

BAB III

PERMAINAN TIC-TAC-TOE NUMERIK

3.1. PERMAINAN TIC-TAC-TOE NUMERIK

3.1.1. PERMAINAN TIC-TAC-TOE

Permainan Tic-Tac-Toe, permainan yang sudah lazim dimainkan banyak orang. Permainan Tic-Tac-Toe sampai sekarang belum diketahui siapa penemunya dan sejak kapan permainan ini pertama kali dimainkan. Permainan Tic-Tac-Toe merupakan contoh permainan sederhana, dapat divariasikan bentuk dan aturannya. Permainan Tic-Tac-Toe pada dasarnya adalah permainan strategi. Permainan Tic-Tac-Toe serumpun dengan catur, reversi, nails, dominate, dan permainan-permainan sejenis. Permainan Tic-Tac-Toe tidak rumit aturannya sehingga mudah untuk dipelajari strateginya.

Setting permainan Tic-Tac-Toe adalah kotak matrik (Grid) ukuran 3x3. Permainan ini hanya untuk dua pemain. Pemain pertama memulai dengan simbol X disebarkan sel. Pemain kedua memainkan simbol O disebarkan sel, demikian seterusnya dilakukan secara bergantian. Pemenang adalah pemain yang berhasil melengkapi sederet sel (baris/kolom/diagonal) dengan simbolnya. Permainan seri jika hingga langkah terakhir tidak tercapai syarat kemenangan. Variasi permainan Tic-Tac-Toe antara lain 3D Tic-Tac-Toe, Tic-Tac-Toe Numerik, Drop Tic-Tac-Toe. Pada Tugas Akhir ini penulis memfokuskan pembahasan pada permainan Tic-Tac-Toe Numerik dan strategi kemenangan bagi pemain pertama.

3.1.2. TIC-TAC-TOE NUMERIK

Seperti telah disinggung di atas Tic-Tac-Toe Numerik merupakan pengembangan dari permainan Tic-Tac-Toe. Variasi yang ditambahkan antara lain:

1. Pemain pertama disebut pemain ganjil (Odd) yang memainkan bilangan ganjil 1, 3, 5, 7, dan 9.
2. Pemain kedua disebut pemain genap (Even) yang memainkan bilangan genap 2, 4, 6, dan 8.
3. Tidak diperkenankan adanya pengulangan bilangan yang sama dalam setiap session permainan.
4. Pemain dinyatakan menang jika pemain dapat melengkapi sederet kotak permainan (baris/kolom/diagonal) sehingga berjumlah 15.
5. Permainan dinyatakan seri jika hingga langkah terakhir syarat diatas tidak tercapai.

Permainan Tic-Tac-Toe Numerik ditemukan oleh Ron Graham dan P. H. Nygaard.

Kedua permainan tersebut hampir sama, hanya memiliki sedikit perbedaan aturan. Aturan permainan di atas adalah aturan permainan dari Ron Graham. Sedangkan dari P. H. Nygaard, untuk menyatakan kemenangan (selain point 4), pemain bisa juga melengkapi sederet kotak dengan bilangan yang berjenis sama (genap/ganjil) tanpa harus berjumlah 15. Oleh karena itu untuk membedakannya maka pada permainan P. H. Nygaard dianjurkan kedua pemain menggunakan warna yang berbeda.

3.2. STRATEGI KEMENANGAN GANJIL

3.2.1. STRATEGI KEMENANGAN

Difinisi :

Strategi kemenangan adalah suatu aturan yang menjadi tuntunan atau pedoman dalam bermain dan bertujuan untuk memenangkan permainan.

Permasalahan pada permainan berstrategi yaitu bagaimanakah bentuk strategi kemenangannya. Tujuan strategi kemenangan adalah memenangkan permainan dalam langkah seminimal mungkin. Jadi untuk menentukan strategi yang efektif maka perlu diketahui kriteria strategi kemenangan yang baik, yaitu sebagai berikut :

- **Strategi dibuat sebisa mungkin menghasilkan langkah yang minimal untuk mencapai kemenangan.**
- **Probabilitas untuk menghasilkan kemenangan, cukup besar ($P[x] \rightarrow 1$).**
- **Mudah untuk dipahami algoritmanya sehingga mudah untuk dimainkan.**

Yang perlu ditekankan dari kriteria di atas adalah hasil akhir dari permainan. Jadi seperti apapun bentuk strategi jika ada peluang kekalahan maka perlu dikoreksi dan disempurnakan. Untuk menghasilkan strategi kemenangan memerlukan kejelian analisa dan pengujian yang berulang-ulang. Kejelian pengamatan tidak mudah tercapai tanpa adanya alat bantu. Pengujian yang berulang-ulang berakibat timbulnya kebosanan pada manusia penguji. Untuk itu penulis membuat program bantu analisis khusus untuk menganalisa Strategi Kemenangan Ganjil.

