

B A B I I

MATERI PENUNJANG

2.1. PENGERTIAN DASAR GRAPH

Definisi 2.1.

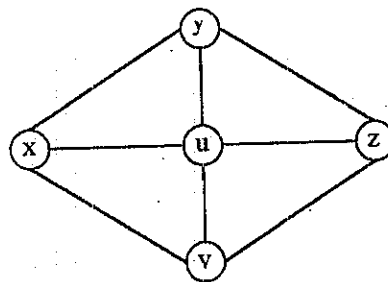
Graph adalah suatu himpunan tidak kosong dari titik-titik (verteks) $V(G) = \{v_1, v_2, v_3, \dots, v_n\}$ beserta himpunan garis-garis (edge) $E(G) = \{(v_1, v_2), (v_2, v_3), (v_3, v_4), \dots, (v_{n-1}, v_n)\}$ dan boleh kosong.

Graph G dinyatakan dengan $G(V, E)$ dan ruas garis berpangkal dan berujung pada titik-titik.

Contoh 2.1.

Berikut ini suatu graph $G(V, E)$ dengan himpunan titik $V = \{x, y, z, u, v\}$ dan himpunan garis $E = \{(x, y), (x, u), (x, v), (y, u), (y, z), (z, u), (z, v), (u, v)\}$.

Graph seperti ini dapat digambarkan secara geometris seperti berikut :



Gambar 2.1.1.

Graph dengan lima titik dan delapan garis.

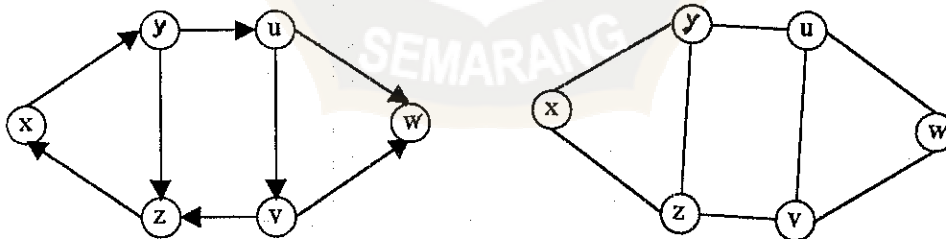
Definisi 2.2.

Suatu graph berarah G (directed graph atau digraph) adalah suatu graph yang terdiri dari himpunan titik-titik V dan himpunan garis E yang terdiri dari pasangan terurut dari titik yang dituliskan dengan (i,j) yang disebut garis berarah.

Contoh 2.2.

Misalkan $G(V,E)$ adalah suatu graph berarah dengan himpunan titiknya adalah $V = \{x,y,z,u,v,w\}$ dan garis berarahnya $E = \{(x,y), (y,z), (y,u), (z,x), (u,v), (u,w), (v,z), (v,w)\}$.

Pada gambar di bawah ini sebelah kiri adalah graph berarah dan di sebelah kanan adalah graph tidak berarah.



Gambar 2.1.2.

Graph berarah dan graph tidak berarah

Definisi 2.3.

Nilai/harga dari suatu garis dalam graph disebut bobot garis dilambangkan dengan $l(e)$ atau $l(i,j)$.

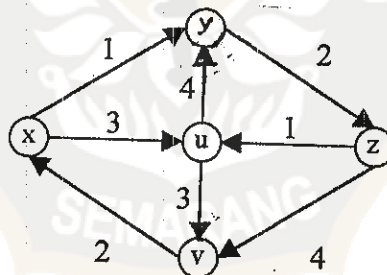
Bobot dari suatu garis dapat bernilai positif, negatif maupun nol.

Definisi 2.4.

Suatu graph berarah yang tiap garisnya berbobot disebut jaringan kerja berarah dinotasikan dengan $G(V,E,l)$.

Contoh 2.3.

Misalkan $G(V,E,l)$ adalah suatu graph berarah dengan himpunan titiknya adalah $V = \{x,y,z,u,v\}$ dan garis berarahnya $E = \{(x,y), (x,u), (y,z), (z,u), (z,v), (u,y), (u,v), (v,x)\}$ dengan bobot masing-masing garis adalah :



Gambar 2.1.3.

