# BAB I

# PENDAHULUAN

## 1.1. Latar Belakang

Dalam kehidupan sehari-hari dapat dijumpai suatu medium yang mentransmisikan informasi dari suatu station ke station lain, seperti saluran telepon atau saluran listrik. Untuk itu akan terdapat permasalahan informasi maksimum yang dapat ditransmisikan dalam unit waktu tertentu antara dua station. Dalam hal ini, titik menggambarkan suatu station dan garis menggambarkan medium antara dua station. Satu titik yang mewakili pusat komunikasi dapat menginformasikan ke tiap-tiap saluran yang dibatasi oleh kapasitas yang didefinisikan sebagai kapasitas garis. Kapasitas garis ini mewakili jumlah maksimum informasi yang dapat ditransmisikan oleh garis. Kapasitas terminal $\tau_{ij}$ dari suatu pasangan titik dengan titik awal i dan titik akhir j adalah mewakili kapasitas yang ada untuk komunikasi dari i ke j. Sehingga untuk semua pasangan titik-titik dari suatu jaringan komunikasi dapat ditentukan kapasitas terminalnya.

Kemampuan komunikasi antara semua pasangan titik dalam jaringan komunikasi G(V, E, c, f) dapat disajikan dalam suatu matriks kapasitas terminal. Dua jaringan komunikasi n-titik merupakan suatu jaringan ekuivalen jika mempunyai matriks kapasitas terminal yang sama. Setiap jaringan komunikasi tak berarah n-titik adalah ekuivalen terhadap suatu tree. Algoritma Gomory - Hu merupakan suatu cara dalam membangun suatu jaringan ekuivalen tree dengan menyelesaikan secara tepat masalah aliran maksimum n - 1 tanpa harus menentukan matriks kapasitas terminal maupun partisi utama ataupun membangun suatu tree maksimum terlebih dahulu.

## 1.2. Permasalahan

1. Bagaimana membangun suatu jaringan ekuivalen tree secara tepat untuk masalah aliran maksimum n - 1 dengan menggunakan algoritma Gomory - Hu.
2. Bagaimana membangun suatu jaringan tree linier dari suatu jaringan komunikasi tak berarah.

## 1.3. Pembatasan Masalah

Dalam tugas akhir ini, masalah dibatasi pada suatu jaringan komunikasi tak berarah yang terdiri dari garis berhingga tanpa loop dan hanya garis-garisnya saja yang mempunyai kapasitas garis berhingga.

## 1.4. Pembahasan Masalah

Dalam suatu jaringan komunikasi tak berarah G(V, E, c, f) yang terdiri dari garis berhingga dan setiap garisnya mempunyai kapasitas yang berhingga, terdapat suatu aliran yang dapat ditransmisikan dari suatu titik i ke titik j. Aliran ini merupakan aliran maksimum yang disebut kapasitas terminal dari i ke j yang dinotasikan dengan $\tau_{ij}$.

Harga aliran maksimum $f_{mak}$ dari i ke j dalam suatu jaringan komunikasi tak berarah G(V, E, c, f) adalah sama dengan kapasitas minimum dari potongan i - j. Kemampuan komunikasi antara semua pasangan titik dalam jaringan komunikasi tersebut dapat dinyatakan dalam suatu matriks yang disebut matriks kapasitas terminal. Matriks kapasitas terminal ini dapat dinyatakan sebagai suatu tree.

Dua jaringan komunikasi n-titik merupakan aliran yang ekuivalen jika mempunyai matriks kapasitas terminal yang sama. Setiap jaringan komunikasi tak berarah ekuivalen terhadap suatu tree dan terdapat paling banyak n - 1 bilangan kapasitas terminal yang berbeda.

Gomory dan Hu memberikan suatu cara atau prosedur yang tepat dalam menyelesaikan masalah aliran maksimum n - 1, yang disebut sebagai Algortima Gomory - Hu. Lebih jauh lagi, masalah-masalah ini diselesaikan menjadi suatu jaringan yang lebih sederhana dari pada jaringan aslinya. Jaringan yang dihasilkan merupakan suatu jaringan ekuivalen tree. Adapun algoritma Gomory - Hu adalah sebagai berikut:

***Step 1.*** Menentukan i = 1. Memilih dua titik $x_1$ dan $x_2$ yang berbeda dan menentukan potongan $(X_1, X_2)$ yang merupakan potongan minimum

$x_1$ - $y_1$. Himpunan titik $X_1$ dan $X_2$ digambarkan dengan dua titik dan dihubungkan dengan suatu garis yang mempunyai kapasitas $c(X_1, X_2)$.

