BAB II

PROGRAM SEPARABEL

Program matematika adalah bentuk model dari riset operasi yang timbul sebagai alat untuk menjawab masalah pengoptimalan (memaksimalkan atau meminimalkan suatu fungsi tujuan/fungsi obyektif) dengan syarat dipenuhinya fungsi kendala yang membentuk suatu daerah fisibel dalam pembatas nonnegatif.

Program linier merupakan salah satu program matematika dengan fungsi obyektif dan fungsi kendala yang berbentuk linier sedangkan program matematika yang lain dapat disebut program non linier (PNL) jika salah satu syarat berikut terpenuhi :

a. Jika fungsi kendala $g_i(x_1,.....,x_n)$ untuk $i = 1,2,...,m$ berbentuk linier, maka fungsi obyektif $Z = f(x_1,.....,x_n)$ harus berbentuk non linier.
b. Jika fungsi kendala $g_i(x_1,.....,x_n)$ paling sedikit ada satu kendala ke-i yang berbentuk non linier, maka fungsi obyektif $Z = f(x_1,.....,x_n)$ harus berbentuk linier atau non linier.

- ***Definisi 2.1***

  Fungsi $f(x_1,.....,x_n)$ adalah separabel jika dapat dinyatakan sebagai jumlahan n buah fungsi dengan peubah tunggal, dapat ditulis sebagai berikut :

  $f(x_1,.....,x_n)$ adalah separabel jika $f(x_1,.....,x_n) = f(x_1) + ... + f(x_n)$.

This document is Undip Institutional Repository Collection. The author(s) or copyright owner(s) agree that UNDIP-IR may, without changing the content, translate the submission to any medium or format for the purpose of preservation. The author(s) or copyright owner(s) also agree that UNDIP-IR may keep more than one copy of this submission for purpose of security, back-up and preservation:
(http://eprints.undip.ac.id)

- ***Definisi 2.2***

Suatu program matematika disebut program separabel jika untuk setiap fungsi kendala $g_i(x_1,.....,x_n)$ untuk $i = 1,2,...,m$ dan fungsi tujuan $Z = f(x_1,.....,x_n)$ berbentuk separabel.

Dari definisi (2.1) dan (2.2) dapat disimpulkan bahwa program linier pasti program separabel dan tidak setiap program non linier merupakan program separabel.

Berdasarkan bentuk umum masalah peminimalan program non linier beserta definisi (2.1) dan (2.2), maka bentuk umum program separabel dapat disajikan :

Minimumkan : $Z = f_1(x_1) + ... + f_n(x_n)$

Fungsi kendala : $g_{11}(x_1) + g_{12}(x_2) + ... + g_{1n}(x_n) \geq b_1$

$g_{21}(x_1) + g_{22}(x_2) + ... + g_{2n}(x_n) \geq b_2$

$g_{m1}(x_1) + g_{m2}(x_2) + ... + g_{mn}(x_n) \geq b_m$ (2.1)

dan

$x_1, x_2, ..., x_n \geq 0$

Untuk masalah pemaksimalan program separabel, maka bentuk umumnya dapat disajikan sebagai berikut :

Maksimumkan : $Z = f_1(x_1) + ... + f_n(x_n)$

Fungsi kendala : $g_{11}(x_1) + g_{12}(x_2) + ... + g_{1n}(x_n) \leq b_1$

$\vdots$

$g_{m1}(x_1) + g_{m2}(x_2) + ... + g_{mn}(x_n) \leq b_m$ (2.2)

dan

This document is Undip Institutional Repository Collection. The author(s) or copyright owner(s) agree that UNDIP-IR may, without changing the content, translate the submission to any medium or format for the purpose of preservation. The author(s) or copyright owner(s) also agree that UNDIP-IR may keep more than one copy of this submission for purpose of security, back-up and preservation:
(http://eprints.undip.ac.id)

$$x_1, x_2, \ldots, x_n \geq 0$$

dengan $f_1(x_1), \ldots, f_n(x_n)$ dan $g_{11}(x_1), \ldots, g_{mn}(x_n)$ adalah fungsi-fungsi non linier atau linier dengan peubah tunggal.

