

## LEMBAR PENGESAHAN I

Judul : **Theorema Cayley – Hamilton Pada Matriks Atas Ring  
Komutatif**

Nama : Khamisna Zulaili

NIM : J2A 096 033

Tanggal lulus ujian : **25 Februari 2003**

Semarang, 10 Maret 2003

Panitia Ujian Sarjana Jurusan

Matematika

Ketua Jurusan Matematika



Drs. Yulianto Surarso, M.Sc. PhD

Drs. Djuwandi, SU  
NIP. 130 810 140

LEMBAR PENGESAHAN II

THEOREMA CAYLEY – HAMILTON PADA MATRIKS ATAS RING  
KOMUTATIF

Nama : Khamisna Zulaili

NIM : J2A 096 033

Telah diujikan pada ujian sarjana tanggal 25 Februari 2003 dan telah dinyatakan LULUS.

Semarang, 10 Maret 2003

Pembimbing Utama

Pembimbing Anggota

Pembimbing Anggota



Drs. Djuwandi, SU  
NIP. 130 810 140



Dra. Titi Udjiani SRRM, MSi  
NIP. 131 931 641



R. Heru Tjahjana, SSi, MSi  
NIP. 132 283 188

## HALAMAN PERSEMBAHAN

*Ku persembahkan Tugas Akhir ini  
Sebagai tanda hormat dan bakti Ku  
kepada Bapak – Ibu tercinta,  
Nenek, Kakak Adik dan  
ponakan – ponakan tersayang.*

## KATA PENGANTAR

Sepenuh langit dan sepenuh bumi penulis persembahkan puja dan puji syukur hanya kepada Allah. Yang telah menciptakan, yang telah menghembuskan nafas kehidupan kedalam jasad, kemudian menghidupkan jiwa hingga dapat merasakan hidup dalam kehidupan semesta sampai akhirnya berada dalam genggaman-Nya kembali. Tak terkecuali dalam pembuatan Tugas Akhir ini, Dialah yang selalu memberikan petunjuk dari kegelapan fikir, semangat dalam keputus-asaan dan kekuatan setelah beribu kepenatan merongrong jiwa dan raga.

Tugas Akhir ini berjudul "Theorema Cayley-Hamilton Pada Matriks Atas Ring Komutatif". Disusun untuk melengkapi syarat mendapatkan gelar sarjana strata satu pada Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam Universitas Diponegoro Semarang.

Pada kesempatan ini, perkenankanlah penulis mengucapkan terima kasih kepada :

1. Bapak Drs. Djuwandi, SU selaku dosen pembimbing utama yang telah berkenan memberikan bimbingan dan pengarahan hingga selesainya Tugas Akhir ini.
2. Ibu Dra. Titi Udjiani SRRM, M.Si selaku dosen pembimbing anggota yang selalu menerima penulis kapan pun penulis perlu bimbingan dan pengarahan selama masa pembuatan Tugas Akhir ini.
3. Bapak Redemtus Heru Tjahjana, S.Si, M.Si selaku dosen pembimbing anggota yang telah membimbing dan mengarahkan penulis selama awal-awal masa

penulisan hingga Tugas Akhir ini layak untuk dibaca dan dijadikan salah satu referensi.

4. Ibu Dra. Dwi Ispriyanti, M.Si selaku dosen wali yang telah dengan sabar membimbing dan memberikan nasihat-nasihatnya kepada penulis selama penulis menjadi anak walinya.
5. Bapak Drs. Bayu Suroso, M.Sc, PhD selaku dosen mata kuliah Aljabar yang telah bersedia menjadi teman diskusi penulis selama masa pembuatan Tugas Akhir ini.
6. Ibu Dra. Suparti, M.Si atas inspirasi yang didapat penulis untuk mengangkat Theorema Cayley-Hamilton Pada Matriks Atas Ring Komutatif sebagai tema Tugas Akhir ini lewat buku yang dipinjamkannya.
7. Rohani Islam FMIPA, HMI MPO dan Mahasiswa Pencinta Alam (WAPEALA) UNDIP atas pembentukan watak dan kepribadian penulis agar tidak manja dan gampang menyerah serta selalu optimis dalam segala kondisi. Tetap melihat peluang dalam sekecil apapun kesempatan dan siap menerima segala resiko yang mungkin terjadi baik itu menyenangkan atau tidak bagi penulis.
8. Teman-teman Matematika angkatan '96 atas dorongan dan dukungannya kepada penulis selama kuliah dan selama masa pembuatan Tugas Akhir ini.

Semarang, 10 Februari 2003

Penulis

## DAFTAR ISI

	Halaman
HALAMAN JUDUL .....	i
LEMBAR PENGESAHAN .....	ii
HALAMAN PERSEMBAHAN .....	iv
KATA PENGANTAR.....	v
DAFTAR ISI.....	vii
ABSTRAK .....	viii
DAFTAR SIMBOL.....	x
BAB I PENDAHULUAN.....	1
BAB II DASAR TEORI.....	3
2.1. Ring.....	3
2.2. Ring Polinomial .....	6
2.3. Algoritma Pembagian .....	11
2.4. Field dan Ruang Vektor.....	18
2.5. Irreducible Polinomial.....	21
2.6. Matriks Invertible.....	21
2.7. Polinomial Matriks (Matrix Polynomial).....	30
BAB III PEMBAHASAN .....	34
BAB IV KESIMPULAN.....	73
DAFTAR PUSTAKA.....	74

## DAFTAR SIMBOL

$R$	: Ring
$F$	: Field (lapangan)
$Q$	: Bilangan rasional
$Z$	: Bilangan bulat
$\forall$	: Untuk setiap
$\exists$	: Terdapat beberapa
$!$	: Terdapat dengan tunggal
$R[X]$	: Ring polinomial dalam $X$ dengan koefisien dari $R$
$M_{n \times n}(R)$	: Matriks ukuran $n \times n$ (matriks bujur sangkar)
$M_{n \times n}(R[X])$	: Polinomial matriks ukuran $n \times n$
$(M_{n \times n}(R))[X]$	: Polinomial dalam $X$ dengan koefisien dari $M_{n \times n}(R)$
$C_A(X)$	: Polinomial karakteristik dari matriks bujur sangkar $A$
$T_r(A)$	: Trace dari matriks $A$
$adj(A)$	: Adjoin dari matriks $A$
$I_n$	: $n \times n$ matriks identitas
$deg f$	: derajat dari $f$
$f_R(z)$	: Sisa kanan dari $f(X)$ di $z$
$f_L(z)$	: Sisa kiri dari $f(X)$ di $z$
$GL(n, R)$	: $n \times n$ matriks invertible dalam $M_{n \times n}(R)$
$U(R)$	: Unit dari $R$
$\mathcal{G}_A$	: Homomorfisma $R$ -aljabar dari $R[X]$ ke $M_{n \times n}(R)$

- $R[A]$  : Image dari  $\mathcal{G}_A$
- $N_A$  : Ideal nol dari  $A$
- $\text{Ker}(f)$  : kernel dari  $f$
- $\langle a \rangle$  : ideal yang dibangun oleh  $a$
- $C(R)$  : Center dari ring
- $X/Y$  :  $X$  membagi  $Y$
- : Akhir dari suatu bukti