Jaringan kerja berarah

2.2. LINTASAN

Definisi 2.5.

Rantai adalah deretan bergantian antara titik dan garis yang dimulai dan diakhiri dengan titik sedemikian

sehingga setiap garis incident dengan titik sebelumnya dan titik sesudahnya, serta garis tidak boleh berulang.

Definisi 2.6.

Lintasan adalah rantai yang garis berarahnya sehaluan.

Contoh 2.4.

Seperti pada gambar 2.1.3. di atas maka lintasan x ke v adalah $x, (x,y), y, (y,z), z, (z,v), v$.

Definisi 2.7.

Bobot suatu lintasan adalah jumlah bobot semua garis yang membentuk lintasan tersebut. Bobot lintasan dari titik i ke titik j dilambangkan dengan $l(i,j)$.

Definisi 2.8.

Lintasan terpendek adalah lintasan yang menghubungkan titik i ke titik j dengan bobot lintasan terkecil.

Contoh 2.5.

Seperti pada gambar 2.1.3. contoh di atas maka lintasan terpendek dari x ke v adalah 6 atau $(x,v) = 6$ sebab bobot lintasan terkecil (x,v) adalah 6.

Definisi 2.9.

Lintasan terpendek multiterminal adalah lintasan terpendek dari suatu titik awal i ke suatu titik tujuan j untuk setiap $i, j = 1, 2, 3, \dots, n$ pada jaringan berarah $G(V, E, l)$.

Definisi 2.10.

Circuit adalah suatu lintasan yang titik awal dan titik akhirnya terletak pada titik yang sama atau biasanya disebut lintasan tertutup.

Definisi 2.11.

Circuit positif adalah suatu circuit di mana jumlah semua bobot garis yang membentuk circuit tersebut merupakan bilangan positif.

Definisi 2.12.

Circuit negatif adalah suatu circuit di mana jumlah semua bobot garis yang membentuk circuit tersebut merupakan bilangan negatif.

2.3. MATRIKS KONEKSI

Definisi 2.13.

Operasi minadisi (minaddition) adalah suatu operasi

khusus dari dua buah matriks $A = [a_{ij}]$ dan $B = [b_{ij}]$ berukuran $n \times n$ menjadi sebuah matriks baru $W = [w_{ij}]$ atau $W = A \otimes B$ (dibaca matriks A minadisi matriks B) dengan

$$w_{ij} = \min_k (a_{ik} + b_{kj})$$

$$k = 1, 2, 3, \dots, n$$

Definisi 2.14.

Matriks Koneksi (Connection Matrix) $C = [c_{ij}]$ dari n buah titik suatu jaringan $G(V, E, l)$ adalah suatu matriks berukuran $n \times n$ di mana elemen baris ke i dan kolom ke j dilambangkan dengan c_{ij} adalah menyatakan bobot garis (i, j) atau $c_{ij} = l(i, j)$ dengan

$$c_{ii} = 0 \text{ untuk setiap } i$$

$$c_{ij} = \infty \text{ untuk setiap } (i, j) \notin E$$

2.4. MATRIKS JARAK

Definisi 2.15.

Matriks Jarak (Distance Matrix) $D = [d_{ij}]$ dari n buah titik pada suatu jaringan $G(V, E, l)$ adalah suatu matriks berukuran $n \times n$ di mana elemen baris ke i kolom ke j dilambangkan dengan d_{ij} adalah menyatakan jarak dari titik i ke titik j dalam jaringan G di mana $d_{ii} = 0$ untuk setiap i .

Definisi 2.16.

Operasi Triple (Triple Operation) adalah suatu operasi perbandingan bobot garis $l(i,j)$ dengan dua buah garis lain yaitu $l(i,k)$ ditambah $l(k,j)$ di mana bobot yang terkecil digunakan untuk menggantikan bobot garis (i,j) .

