

INTEGRAL LEBESGUE



SKRIPSI

Sebagai Salah Satu Syarat untuk Mencapai
Gelar Sarjana Strata Satu pada Jurusan Matematika
Fakultas MIPA UNDIP

Oleh :

M. WIDARYANTO

J 101900369

FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM

UNIVERSITAS DIPONEGORO

SEMARANG

1997

HALAMAN PENGESAHAN

Lembar 1

Judul : Integral Lebesgue
Nama : Muhamad Widaryanto
N I M : J 101 90 0369

Tanggal lulus ujian sarjana 30 April 1997.

Semarang , Mei 1997

Jurusan Matematika



Panitia Penguji

Ketua ,


Drs. Sutomo

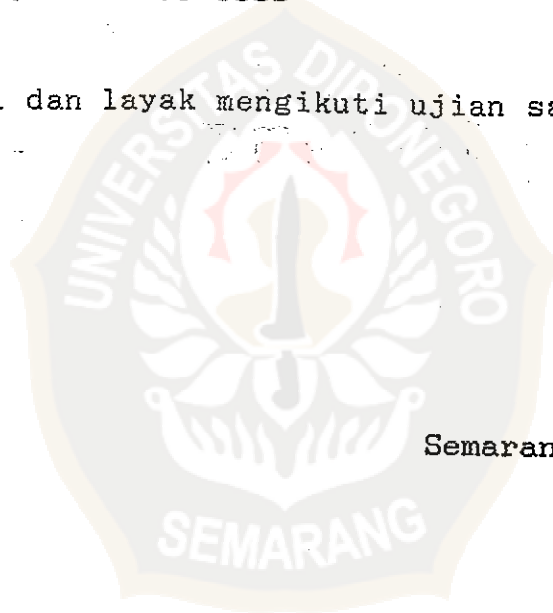
NIP. 130 324 143

HALAMAN PENGESAHAN

Lembar 2

Judul : Integral Lebesgue
Nama : Muhamad Widaryanto
N I M : J 101 90 0369

Telah selesai dan layak mengikuti ujian sarjana.



Semarang , Mei 1997

Pembimbing Anggota

Drs. YD. Sumanto
NIP. 132 048 856

Pembimbing Utama

Drs. Sutomo
NIP. 130 324 143

DAFTAR SIMBOL

| | |
|---------------------------------------|---|
| $>$: lebih besar dari pada | $f(x)$: fungsi f dari x |
| $<$: lebih kecil dari pada | $\mathcal{P}(x)$: power set |
| \geq : lebih besar atau sama dengan | \mathcal{B} : himpunan Borel |
| \leq : lebih kecil atau sama dengan | \emptyset : himpunan terbuka |
| $=$: sama dengan | \mathbb{R}^n : dimensi n |
| \neq : tidak sama dengan | a.e. : almost everywhere |
| \subset : himpunan bagian dari | e : bilangan natural |
| \supset : memuat | χ_A : fungsi karakteristik dari A |
| \subseteq : himpunan bagian sejati | X_n : X sub n |
| \cup : union | $X_n \rightarrow a$: X_n mendekati a |
| \cap : interseksi | \uparrow : naik indefinite |
| \setminus : selisih | \downarrow : turun indefinite |
| \emptyset : himpunan kosong | $\lim X_n$: limit barisan X_n |
| \in : elemen dari | $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$: limit $f(x)$ dimana x mendekati a |
| \notin : bukan elemen dari | \sim : tak berhingga |
| \exists : terdapat | \int : integral |
| $\exists!$: terdapat dengan tunggal | α : alpha (konstan) |
| \forall : untuk setiap | β : beta (konstan) |
| \Rightarrow : sedemikian sehingga | γ : gamma (konstan) |
| \vee : supremum | δ, Δ : delta |
| \wedge : infimum | ε : epsilon |
| \mathbb{N} : himpunan bilangan asli | λ : lamda (ukuran) |
| $ $: harga mutlak | σ, Σ : sigma |
| ϕ : phi | μ : mu (ukuran) |
| π : pi | Ψ : psi (fgs tangga) |
| | $A \times B$: cartesian produk dari himpunan A dan B |

KATA PENGANTAR

Untuk kesekian kalinya , puji syukur penulis panjatkan kehadirat Allah SWT yang telah melimpahkan segala rahmat dan hidayah-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan Tugas Akhir ini.