***Step 2.*** Memilih suatu himpunan titik $X_k$ ($1 \leq k \leq i+k$), kemudian memilih dua titik y dan z yang berbeda dalam $X_k$ tersebut. Memindahkan titik $X_k$ dan semua garis yang incident terhadapnya sehingga menghasilkan suatu forest yang mengandung beberapa subtree. Titik-titik yang berada dalam setiap subtree disatukan sehingga terbentuk suatu jaringan padat $G(V^*, E^*, c^*, f^*)$.

***Step 3.*** Menentukan potongan (Y, Z) yang merupakan potongan minimum y - z, yang membagi himpunan titik $X_k$ menjadi $X_{k1}$ dan $X_{k2}$ dengan $y \in X_{k1}$ dan $z \in X_{k2}$. Menghubungkan $X_{k1}$ dan $X_{k2}$ dengan suatu garis yang mempunyai kapasitas $c^*(Y, Z)$.

***Step 4.*** Menentukan $X_k = X_{k1}$ dan $X_{i+2} = X_{k2}$. $i = i + 1$.

***Step 5.*** Jika $i = n - 1$, selesai. Jika tidak kembali ke step 2.

Dari jaringan ekuivalen tree yang dihasilkan, dapat ditentukan matriks kapasitas terminal dan selanjutnya setelah dipartisi utama dapat dibangun suatu tree linier.

$x_1$ - $y_1$. Himpunan titik $X_1$ dan $X_2$ digambarkan dengan dua titik dan dihubungkan dengan suatu garis yang mempunyai kapasitas $c(X_1, X_2)$.

***Step 2.*** Memilih suatu himpunan titik $X_k$ ($1 \le k \le i+k$), kemudian memilih dua titik y dan z yang berbeda dalam $X_k$ tersebut. Memindahkan titik $X_k$ dan semua garis yang incident terhadapnya sehingga menghasilkan suatu forest yang mengandung beberapa subtree. Titik-titik yang berada dalam setiap subtree disatukan sehingga terbentuk suatu jaringan padat $G(V^*, E^*, c^*, f^*)$.

***Step 3.*** Menentukan potongan (Y, Z) yang merupakan potongan minimum y - z, yang membagi himpunan titik $X_k$ menjadi $X_{k1}$ dan $X_{k2}$ dengan $y \in X_{k1}$ dan $z \in X_{k2}$. Menghubungkan $X_{k1}$ dan $X_{k2}$ dengan suatu garis yang mempunyai kapasitas $c^*(Y, Z)$.

***Step 4.*** Menentukan $X_k = X_{k1}$ dan $X_{i+2} = X_{k2}$. $i = i + 1$.

***Step 5.*** Jika $i = n - 1$, selesai. Jika tidak kembali ke step 2.

Dari jaringan ekuivalen tree yang dihasilkan, dapat ditentukan matriks kapasitas terminal dan selanjutnya setelah dipartisi utama dapat dibangun suatu tree linier.

### 1.5. Sistematika Penulisan

Bab I merupakan bab pendahuluan yang berisi tentang latar belakang permasalahan, permasalahan yang akan dibahas, pembatasan masalah, pembahasan masalah dan sistematika penulisan.

Bab II berisi teori penunjang yang diperlukan dalam pembahasan masalah yang meliputi graph tak berarah, beberapa operasi dalam graph, pengertian tree, tree maksimum, potongan i - j, matriks kapasitas terminal, jaringan ekuivalen tree dan partisi utama dari matriks kapasitas terminal.

Selanjutnya bab III membahas tentang suatu algoritma dalam membangun suatu jaringan ekuivalen tree dengan menyelesaikan secara tepat masalah aliran n - 1 yang terdiri dari:

1. Algoritma Gomory - Hu
2. Pembuktian Algoritma Gomory - Hu.

Sebagai penutup berisi kesimpulan berkaitan dengan hasil pembahasan masalah dari tugas akhir yang penulis susun.