3.2.2. STRATEGI KEMENANGAN GANJIL (OWS)

Definisi :

Strategi kemenangan ganjil (Odd's Winning Strategy) adalah sebuah strategi kemenangan dalam permainan Tic-Tac-Toe Numerik ukuran 3x3 yang ditujukan untuk memenangkan permainan bagi pemain ganjil.

Peraturan permainan yang berkenaan dengan strategi kemenangan ganjil atau OWS adalah peraturan permainan dari Ron Graham. OWS diperkenalkan oleh Scotty Orr dan Curtis Cooper yang dipresentasikan pada Journal of Recreational Mathematic, volume 27(3), hal. 161-171, th. 1995. Sebagai informasi, selain strategi Kemenangan Ganjil terdapat strategi kemenangan lainnya yaitu strategi milik George Markowski berupa look-up table yang panjang dan rumit. Untuk memahami algoritma OWS maka perlu disimak beberapa asumsi umum dan istilah yang dipakai sebagai berikut :

1. Strategy mengassumsikan "tidak bermain bodoh".

Istilah tidak bermain bodoh mengandung pengertian bahwa sebisa mungkin untuk menang jika ada kesempatan, menahan kemenangan lawan pada langkah berikutnya, dan tidak memberikan kesempatan lawan untuk menang.

2. Sisi/tepi (Side), Tengah (Centre), dan Pojok (Corner) menunjukkan posisi sel-sel dalam kotak Tac-Tic- Toe.

Posisi yang dimaksudkan dapat dilihat pada gambar 3.1.

Corner	Side	Corner
Side	Centre	Side
Corner	Side	Corner

Gambar 3.1.

4. Deretan kotak/sel (Line) adalah istilah yang menunjuk kepada suatu baris, kolom, atau diagonal dalam permainan ini.
5. Deretan kotak/sel terbuka (Open Line) adalah suatu line yang terdiri dari sebuah bilangan genap dan tidak ada bilangan lainnya.
6. Tekanan (Force) adalah suatu kondisi dari line yang memungkinkan terjadinya kemenangan pada kesempatan bermain berikutnya. Pemain berikutnya yang menghadapi kondisi force harus menahan kemenangan, jika keadaan memungkinkan, yaitu dengan memainkan sisa bilangan di sel kosong dari line yang bersangkutan.
7. Tetangga ganjil (Odd Neighbor) adalah salah satu dari kedua bilangan ganjil yang berada di sekitar suatu bilangan genap, yaitu pada baris dan kolom yang bersangkutan, dari bujursangkar ajaib. Contoh, 1 dan 3 adalah Odd Neighbor dari 8.
8. Serangan (Attack) adalah suatu usaha mengakhiri permainan lawan ke suatu kondisi fatal pada suatu Open Line. Kondisi fatal mempunyai maksud bahwa kondisi permainan tidak memungkinkan untuk menang, bahkan sebaliknya kondisi mengarah kepada suatu kekalahan.

Pemain ganjil dapat melakukan Attack yaitu dengan bermain pada sel lain di luar semua Open Line. Dengan memilih bilangan ganjil yang tepat maka kondisi fatal akan dapat tercapai. Dalam menyelesaikan permainan yang mengandung kondisi fatal, pemain ganjil diassumsikan tidak bermain bodoh.

Bilangan ganjil yang akan dimainkan untuk Attack, dapat ditentukan dengan cara sebagai berikut: Tinggalkan bilangan-bilangan ganjil yang dapat dipakai untuk meraih

kemenangan dari bilangan-bilangan genap yang masih tersisa, dan mainkan bilangan ganjil lain yang masih bebas.

Algoritma dari Strategi Kemenangan Ganjil (OWS) adalah sebagai berikut ini:

- *Langkah-1*: Mainkan 1, 3, 7, atau 9 pada suatu sel Side.
- *Langkah-3*:

Pilihan 1: Langkah-2 tidak menghasilkan Force.

a) Gunakan 9, 7, 3, atau 1.