Dalam program separabel, penyelesaian optimal dapat diperoleh dengan dua metode yaitu metode Kuhn Tucker dan metode Aproksimasi Linier Putus Bersambung. Metode Kuhn Tucker dapat digunakan untuk mendapatkan penyelesaian optimal jika memenuhi dalil kecukupan Kuhn Tucker, apabila permasalahan tersebut tidak memenuhi dalil kecukupan Kuhn Tucker, maka penyelesaian optimal dapat diperoleh dengan menggunakan metode Aproksimasi Linier Putus Bersambung. Akan tetapi hasil yang diperoleh tidak eksak, karena metode ini merupakan metode pendekatan.

Pengujian suatu fungsi

Jika suatu fungsi dengan n variabel $F(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ dengan gradien sebagai turunan parsial x_j untuk $j = 1,2,\ldots,n$.

$$\nabla F(x_1, x_2, \ldots, x_n) = \left(\frac{\partial F}{\partial x_1}, \frac{\partial F}{\partial x_2}, \ldots, \frac{\partial F}{\partial x_n} \right)$$

maka dapat dibuat matrik Hessian dari fungsi $F(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ yang berisikan turunan parsial tingkat dua pada x_j untuk $j = 1, 2, \ldots, n$.

$$H_{F(x1, x2, \ldots, xn)} = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 F}{\partial x_1^2} & \frac{\partial^2 F}{\partial x_1 \partial x_2} & \cdots & \frac{\partial^2 F}{\partial x_1 \partial x_n} \\ \frac{\partial^2 F}{\partial x_2 \partial x_1} & \frac{\partial^2 F}{\partial x_2^2} & \cdots & \frac{\partial^2 F}{\partial x_2 \partial x_n} \\ \vdots & & & \vdots \\ \frac{\partial^2 F}{\partial x_n \partial x_1} & & \cdots & \frac{\partial^2 F}{\partial x_n^2} \end{bmatrix}$$

This document is Undip Institutional Repository Collection. The author(s) or copyright owner(s) agree that UNDIP-IR may, without changing the content, translate the submission to any medium or format for the purpose of preservation. The author(s) or copyright owner(s) also agree that UNDIP-IR may keep more than one copy of this submission for purpose of security, back-up and preservation:
(http://eprints.undip.ac.id)

Turunan parsial orde dua erat hubungannya dengan konsep kekonvekkan dan kekonkavan maka dengan menggunakan matrik Hessian $H_{F(x1,\ x2,\ldots,xn)}$ dapat dilakukan pengujian terhadap suatu fungsi sebagai berikut :

1. Pengujian fungsi konvek

   Fungsi F dikatakan konvek jika matrik Hessian dari F adalah definit positif atau semidefinit positif untuk semua nilai $x_1, x_2, \ldots, x_n$. Pengujian matrik Hessian dari F definit positif atau semidefinit positif jika dipenuhi :

   a. dapat dibuat matrik Hessian yang simetris

   b. Semua elemen diagonal simetris tidak negatif atau $\frac{\partial^2 F}{\partial x_j^{\,2}} \geq 0$, $j = 1,2,..,n$.

   c. Nilai determinan matrik Hessian selalu tidak negatif atau

$$\left|\frac{\partial^2 F}{\partial x_1^{\,2}}\right| \geq 0$$

$$\begin{vmatrix} \frac{\partial^2 F}{\partial x_1^{\,2}} & \frac{\partial^2 F}{\partial x_1 \partial x_2} \\ \frac{\partial^2 F}{\partial x_2 \partial x_1} & \frac{\partial^2 F}{\partial x_2^2} \end{vmatrix} \geq 0$$

$$\vdots$$

$$\begin{vmatrix} \frac{\partial^2 F}{\partial x_1^{\,2}} & \cdots & \frac{\partial^2 F}{\partial x_1 \partial x_n} \\ \vdots & & \vdots \\ \frac{\partial^2 F}{\partial x_n \partial x_1} & \cdots & \frac{\partial^2 F}{\partial x_n^{\,2}} \end{vmatrix} \geq 0$$

This document is Undip Institutional Repository Collection. The author(s) or copyright owner(s) agree that UNDIP-IR may, without changing the content, translate the submission to any medium or format for the purpose of preservation. The author(s) or copyright owner(s) also agree that UNDIP-IR may keep more than one copy of this submission for purpose of security, back-up and preservation:
(http://eprints.undip.ac.id)

