedemikian sehingga total massa batang dari a sampai b adalah $\int_a^b \rho(x)dx$. Distribusi massa kontinu seperti ini dapat diekspresikan dengan fungsi ρ.

Jika diberikan sebuah batang dengan massa yang terpusat pada satu titik $x = 0$. Andaikan bahwa batang tersebut mempunyai satuan massa meskipun sangat kecil sehingga dalam matematika dapat direpresentasikan sebagai suatu titik. Maka total massa dari a sampai b adalah nol jika $x = 0$ berada di luar (a,b) dan

This document is Undip Institutional Repository Collection. The author(s) or copyright owner(s) agree that UNDIP-IR may, without changing the content, translate the submission to any medium or format for the purpose of preservation. The author(s) or copyright owner(s) also agree that UNDIP-IR may keep more than one copy of this submission for purpose of security, back-up and preservation:
(http://eprints.undip.ac.id)

satu jika $x = 0$ berada di dalam interval tersebut. Jadi tidak ada fungsi ρ yang dapat mewakili distribusi semacam ini.

Dalam matematika, jika fungsi berharga nol di setiap titik kecuali pada titik tunggal, maka integral atas sebarang interval akan berharga nol. Dalam pandangan fisika, fungsi densitas massa adalah nol di setiap titik kecuali pada $x = 0$. Jadi integral pada titik $x = 0$ akan berharga tidak nol atau bahkan mendekati tak hingga sebab massa terpusat pada titik tersebut. Hal ini merupakan pemahaman yang bagus dalam fisika meskipun secara matematis tidaklah masuk akal. Oleh karena itu, Dirac memperkirakan bahwa terdapat suatu fungsi $\delta(x)$ yang memenuhi sifat $\delta(x) = 0$ untuk $x \neq 0$ dan $\int_a^b \delta(x)dx = 1$ untuk $a < 0 < b$.

Suatu cara untuk menyertakan delta Dirac adalah dengan mengikuti metode Schwartz yang menamakan fungsi tergeneralisasinya (generalised function) dengan 'distribusi'. Dalam tugas akhir ini akan dibahas mengenai teori distribusi dasar, yang meliputi pengertian/konsep distribusi, operasi-operasi pada distribusi serta kekonvergenan distribusi.

1.2 PERUMUSAN MASALAH

Dari latar belakang di atas, diperlukan konsep matematis untuk menjelaskan fungsi δ Dirac. Jika fungsi δ digunakan sebagai fungsi densitas massa, maka akan melibatkan keberadaan suatu titik di mana massa tersebut terpusat. Sehingga fungsi δ dapat dipandang sebagai titik limit barisan fungsi (titik

This document is Undip Institutional Repository Collection. The author(s) or copyright owner(s) agree that UNDIP-IR may, without changing the content, translate the submission to any medium or format for the purpose of preservation. The author(s) or copyright owner(s) also agree that UNDIP-IR may keep more than one copy of this submission for purpose of security, back-up and preservation:
(http://eprints.undip.ac.id)

di mana barisan fungsi tersebut menuju). Untuk itu diperlukan konsep kekonvergenan fungsi.

Pembahasan mengenai distribusi tidak lepas dari konsep kekonvergenan suatu fungsi, karena syarat utama distribusi itu sendiri adalah fungsional linear yang kontinu. Dalam pengertiannya, $f : \mathcal{D} \to \mathrm{R}$ disebut fungsional kontinu jika untuk setiap $\{x_n\} \subset \mathcal{D}$ konvergen berakibat $\{f(x_n)\}$ juga konvergen dalam R.

Fungsional dalam bentuk $f: \phi \to \int f(x)\phi(x)dx$ menyerupai hasil kali dalam fungsi terintegral pada ruang Hilbert, yang selanjutnya disebut fungsional regular. Satu hal lain dalam teori distribusi adalah keberadaan fungsional singular yang tidak berbentuk demikian, sehingga diperlukan ruang lain seperti ruang $\mathcal{D}$. Ruang $\mathcal{D}$ ini merupakan ruang vektor dari semua fungsi yang infinitely differentiable dan mempunyai support terbatas. Sehingga perumusan kekonvergenan dalam ruang $\mathcal{D}$ akan analog dengan kekonvergenan dalam ruang vektor.

1.3 PEMBATASAN MASALAH

Agar tidak meluas , maka pembahasan dalam tugas akhir ini akan dibatasi hanya pada:

1. Fungsional ke lapangan skalar riil.
2. Distribusi regular, yaitu distribusi yang dibangun oleh fungsi terintegral lokal.

This document is Undip Institutional Repository Collection. The author(s) or copyright owner(s) agree that UNDIP-IR may, without changing the content, translate the submission to any medium or format for the purpose of preservation. The author(s) or copyright owner(s) also agree that UNDIP-IR may keep more than one copy of this submission for purpose of security, back-up and preservation:
(http://eprints.undip.ac.id)

1.4 TUJUAN PENULISAN

Penulisan tugas akhir ini bertujuan untuk:

1. Mengetahui konsep distribusi pada teori distribusi dasar.
2. Membahas operasi-operasi yang berlaku pada distribusi.
3. Membahas kekonvergenan distribusi.

1.5 SISTEMATIKA PENULISAN

Adapun sistematika dalam penulisan tugas akhir ini , yaitu bab I Pendahuluan yang berisi latar belakang, perumusan dan pembatasan masalah serta tujuan dan sistematika penulisan. Bab II mengenai dasar teori yang meliputi pengertian/konsep dasar atau pun teorema-teorema tentang kekontinuan,derivatif dan kekonvergenan fungsi, serta ruang vektor riil. Bab III membahas inti dari tugas akhir ini, yaitu pengertian distribusi, operasi-operasi pada distribusi dan kekonvergenan distribusi. Sebagai penutup diberikan kesimpulan pada bab IV

This document is Undip Institutional Repository Collection. The author(s) or copyright owner(s) agree that UNDIP-IR may, without changing the content, translate the submission to any medium or format for the purpose of preservation. The author(s) or copyright owner(s) also agree that UNDIP-IR may keep more than one copy of this submission for purpose of security, back-up and preservation:
(http://eprints.undip.ac.id)