Ciptakan Force sedemikian sehingga langkah-4 harus bermain di Centre, jika mungkin.

Ciptakan Force sedemikian sehingga langkah-4 harus bermain di Corner.

Langkah-5:

Attack semua Open Line yang mengandung langkah-4, dengan memainkan Odd Neighbor, yang masih ada, dari langkah-2.

b) Attack semua Open Line yang mengandung langkah-2.

Pilihan 2: Langkah-2 menghasilkan Force.

Tahan kemenangan lawan dengan memainkan Odd Neighbor, yang masih ada, dari langkah-2.

Langkah-5:

a) Attack Open Line yang mengandung langkah-4 dengan menciptakan Force.

- b) Tinggalkan 5 untuk kemenangan dan ciptakan Force sedemikian sehingga langkah-6 harus bermain di kedua Open Line yang mengandung langkah-2 dan Open Line yang mengandung langkah-4.
- c) Attack Open Line yang mengandung langkah-4 dengan bermain di Open Line yang mengandung langkah-2.

Untuk memberikan ilustrasi bagaimana OWS seharusnya digunakan, maka pada sub bab III berikut ini akan membahas beberapa contoh serta analisisnya.

3.3. ANALISA STRATEGI KEMENANGAN GANJIL

3.3.1. CONTOH DAN ANALISA

Beberapa keterangan akan diikutsertakan pada contoh. Untuk menghindari kebingungan, langkah strategi diindikasikan dengan alphabet dan bilangan yang dimainkan dengan digit. Subscripts bilangan menunjukkan urutan langkah yang telah dilakukan oleh kedua pemain, sedangkan asterisks menunjukkan semua langkah Force. Sel-sel dari kotak Tic-Tac-Toe yang berkenaan disimbolkan dengan huruf-huruf seperti terlihat pada gambar

3.2.

A	B	C
D	E	F
G	H	I

Gambar 3.2.

Pemilihan langkah strategi sebisa mungkin sesuai dengan urutan alphabet pada algoritma di atas. Contoh pertama memperlihatkan bahwa setelah langkah-2, Odd tidak menemukan kondisi Force, lihat gambar 3.3.1. Menurut OWS maka pilihan pertama dan baris a akan dipakai untuk menentukan langkah berikutnya.

Untuk menimbulkan Force langkah-4, maka Odd memainkan 9. Sel yang akan digunakan adalah sel-H, pilihan 1, dan sel A atau C, pilihan kedua. Jika langkah ini dimainkan maka Even menang dengan bilangan 4 pada langkah -4. Langkah ini keluar dari asumsi umum, sehingga Odd memproses baris b.

Supaya Attack dapat dilakukan terhadap langkah-2, Odd harus meninggalkan 5, 7 dan 9, kemudian memainkan 3 pada sel di luar Open Line yang mengandung langkah-2 yaitu sel D, lihat gambar 3.3.2. Langkah Even selanjutnya adalah langkah fatal, sebab Odd telah meninggalkan semua bilangan yang siap untuk melengkapi Line dimana saja langkah-4 dimainkan, lihat gambar 3.3.3 - 3.3.5.

	1_1			1_1			9_5	1_1			1_1	7_5		1_1		
			3_3				3_3	4_4			3_3		6_4	3_3		
		2_2			2_2				2_2				2_2	5_5	8_4	2_2
1				2			3			4			5			

Gambar 3.3.

Pada contoh berikut ini, kembali langkah-2 tidak menimbulkan kondisi Force, lihat gambar 3.4.1. Pengecekan pilihan 1 bagian a, Odd tidak dapat melakukan Force terhadap langkah-4 ke Centre tetapi Odd dapat melakukan Force terhadap langkah-4 ke Corner. Dengan berpegangan pada asumsi umum, Odd memainkan 7 di C atau di I, lihat gambar 3.4.2. Even dapat menahan kondisi Force yang terjadi di langkah-4 dengan