2. Pengujian fungsi konkaf

Fungsi F dikatakan konkaf (-F konvek) jika matrik Hessian dari F adalah definit negatif atau semidefinit negatif untuk semua nilai $x_1, x_2, \ldots, x_n$. Pengujian matrik Hessian dari F definit negatif atau semidefinit negatif jika dipenuhi:

a. dapat dibuat matrik Hessian yang simetris

b. Semua elemen diagonal simetris tidak positif atau $\frac{\partial^2 F}{\partial x_j^{\,2}} \le 0$, $j = 1,2,..,n$.

c. Nilai determinan matrik Hessian adalah "≤", "≥", "≤", ..., saling bergantian dari orde 1x1 sampai nxn.

$$\left|\frac{\partial^2 F}{\partial x_1^{\,2}}\right| \le 0$$

$$\begin{vmatrix} \frac{\partial^2 F}{\partial x_1^{\,2}} & \frac{\partial^2 F}{\partial x_1 \partial x_2} \\ \frac{\partial^2 F}{\partial x_2 \partial x_1} & \frac{\partial^2 F}{\partial x_2^2} \end{vmatrix} \ge 0$$

$$\vdots$$

$$\begin{vmatrix} \frac{\partial^2 F}{\partial x_1^{\,2}} & \cdots & \frac{\partial^2 F}{\partial x_1 \partial x_n} \\ \vdots & & \vdots \\ \frac{\partial^2 F}{\partial x_n \partial x_1} & \cdots & \frac{\partial^2 F}{\partial x_n^{\,2}} \end{vmatrix} \ge 0$$

untk n genap.

This document is Undip Institutional Repository Collection. The author(s) or copyright owner(s) agree that UNDIP-IR may, without changing the content, translate the submission to any medium or format for the purpose of preservation. The author(s) or copyright owner(s) also agree that UNDIP-IR may keep more than one copy of this submission for purpose of security, back-up and preservation:
(http://eprints.undip.ac.id)

2.1. Metode Kuhn Tucker

Metode Kuhn Tucker dapat digunakan untuk mendapatkan penyelesaian optimal apabila memenuhi dalil kecukupan Kuhn Tucker. Dalam kasus peminimalan (persamaan 2.1), dalil kecukupan Kuhn Tucker harus dipenuhi :

1. Fungsi obyektif f(x) merupakan fungsi konvek dan dapat dideferensialkan untuk semua $x \geq 0$.
2. Setiap fungsi kendala g_i (x) merupakan fungsi konvek dan dapat dideferensialkan untuk semua $x \geq 0$.
3. Jika terdapat titik $\bar{x} = (\bar{x}_1, \bar{x}_2, \ldots, \bar{x}_n)$ adalah penyelesaian optimal dari permasalahan peminimalan (2.1), maka $\bar{x} = (\bar{x}_1, \bar{x}_2, \ldots, \bar{x}_n)$ harus memenuhi m kendala dalam (2.1) dan harus terdapat pengali $\bar{\lambda}_1, \bar{\lambda}_2, \ldots, \bar{\lambda}_m$ memenuhi :

$$\frac{\partial f(\bar{x})}{\partial x_j} + \sum_{i=1}^{m} \bar{\lambda}_i \frac{\partial g_i(\bar{x})}{\partial x_j} \geq 0 \qquad j = 1,2,\ldots,n$$

$$\bar{\lambda}_i [b_i - g_i(\bar{x})] = 0$$

$$\bar{x}_j \left[\frac{\partial f(\bar{x})}{\partial x_j} + \sum_{i=1}^{m} \bar{\lambda}_i \frac{\partial g_i(\bar{x})}{\partial x_j} \right] = 0$$

$$\bar{\lambda}_i \geq 0 \qquad i = 1,2,\ldots,m$$

sedangkan dalam kasus pemaksimalan (2.2) dalil kecukupan Kuhn Tucker harus dipenuhi :

1. Fungsi obyektif f(x) merupakan fungsi konkaf dan dapat dideferensialkan untuk semua $x \geq 0$.
2. Setiap fungsi kendala g_i (x) merupakan fungsi konvek dan dapat dideferensialkan untuk semua $x \geq 0$.

