# BAB I

# PENDAHULUAN

## 1.1. Latar Belakang

Salah satu konsep pokok dalam Analisa Fungsional adalah pengertian metrik. Yaitu suatu pengertian tentang jarak. Misal X adalah suatu himpunan dan $x,y \in X$ maka pengertian metrik untuk X didefinisikan sebagai :

$$d(x,y) = \sqrt{(\xi_1-\eta_1)^2 + (\xi_2-\eta_2)^2 + \ldots + (\xi_n-\eta_n)^2}$$

dengan $x = (\xi_1,\xi_2,\xi_3)$ dan $y = (\eta_1,\eta_2,\eta_3)$

Generalisasi dari pengertian metrik adalah pengertian norma. Untuk setiap x dalam ruang bernorma X, norma untuk x dinyatakan sebagai $\|x\|$. Hubungan antara ruang metrik dan ruang bernorma adalah :

$$d(x,y) = \|x-y\|$$

Teori pendekatan adalah salah satu sisi aplikatif dari ruang bernorma. Jika X ruang bernorma dan Y ruang bagian X maka untuk setiap $x \in X$ dapat dilakukan pendekatan untuk x dari ruang bagian Y.

Pendekatan terbaik adalah titik atau titik $y_o \in Y$ sedemikian sehingga pada titik tersebut x mempunyai jarak minimum. Titik atau titik-titik pendekatan terbaik bisa ada bisa tidak. Jika ada titik ini bisa tunggal dan bisa juga jamak. Hal inilah yang menjadi alasan pertama untuk mengambilnya sebagai materi utama hal ini.

Ruang C[a,b] adalah ruang yang memuat fungsi-fungsi bernilai riil dan kontinu dalam interval [a,b]. Norma yang dikenakan pada ruang C[a,b] didefinisikan sebagai :

$$\|x\| = \underset{t_j \in J}{\mathrm{Max.}} |x(t_j)|$$

dengan J = [a,b]

Jika Y berdimensi hingga maka untuk setiap $x \in C[a,b]$ terdapat pendekatan terbaik untuk x dari dari Y $\subset C[a,b]$. Karena C[a,b]ruang bernorma tidak strict konvek untuk mengidentifikasikan ketunggalan titik pendekatan terbaik ini diperlukan syarat khusus yaitu syarat Haar. Hal ini menjadi alasan kedua untuk mengambil materi ini.

## 1.2. Permasalahan

Misal X adalah ruang bernorma dan Y adalah ruang bagian X. Dalam hal ini akan dibicarakan bagaimanakah definisi dan teorema untuk mengidentifikasi keberadaan dan ketunggalan pendekatan terbaik untuk $x \in X$ dari Y. Dan secara khusus akan dibicarakan bagaimanakah syarat agar pendekatan terbaik untuk $x \in C[a,b]$ dari $Y \subset C[a,b]$

tunggal.

## 1.3. Metode Pembahasan

Untuk menjabarkan permasalahan di atas akan digunakan metode studi literatur. Dengan metode ini akan dijabarkan beberapa definisi dan teorema yang diperlukan dan menunjang untuk menyelesaikan permasalahan di atas.
Dalam hal ini definisi dan teorema tersebut akan disusun sedemikian rupa sehingga definisi dan teorema yang dibahas terlebih dahulu akan mendasari dan berguna untuk pembahasan teorema selanjutnya.

## 1.4. Sistematika Pembahasan.

Penjabaran ini dibagi menjadi tiga bab. Bab I Pendahuluan. Bab II memuat materi-materi dasar dan penunjang untuk membahas Bab III. Bab III adalah materi pokok yang membicarakan masalah pendekatan terbaik untuk x dari Y dengan x dalam ruang bernorma X dan Y ruang bagian dari X.