memainkan semua bilangan yang masih ada. Misal 8 dimainkan, seperti yang terlihat pada gambar 3.4.3. Sesuai dengan OWS, maka langkah-5 adalah melakukan Attack pada kedua Open Line yang mengandung 8 (langkah-2) dengan Odd Neighbor langkah-2 yaitu 9. Attack yang dimaksudkan akan bisa tercapai apabila Odd tidak bermain pada kedua Open Line tersebut. Pilihan yang tepat yaitu Odd harus bermain di B seperti terlihat pada gambar 3.4.3. Sebagai keterangan bahwa 1 adalah bilangan yang dapat digunakan untuk melengkapi Line sehingga kemenangan dapat diraih oleh Odd. Untuk menghindari bermain bodoh maka Even tidak akan memainkan 6 pada setiap Open Line. Karena 9 telah dimainkan maka Even bisa memainkan 4 pada salah satu Open Line tersebut. Pada langkah-5, Odd masih melanjutkan Attack-nya dengan memainkan 5 di A, lihat gambar 3.4.4. Akhir dari permainan, Even mendapatkan kondisi fatal sebab Odd masih meninggalkan 1 dan terdapat sebuah Open Line. Even hanya mempunyai 6 untuk dimainkan sehingga permainan akan dimenangkan oleh Odd pada langkah terakhir, lihat gambar 3.4.5.

2 ₂		3 ₁

1

		7 ₃
2 ₂		3 ₁
		*

2

	9 ₅	7 ₃
2 ₂		3 ₁
		*8 ₄

3

5 ₇	9 ₅	7 ₃
2 ₂	4 ₆	3 ₁
		*8 ₄

4

5 ₇	9 ₅	7 ₃
2 ₂	4 ₆	3 ₁
6 ₈	1 ₉	*8 ₄

5

Gambar 3.4.

Kondisi Force pada contoh 3 terlihat setelah langkah-2 memainkan 6. Menurut OWS, Odd harus menahannya dengan memainkan Odd Neighbor langkah yang masih ada

yaitu 1. Langkah-2 memiliki beberapa opsi, salah satu diantaranya adalah 2 dimainkan di E, lihat gambar 3.5.1.

Odd mengecek baris a pada OWS untuk memastikan kemungkinan melakukan Attack dengan menciptakan kondisi Force. Untuk melakukan Attack pada Open Line yang mengandung 4, Odd harus meninggalkan 5 dan 9. Odd mempunyai 3, tetapi 3 tidak dapat menimbulkan kondisi Force dengan 1 dan tidak ada posisi yang tepat untuk menimbulkan kondisi Force dengan 7.

Pengecekan dilanjutkan pada baris b dari OWS. Disebutkan bahwa Odd harus melakukan Force sedemikian sehingga Even akan memainkan langkah-6 nya di kedua Open Line yang mengandung 6 (langkah-2) dan Open Line yang mengandung 2 (langkah-4). F adalah posisi yang ditargetkan untuk langkah-6, tetapi Odd tidak mempunyai posisi dan bilangan untuk mewujudkannya.

Sebagai alternatif terakhir yaitu pengecekan pada baris c dari OWS. Strategi mengatakan bahwa Attack dilakukan pada Open Line yang mengandung 2 (langkah-4) dengan bermain di Open Line yang mengandung 6 (langkah-2). Untuk melakukan Attack, Odd meninggalkan 5 dan 9 dan memainkan 3 di C, lihat gambar 3.5.2.

Langkah-6 Even memiliki beberapa opsi, misal 8 dimainkan di A, lihat gambar 3.5.3. Force terjadi pada Line tersebut, sehingga Odd harus menahan dengan memainkan 5 pada B, lihat gambar 3.5.4. Dengan demikian pada langkah-8 Even mengalami kondisi fatal karena Odd meninggalkan 9 untuk melengkapi kemenangan dengan 4, lihat gambar 3.5.5.

					3 ₅	8 ₆		3 ₅	8 ₆	5 ₇	3 ₅	8 ₆	5 ₇	3 ₅
	2 ₄			2 ₄			2 ₄			2 ₄		9 ₅	2 ₄	4 ₈
*1 ₃	7 ₁	6 ₂	*1 ₃	7 ₁	6 ₂	*1 ₃	7 ₁	6 ₂	*1 ₃	7 ₁	6 ₂	*1 ₃	7 ₁	6 ₂
1			2			3			4			5		

Gambar 3.5.

Pada contoh ke 4 kali ini mencoba memberikan ilustrasi dari penggunaan OWS. Pada gambar 3.6.1 terlihat bahwa langkah-2 menghasilkan kondisi Force. Menurut OWS, Odd disarankan untuk memblok serangan tersebut dengan memainkan Odd Neighbor dari 8 (langkah-2) yang masih ada yaitu 3. Langkah-4 memiliki beberapa opsi bagi Even dan untuk contoh kali ini Even memainkan 6 di H, seperti terlihat pada gambar 3.6.2.