This document is Undip Institutional Repository Collection. The author(s) or copyright owner(s) agree that UNDIP-IR may, without changing the content, translate the submission to any medium or format for the purpose of preservation. The author(s) or copyright owner(s) also agree that UNDIP-IR may keep more than one copy of this submission for purpose of security, back-up and preservation:
(http://eprints.undip.ac.id)

3. Jika terdapat titik $\bar{x} = (\bar{x}_1, \bar{x}_2, ..., \bar{x}_n)$ adalah penyelesaian optimal dari permasalahan pemaksimalan (2.2), maka $\bar{x} = (\bar{x}_1, \bar{x}_2, ..., \bar{x}_n)$ harus memenuhi m kendala dalam (2.2) dan harus terdapat pengali $\bar{\lambda}_1, \bar{\lambda}_2, ..., \bar{\lambda}_m$ memenuhi :

$$\frac{\partial f(\bar{x})}{\partial x_j} - \sum_{i=1}^{m} \bar{\lambda}_i \frac{\partial g_i(\bar{x})}{\partial x_j} \leq 0 \qquad j = 1,2,...,n$$

$$\bar{\lambda}_i [b_i - g_i(\bar{x})] = 0$$

$$\bar{x}_j \left[\frac{\partial f(\bar{x})}{\partial x_j} - \sum_{i=1}^{m} \bar{\lambda}_i \frac{\partial g_i(\bar{x})}{\partial x_j} \right] = 0$$

$$\bar{\lambda}_i \geq 0 \qquad i = 1,2,...,m$$

Contoh

Maksimalkan $f(\mathbf{x}) = 3x_1 + x_2$

Kendala $x_1^2 + x_2^2 \leq 5$

$x_1, x_2 \geq 0$

untuk memperoleh nilai $\bar{x}$ yang optimal, harus diuji terlebih dahulu matrik Hessian dari fungsi f(x), yaitu:

$$H_{f(x)} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Karena matrik Hessiannya semi definit positif juga semi definit negatif maka fungsi f(x) adalah fungsi konvek sekaligus fungsi konkaf. Sehingga fungsi f(x) dapat mewakili fungsi konkaf.

Selanjutnya diuji pula matrik Hessian dari fungsi $g_1(\mathbf{x})$, yaitu:

$$H_{g_1(x)} = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$$

This document is Undip Institutional Repository Collection. The author(s) or copyright owner(s) agree that UNDIP-IR may, without changing the content, translate the submission to any medium or format for the purpose of preservation. The author(s) or copyright owner(s) also agree that UNDIP-IR may keep more than one copy of this submission for purpose of security, back-up and preservation:
(http://eprints.undip.ac.id)

karena matrik Hessiannya definit positif, maka fungsi $g_1(\mathbf{x})$ adalah fungsi konvek.

Syarat yang lain agar nilai $\bar{x}$ optimal, Kondisi Kuhn Tucker yang harus dipenuhi:

Untuk x_1 : $\frac{\partial f(\mathbf{x})}{\partial x_1} - \lambda_1 \frac{\partial g(\mathbf{x})}{\partial x_1} \leq 0$ (1)

$3 - 2x_1\lambda_1 \leq 0$

Untuk x_2 : $\frac{\partial f(\mathbf{x})}{\partial x_2} - \lambda_1 \frac{\partial g(\mathbf{x})}{\partial x_2} \leq 0$

$1 - 2x_2\lambda_1 \leq 0$

$x_1(3\text{-}2x_1\lambda_1) = 0$ (2)

$x_2(1 - 2x_2\lambda_1) = 0$

$x_1^2 + x_2^2 \leq 5$ (3)

$\lambda_1(x_1^2 + x_2^2 - 5) = 0$ (4)

$x_1, x_2 \geq 0$ (5)

$\lambda_1 \geq 0$ (6)

untuk mencari $\bar{x}$, diasumsikan bahwa kendala $g_1(\mathbf{x})$ atau (3) diambil sebagai pertidaksamaan.

Dari (4):

$\lambda_1 = 0$

selanjutnya disubstitusikan ke (2):

$x_1(3\text{-}0) = 0$ atau $x_1 = 0$

$x_2(1\text{-}0) = 0$ atau $x_2 = 0$

Jika x_1, x_2 dan $\lambda_1 = 0$ maka (1):

$3 - 0 \,.0 \leq 0$ dan $1 - 0 \,.\, 0 \leq 0$

This document is Undip Institutional Repository Collection. The author(s) or copyright owner(s) agree that UNDIP-IR may, without changing the content, translate the submission to any medium or format for the purpose of preservation. The author(s) or copyright owner(s) also agree that UNDIP-IR may keep more than one copy of this submission for purpose of security, back-up and preservation:
(http://eprints.undip.ac.id)

kontradiksi dengan (1).