Pengecekan baris a dari OWS dilakukan oleh Odd. Menurut OWS, Attack dilakukan pada open line yang mengandung 6 (langkah-4) dengan Force. Dengan menempatkan 7 di D atau di E, kondisi Force tercipta untuk Even, lihat gambar 3.6.3. Langkah selanjutnya adalah fatal karena Odd masih meninggalkan 5 untuk kemenangan.

Langkah-5 yang dimainkan oleh Odd bisa dikatakan sebagai pelaksanaan baris b dari OWS. Dengan menempatkan 7 di D atau di E menyebabkan langkah-6 harus bermain di kedua Open Line yang mengandung langkah-2 dan Open Line yang mengandung langkah-4, lihat gambar 3.6.3. Menurut analisa penulis, bahwa baris b pada OWS di atas adalah identik dan melengkapi pengertian baris a. Bisa dikatakan bahwa pada OWS baris b merupakan keterangan selengkapnya pelaksanaan baris a. Pengertian yang dikandung dari OWS baris b sudah pasti ada pada baris a, namun belum tentu pengertian baris a ada pada baris b, lihat gambar 3.6.4 dan 3.6.5.

*	1_1	8_2	$*3_3$	1_1	8_2	$*3_3$	1_1	8_2	$*3_3$	1_1	8_2	$*3_3$	1_1	8_2
						7_5			*		6_4		*	6_4
				6_4		*	6_4		7_5					7_5
1			2			3			4			5		

Gambar 3.6.

3.3.2. PEMBUKTIAN STRATEGI KEMENANGAN GANJIL (OWS)

Pada bab terdahulu telah disinggung bahwa permasalahan yang mendasari penulisan ini yaitu pembuktian Strategi Kemenangan Ganjil (OWS) selalu memberikan kemenangan bagi pemain ganjil (Odd). Pembuktian akan ditekankan pada hasil akhir permainan yang dijalankan sesuai OWS.

Sebelum masuk ke pembahasan pembuktian, ada beberapa pengertian yang perlu dimengerti untuk generalisasi objek-objek pembuktian. Pengertian ini diperlukan agar pembuktian dapat dipersingkat/direduksi sehingga tidak perlu semua kasus dibuktikan. Perlu diingat bahwa asumsi "tidak bermain bodoh" masih mendasari pembuktian ini.

Permainan Numerical Tic-Tac-Toe menggunakan media kotak matriks/grid ukuran 3x3 sehingga penempatan pertama mempunyai beberapa opsi. Posisi langkah-1 hanya mempunyai 3 opsi yaitu Side, Corner, dan Centre, tetapi menurut OWS posisi langkah-1 hanya pada Side. Namun pengertian istilah Side sudah meliputi ke empat buah posisi sel yang ada. Kemudian bilangan yang dimainkan pada langkah-1 ada 5 opsi yaitu 1, 3, 5, 7, dan 9, tetapi menurut OWS hanya ada 4 opsi tidak termasuk bilangan 5. Dengan demikian pembahasan pembuktian akan berjumlah 16 opsi. Ini adalah suatu jumlah yang sangat besar untuk dibuktikan. Untuk itu penulis memperkenalkan istilah bujursangkar berhuruf

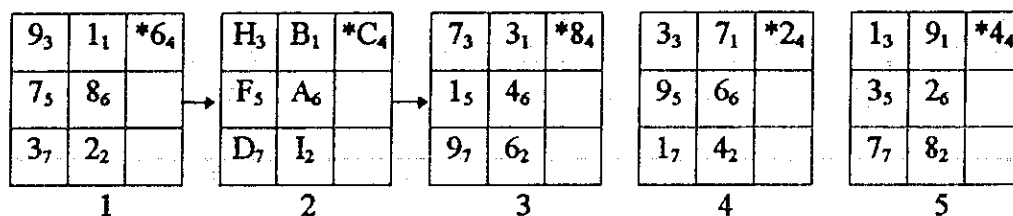
(Words Square) yang mirip dengan bujursangkar ajaib (Magic Square) dan Rotasi Magic Square.

Words Square adalah sebuah kotak matrik seperti Magic Square namun hanya berisi huruf-huruf, seperti yang terlihat di gambar 3.2. Huruf-huruf ini tidak hanya mewakili letak/posisi dari sel, tetapi huruf tersebut juga suatu variabel. Rotasi adalah suatu proses pemutaran kotak matrik Magic Square di titik pusat (5). Hubungan antara Words Square, Magic Square, dan Rotasi Magic Square akan menghasilkan tabel 3.1 berikut ini:

A	B	C	D	E	F	G	H	I
8	1	6	3	5	7	4	9	2
4	3	8	9	5	1	2	7	6
2	9	4	7	5	3	6	1	8
6	7	2	1	5	9	8	3	4

Tabel 3.1.

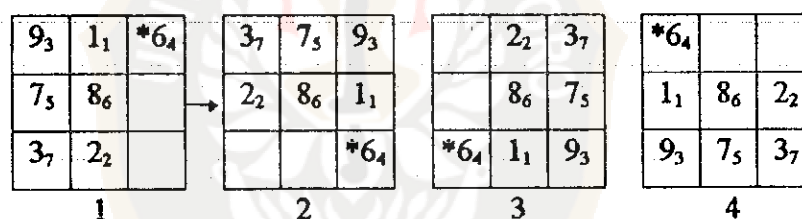
Dengan melihat tabel tersebut di atas maka generalisasi pembuktian dapat dilakukan. Suatu permainan yang telah dimenangkan oleh Odd dengan menggunakan OWS dapat digunakan untuk membentuk objek pembuktian. Dengan menggunakan tabel di atas maka kondisi yang terakhir ini mewakili 3 permainan yang sepola. Seperti contoh gambar 3.7, dengan menggunakan tabel sebuah permainan yang lengkap dibawa ke bentuk huruf sehingga dapat mewakili 3 permainan lainnya.



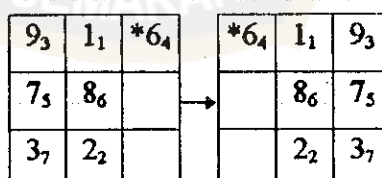
Gambar 3.7.

Prosedur di atas ternyata belum mereduksi pembuktian dengan efisien. Oleh karena itu penulis melanjutkannya pada pembahasan mengenai rotasi media permainan dan pencerminan. Rotasi media permainan adalah pemutaran media permainan dengan pusat di Centre. Rotasi media permainan bertujuan untuk mereduksi 3 permainan yang berlainan pada posisi Side di langkah-1. Rotasi media permainan diperlukan untuk membawa permainan ke bentuk standart pembuktian. Pencerminan adalah proses penukaran posisi dari kiri ke kanan atau sebaliknya. Contoh proses rotasi media permainan dan pencerminan dapat dilihat pada gambar 3.8.

Proses rotasi media permainan :



Proses Pencerminan :



Gambar 3.8.

Dengan menggunakan pengertian dan proses-proses diatas, pembuktiaan akan terlihat lebih efisien. Hanya dengan sebuah kasus permainan maka kita bisa meringkas ke 16 opsi pembuktian. Pembuktian semua kemungkinan langkah permainan telah terangkum pada tabel 3.2 pembuktian dibawah ini:

Pilihan 1.

	1_1	2_2
	$*4_4$	
7_5	9_3	

	1_1	
	2_2	
	3_3	

	1_1	
7_5	$*4_4$	2_2
	9_3	

9_3	1_1	$*4_4$
7_5		
	2_2	

9_3	1_1	$*6_4$
7_5	8_6	
3_7	2_2	

9_3	1_1	$*6_4$
7_5		8_6
	2_2	3_7

9_3	1_1	$*8_4$
7_5	6_6	
5_7	2_2	

9_3	1_1	$*8_4$
7_5		6_6
	2_2	5_7

9_3	1_1	$*8_4$
7_5	5_7	*
6_6	2_2	

9_3	1_1	$*8_4$
7_5	*	5_7
	2_2	6_6

	1_1	
3_5		
		2_2

	1_1	4_2
	$*2_4$	
3_5	9_3	

	1_1	
	4_2	
	7_3	

	1_1	
3_5	$*2_4$	4_2
	9_3	

9_3	1_1	$*2_4$
3_5		
	4_2	

9_3	1_1	$*6_4$
3_5	8_6	
5_7	4_2	

9_3	1_1	$*6_4$
3_5		8_6
	4_2	5_7

9_3	1_1	$*6_4$
3_5	5_7	*
8_6	4_2	

9_3	1_1	$*6_4$
3_5	*	5_7
	4_2	8_6

9_3	1_1	$*8_4$
3_5	6_6	
7_7	4_2	

9_3	1_1	$*8_4$
3_5		6_6
	4_2	7_7

	1_1	
7_3		
		4_2

	1_1	
7_5	$*8_4$	6_2
	9_3	

7_5	1_1	
	$*8_4$	
	9_3	6_2

	1_1	
3_5	$*6_4$	8_2
	9_3	

3_5	1_1	
	$*6_4$	
	9_3	8_2

Pilihan 2.