Jadi asumsi (3) berupa pertidaksamaan adalah tidak benar, maka (3) berupa persamaan.

Selanjutnya diasumsikan bahwa hanya x_1 yang positif pada keoptimalan (karena koefisien fungsi obyektifnya adalah lebih besar), maka (1) :

$$3 - 2x_1\lambda_1 \leq 0 \quad \text{dan} \quad 1 - 2x_2\lambda_1 \leq 0 \text{ atau } 1 \leq 0.$$

Asumsi bahwa x_1 adalah positif dan x_2 sama dengan 0 adalah tidak benar.

Misalkan asumsikan bahwa x_1 dan x_2 adalah positif maka (2) :

$$x_1(3 - 2x_1\lambda_1) = 0 \text{ atau } 3 - 2x_1\lambda_1 = 0$$

$$\lambda_1 = \frac{3}{2x_1}$$

dan $\quad x_2(1 - 2x_2\lambda_1) = 0$ atau $1 - 2x_2\lambda_1 = 0$

$$\lambda_1 = \frac{1}{2x_2}$$

Dengan kata lain $\lambda_1 = \dfrac{3}{2x_1} = \dfrac{1}{2x_2}$

$$x_1 = 3x_2$$

Kondisi (3) berupa persamaan, maka:

$$x_1^2 + x_2^2 = 5$$

$$(3x_2)^2 + x_2^2 = 5$$

$$10x_2^2 = 5$$

$$x_2^2 = ½$$

$$x_2 = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

This document is Undip Institutional Repository Collection. The author(s) or copyright owner(s) agree that UNDIP-IR may, without changing the content, translate the submission to any medium or format for the purpose of preservation. The author(s) or copyright owner(s) also agree that UNDIP-IR may keep more than one copy of this submission for purpose of security, back-up and preservation:
(http://eprints.undip.ac.id)

selanjutnya $x_1 = 3x_2 = \frac{3\sqrt{2}}{2}$ dan $\lambda_1 = \frac{1}{2x_2} = \frac{\sqrt{2}}{2}$

sehingga nilai-nilai yang memenuhi kondisi Kuhn Tucker :

$$\bar{x}_1 = \frac{3\sqrt{2}}{2} \cong 2.1213$$

$$\bar{x}_2 = \frac{\sqrt{2}}{2} \cong 0.7071$$

$$\bar{\lambda}_1 = \frac{\sqrt{2}}{2} \cong 0.7071$$

Jadi $f(\bar{x}) = 3\bar{x}_1 + \bar{x}_2 = \frac{10\sqrt{2}}{2} = 5\sqrt{2} \cong 7.071$

2.2. Metode Aproksimasi Linier Putus Bersambung

Metode Kuhn Tucker dapat digunakan untuk mendapatkan penyelesaian optimal jika memenuhi dalil kecukupan Kuhn Tucker, apabila permasalahan tersebut tidak memenuhi dalil kecukupan Kuhn Tucker, maka penyelesaian optimal dapat diperoleh dengan menggunakan metode Aproksimasi Linier Putus Bersambung.

Algoritma metode Aproksimasi Linier Putus Bersambung untuk mendapatkan penyelesaian optimal, adalah sebagai berikut:

1. fungsi tujuan dan fungsi kendala dibuat menjadi fungsi dari tiap-tiap variabel bebasnya

   $f(x_1,.....,x_n) = f_1(x_1) + ... + f_n(x_n)$.

   $g_i(x_1,.....,x_n) = g_{i1}(x_1) + ... + g_{in}(x_n)$.

This document is Undip Institutional Repository Collection. The author(s) or copyright owner(s) agree that UNDIP-IR may, without changing the content, translate the submission to any medium or format for the purpose of preservation. The author(s) or copyright owner(s) also agree that UNDIP-IR may keep more than one copy of this submission for purpose of security, back-up and preservation:
(http://eprints.undip.ac.id)

2. menentukan batas-batas interval dari $x_1, x_2, \ldots, x_n$ untuk fungsi tujuan dan seluruh kendala.
3. melakukan partisi terhadap interval dari $x_1, x_2, \ldots, x_n$ (misal k partisi)
4. mengaproksimasi x_i yang didekati dengan $\lambda_{0i}, \lambda_{1i}, \ldots, \lambda_{ki}$ dinyatakan $x_{01}\lambda_{01} + \ldots + x_{r1}\lambda_{r1}$ yang disubstitusi kedalam fungsi $f_i(x_i)$ dan $g_i(x_i)$,

   dengan $\sum_{k=0}^{r} \lambda_{ki} = 1$ $\quad$ $k = 0, \ldots, r$; $i = 1, \ldots, n$