a	a	a	a	a
$\begin{array}{ c c c } \hline *7_3 & 1_1 & 6_2 \\ \hline 2_4 & * & \\ \hline & & 3_5 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{ c c c } \hline *7_3 & 1_1 & 6_2 \\ \hline * & 2_4 & \\ \hline 3_5 & & \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{ c c c } \hline *7_3 & 1_1 & 6_2 \\ \hline * & & 2_4 \\ \hline 3_5 & & \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{ c c c } \hline *7_3 & 1_1 & 6_2 \\ \hline & 3_5 & \\ \hline 2_4 & & \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{ c c c } \hline *7_3 & 1_1 & 6_2 \\ \hline 3_5 & & \\ \hline * & 2_4 & \\ \hline \end{array}$
a	a	a	a	c
$\begin{array}{ c c c } \hline *7_3 & 1_1 & 6_2 \\ \hline 3_5 & & \\ \hline * & & 2_4 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{ c c c } \hline *7_3 & 1_1 & 6_2 \\ \hline 4_4 & * & \\ \hline & 5_5 & \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{ c c c } \hline *7_3 & 1_1 & 6_2 \\ \hline 5_5 & & \\ \hline * & 4_4 & \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{ c c c } \hline *7_3 & 1_1 & 6_2 \\ \hline 8_4 & * & \\ \hline & 9_5 & \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{ c c c } \hline *7_3 & 1_1 & 6_2 \\ \hline & 8_4 & \\ \hline 2_6 & *5_7 & 9_5 \\ \hline \end{array}$
c	c	c	a	a
$\begin{array}{ c c c } \hline *7_3 & 1_1 & 6_2 \\ \hline * & 8_4 & \\ \hline *5_7 & 2_6 & 9_5 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{ c c c } \hline *7_3 & 1_1 & 6_2 \\ \hline & 8_4 & \\ \hline 4_6 & *3_7 & 9_5 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{ c c c } \hline *7_3 & 1_1 & 6_2 \\ \hline * & 8_4 & \\ \hline *3_7 & 4_6 & 9_5 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{ c c c } \hline *7_3 & 1_1 & 6_2 \\ \hline & * & 8_4 \\ \hline & 9_5 & \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{ c c c } \hline *7_3 & 1_1 & 6_2 \\ \hline & 9_5 & \\ \hline 8_4 & * & \\ \hline \end{array}$
b	a	a	a	b
$\begin{array}{ c c c } \hline *7_3 & 1_1 & 6_2 \\ \hline 3_5 & & \\ \hline * & 8_4 & \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{ c c c } \hline *7_3 & 1_1 & 6_2 \\ \hline & 9_5 & \\ \hline & * & 8_4 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{ c c c } \hline & 1_1 & 2_4 \\ \hline & 6_2 & \\ \hline 3_5 & *7_3 & * \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{ c c c } \hline & 1_1 & \\ \hline & 6_2 & 2_4 \\ \hline 3_5 & *7_3 & * \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{ c c c } \hline 9_5 & 1_1 & * \\ \hline & 6_2 & \\ \hline & *7_3 & 2_4 \\ \hline \end{array}$
b	a	a	a	a
$\begin{array}{ c c c } \hline & 1_1 & 8_4 \\ \hline & 6_2 & \\ \hline 3_5 & *7_3 & * \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{ c c c } \hline 9_5 & 1_1 & * \\ \hline & 6_2 & 8_4 \\ \hline & *7_3 & \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{ c c c } \hline 9_5 & 1_1 & * \\ \hline & 6_2 & \\ \hline & *7_3 & 8_4 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{ c c c } \hline 3_5 & 1_1 & 2_4 \\ \hline & *7_3 & \\ \hline & 6_2 & * \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{ c c c } \hline 3_5 & 1_1 & \\ \hline & *7_3 & 2_4 \\ \hline & 6_2 & * \\ \hline \end{array}$
a	a	a	b	a
$\begin{array}{ c c c } \hline & 1_1 & \\ \hline 3_5 & *7_3 & * \\ \hline & 6_2 & 2_4 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{ c c c } \hline 5_5 & 1_1 & 4_4 \\ \hline & *7_3 & \\ \hline & 6_2 & * \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{ c c c } \hline 5_5 & 1_1 & * \\ \hline & *7_3 & 4_4 \\ \hline & 6_2 & * \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{ c c c } \hline 3_5 & 1_1 & 8_4 \\ \hline & *7_3 & \\ \hline & 6_2 & * \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{ c c c } \hline 9_5 & 1_1 & * \\ \hline & *7_3 & 8_4 \\ \hline & 6_2 & \\ \hline \end{array}$