   $\lambda_{ki} \geq 0$
5. merubah fungsi $f_i(x_i)$ menjadi fungsi aproksimasi $\hat{f}_i(x_i)$ sebagai jumlahan fungsi aproksimasi variabel bebasnya, dan merubah semua kendala $g_{ij}(x_i)$ menjadi fungsi aproksimasi $\hat{g}_{ij}(x_i)$ sebagai jumlahan fungsi aproksimasi variabel bebasnya.
6. penyelesaian optimal dapat menggunakan tabel simplek dengan menambah kendala:

   $$\sum_{k=0}^{r} \lambda_{ki} = 1 \qquad k = 0, \ldots, r \ ; \ i = 1, \ldots, n$$

   $$\lambda_{ki} \geq 0$$

Dalam menyelesaikan masalah program non linier separabel dengan metode aproksimasi, agar lebih jelasnya langsung mencoba menyelesaikan suatu permasalahan dengan 2 peubah pilihan (n=2) dan 1 kendala pertidaksamaan (m=1) yang bentuk umumnya dapat dituliskan sebagai berikut :

This document is Undip Institutional Repository Collection. The author(s) or copyright owner(s) agree that UNDIP-IR may, without changing the content, translate the submission to any medium or format for the purpose of preservation. The author(s) or copyright owner(s) also agree that UNDIP-IR may keep more than one copy of this submission for purpose of security, back-up and preservation:
(http://eprints.undip.ac.id)

Maksimumkan : $Z = f(x_1, x_2) = f_1(x_1) + f_2(x_2)$.

Fungsi kendala : $g_1(x_1, x_2) = g_{11}(x_1) + g_{12}(x_2) \leq 0$

dan

$x_1, x_2 \geq 0$

dimana $f_1(x_1)$, $f_2(x_2)$, $g_{11}(x_1)$ dan $g_{12}(x_2)$ merupakan fungsi-fungsi non linier.

Dengan cara menentukan batas nilai dari peubah x_1 dan x_2, misalnya $0 \leq x_1 \leq \alpha_1$, dan $0 \leq x_2 \leq \alpha_2$, sedemikian sehingga Aproksimasi Linier dari fungsi tujuan maupun fungsi kendala dilakukan hanya pada batas interval tersebut.

Galat akan semakin kecil apabila pembagian interval tersebut semakin banyak, misalkan pada interval tersebut dibagi atas 5 segmen (r=5) sedemikian sehingga:

untuk $0 \leq x_1 \leq \alpha_1$ diambil $x_{01} = 0 < x_{11} < x_{21} < x_{31} < x_{41} < x_{51} < \alpha_1$

maka,

$$x_{01} \leq x_1 \leq x_{11},\ x_{11} \leq x_1 \leq x_{21},\ \ldots,\ x_{41} \leq x_1 \leq x_{51}$$

dan untuk $0 \leq x_2 \leq \alpha_2$ diambil $x_{02} = 0 < x_{12} < x_{22} < x_{32} < x_{42} < x_{52} < \alpha_2$

maka,

$$x_{02} \leq x_2 \leq x_{12},\ x_{12} \leq x_2 \leq x_{22},\ \ldots,\ x_{42} \leq x_2 \leq x_{52}$$

Sehingga aproksimasi linier dari $f_1(x_1)$ dan $g_{11}(x_1)$ adalah :

$$\hat{f}_1(x_1) = \lambda_{01} f_1(x_{01}) + \lambda_{11} f_1(x_{11}) + \lambda_{21} f_1(x_{21}) + \ldots + \lambda_{51} f_1(x_{51}).$$

$$\hat{g}_{11}(x_1) = \lambda_{01} g_{11}(x_{01}) + \lambda_{11} g_{11}(x_{11}) + \ldots + \lambda_{51} g_{11}(x_{51}).$$

dengan

This document is Undip Institutional Repository Collection. The author(s) or copyright owner(s) agree that UNDIP-IR may, without changing the content, translate the submission to any medium or format for the purpose of preservation. The author(s) or copyright owner(s) also agree that UNDIP-IR may keep more than one copy of this submission for purpose of security, back-up and preservation:
(http://eprints.undip.ac.id)