a		
9 ₅	1 ₁	*
	*7 ₃	
	6 ₂	8 ₄

a		
*3 ₃	1 ₁	8 ₂
2 ₄	*	
	5 ₅	

a		
*3 ₃	1 ₁	8 ₂
5 ₅		
*	2 ₄	

a		
*3 ₃	1 ₁	8 ₂
4 ₄	*	
		7 ₅

a		
*3 ₃	1 ₁	8 ₂
*	4 ₄	
7 ₅		

a		
*3 ₃	1 ₁	8 ₂
*		4 ₄
7 ₅		

a		
*3 ₃	1 ₁	8 ₂
	7 ₅	
4 ₄		*

a		
*3 ₃	1 ₁	8 ₂
7 ₅		
*	4 ₄	

a		
*3 ₃	1 ₁	8 ₂
7 ₅		
*		4 ₄

a		
*3 ₃	1 ₁	8 ₂
6 ₄	*	
	9 ₅	

c		
*3 ₃	1 ₁	8 ₂
	6 ₄	
2 ₆	*7 ₇	9 ₅

c		
*3 ₃	1 ₁	8 ₂
*	6 ₄	
*7 ₇	2 ₆	9 ₅

c		
*3 ₃	1 ₁	8 ₂
	6 ₄	
4 ₆	*5 ₇	9 ₅

c		
*3 ₃	1 ₁	8 ₂
*	6 ₄	
*5 ₇	4 ₆	9 ₅

a		
*3 ₃	1 ₁	8 ₂
	*	6 ₄
	9 ₅	

a		
*3 ₃	1 ₁	8 ₂
	9 ₅	
6 ₄	*	

b		
*3 ₃	1 ₁	8 ₂
7 ₅		
*	6 ₄	

a		
*3 ₃	1 ₁	8 ₂
	9 ₅	
	*	6 ₄

a		
	1 ₁	4 ₄
	8 ₂	
7 ₅	*3 ₃	*

a		
	1 ₁	
	8 ₂	4 ₄
7 ₅	*3 ₃	*

b		
9 ₅	1 ₁	*
	8 ₂	
	*3 ₃	4 ₄

b		
	1 ₁	6 ₄
	8 ₂	
7 ₅	*3 ₃	*

a		
9 ₅	1 ₁	*
	8 ₂	6 ₄
	*3 ₃	

a		
9 ₅	1 ₁	*
	8 ₂	
	*3 ₃	6 ₄

a		
5 ₅	1 ₁	2 ₄
	*3 ₃	
	8 ₂	*

a		
5 ₅	1 ₁	*
	*3 ₃	2 ₄
	8 ₂	*

a		
7 ₅	1 ₁	4 ₄
	*3 ₃	
	8 ₂	*

a		
7 ₅	1 ₁	
	*3 ₃	4 ₄
	8 ₂	*

a		
	1 ₁	
7 ₅	*3 ₃	*
	8 ₂	4 ₄

b		
7 ₅	1 ₁	6 ₄
	*3 ₃	
	8 ₂	*

a		
7 ₅	1 ₁	6 ₄
	*3 ₃	
	8 ₂	*

a		
9 ₅	1 ₁	*
	*3 ₃	
	8 ₂	6 ₄

Tabel 3.2.

Dengan melihat tabel 3.2 pembuktian di atas maka terbukti bahwa Strategi Kemenangan Ganjil (OWS) selalu memberikan kemenangan pada pemain pertama (Odd). Kemudian untuk melihat implementasi pembuktian maka pada bab IV akan dijelaskan pemrograman permainan yang berbasis expert system.