$\hat{x}_1 = \lambda_{01}x_{01} + \lambda_{11}x_{11} + \lambda_{21}x_{21} + \ldots + \lambda_{51}x_{51}$

dan $\lambda_{01} + \lambda_{11} + \lambda_{21} + \ldots + \lambda_{51} = 1$

sedangkan $f_2(x_2)$ dan $g_{12}(x_{12})$ adalah:

$\hat{f}_2(x_2) = \lambda_{02}\, f_2(x_{02}) + \lambda_{12}\, f_2(x_{12}) + \lambda_{22}\, f_2(x_{22}) + \ldots + \lambda_{52}\, f_2(x_{52})$.

$\hat{g}_{12}(x_{12}) = \lambda_{02}\, g_{12}(x_{02}) + \lambda_{12}\, g_{12}(x_{12}) + \lambda_{22}\, g_{12}(x_{22}) + \ldots + \lambda_{52}\, g_{12}(x_{52})$.

dengan

$\hat{x}_2 = \lambda_{02}x_{02} + \lambda_{12}x_{12} + \lambda_{22}x_{22} + \ldots + \lambda_{52}x_{52}$

dan $\lambda_{02} + \lambda_{12} + \lambda_{22} + \ldots + \lambda_{52} = 1$

Jadi model program non linier yang separabel tersebut menjadi :

Maksimumkan : $Z = f(x_1, x_2) = \hat{f}_1(x_1) + \hat{f}_2(x_2)$

Fungsi kendala : $g_1(x_1, x_2) = \hat{g}_{11}(x_1) + \hat{g}_{12}(x_2) \leq 0$

$\lambda_{01} + \lambda_{11} + \lambda_{21} + \lambda_{31} + \lambda_{41} + \lambda_{51} = 1$

$\lambda_{02} + \lambda_{12} + \lambda_{22} + \lambda_{32} + \lambda_{42} + \lambda_{52} = 1$

dan λ_{kj}, x_1, $x_2 \geq 0$, dengan $k = 0,1,2,\ldots, 5$ dan $j = 1,2$.

Jika masalah pemaksimalan program linier yang separabel muncul untuk n peubah dan m kendala, maka setelah dilakukan aproksimasi linier (dengan membagi dalam r segmen) bentuk terstrukturnya dapat dituliskan sebagai berikut :

Maksimumkan : $Z = \sum_{j=1}^{n}\sum_{k=0}^{r} \lambda_{kj} f_j(x_{kj})$

Fungsi kendala : $\sum_{j=1}^{n}\sum_{k=0}^{r} \lambda_{kj} g_{1j}(x_{kj}) \leq b_1$

$\sum_{j=1}^{n}\sum_{k=0}^{r} \lambda_{kj} g_{2j}(x_{kj}) \leq b_2$

This document is Undip Institutional Repository Collection. The author(s) or copyright owner(s) agree that UNDIP-IR may, without changing the content, translate the submission to any medium or format for the purpose of preservation. The author(s) or copyright owner(s) also agree that UNDIP-IR may keep more than one copy of this submission for purpose of security, back-up and preservation:
(http://eprints.undip.ac.id)

$$\vdots$$

$$\sum_{j=1}^{n}\sum_{k=0}^{r}\lambda_{kj}g_{mj}\left(x_{kj}\right)\leq b_m$$

$$\left.\begin{array}{l}\sum_{k=0}^{r}\lambda_{k1}=1\\ \sum_{k=0}^{r}\lambda_{k2}=1\\ \vdots\\ \sum_{k=0}^{r}\lambda_{kn}=1\end{array}\right\}\text{Kendala separabel}$$

dan

$\lambda_{kj}, x_j \geq 0$, untuk $k = 0,1,\ldots, r$ dan $j = 1, 2, \ldots, n$.

Sehingga didapatkan model program linier dengan (r + 1) x n peubah pilihan, m kendala pertidaksamaan dan n kendala persamaan. Ke-n kendala persaman disebut dengan kendala separabilitas.

This document is Undip Institutional Repository Collection. The author(s) or copyright owner(s) agree that UNDIP-IR may, without changing the content, translate the submission to any medium or format for the purpose of preservation. The author(s) or copyright owner(s) also agree that UNDIP-IR may keep more than one copy of this submission for purpose of security, back-up and preservation:
(http://eprints.undip.ac.id)