Tugas Akhir yang berjudul INTEGRAL LEBESGUE disusun dalam rangka menyelesaikan studi pada Jurusan Matematika Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam (MIPA) Universitas Diponegoro Semarang.

Dan pada kesempatan ini penulis ucapkan rasa terima kasih yang setulusnya kepada :

1. Bapak Drs. Harjito , selaku Ketua Jurusan Matematika Universitas Diponegoro Semarang.
2. Bapak Drs. Soetomo , selaku Pembimbing I yang telah memberikan bimbingan dan pengarahan kepada penulis.
3. Bapak Drs. Y.D. Sumanto , selaku Pembimbing II yang memberikan bimbingan dan pengarahan kepada penulis dari awal sampai akhir penulisan.
4. Bapak Drs. Solikhin Zaki , selaku Dosen Wali yang membantu penulis selama kuliah di Jurusan Matematika MIPA Universitas Diponegoro Semarang.

5. Bapak dan Ibu Dosen di Jurusan Matematika MIPA Universitas Diponegoro Semarang yang telah berkenan memberikan ilmu pengetahuannya kepada penulis selama masa kuliah.
6. Bapak dan Ibu serta adik - adik tercinta :
Arif , Ali , Adhi dan Ika
7. Sahabat - sahabat tersayang :
Tom , Ridho , Obet , Heri , Yusup , Ari dan teman - teman Angkatan '90.
8. Serta semua pihak yang telah membantu penulis dalam menyelesaikan Tugas Akhir ini.

Akhirnya penulis berharap semoga Tugas Akhir ini bermanfaat bagi semua pihak , khususnya bagi almamater tercinta Matematika Universitas Diponegoro Semarang.

Penulis juga menyadari bahwa Tugas Akhir ini masih jauh dari kesempurnaa. Oleh karena itu dengan segala kerendahan hati dan keikhlasan jiwa , penulis berharap para pembaca berkenan memberikan kritik dan saran demi kesempurnaan penulisan ini.

Semarang , April 1997

Penulis

DAFTAR ISI

| | |
|---|-----|
| HALAMAN JUDUL | 1 |
| HALAMAN PENGESAHAN | ii |
| ABSTRAK | iv |
| DAFTAR SIMBOL | vi |
| KATA PENGANTAR | vii |
| DAFTAR ISI | ix |
| BAB I. PENDAHULUAN | |
| 1.1. Pengertian dan Latar Belakang | 1 |
| 1.2. Perumusan Masalah | 2 |
| 1.3. Metode Pembahasan | 3 |
| 1.4. Sistematika Penulisan | 3 |
| BAB II. UKURAN LEBESGUE | |
| 2.1. Semiring | 8 |
| 2.2. Ukuran Semiring | 11 |
| 2.3. Ukuran Luar (Outer measure) | 16 |
| 2.4. Fungsi-fungsi terukur (Measurable Function) | 21 |
| 2.5. Fungsi - fungsi Sederhana (Simple Functions) dan Fungsi - fungsi Tangga (Step Functions) | 28 |
| 2.6. Ukuran Lebesgue (Lebesgue Measure) | 36 |
| 2.7. Fungsi Atas (Upper Function) | 37 |

BAB III. INTEGRAL RIEMANN

BAB IV . INTEGRAL LEBESGUE

| | |
|--|----|
| 4.1. Fungsi - fungsi Terintegral Lebesgue | 53 |
| 4.2. Relevansi Integral Lebesgue dan Integral Riemann | 65 |
| 4.3. Aplikasi Integral Lebesgue | 76 |

BAB V. KESIMPULAN

DAFTAR PUSTAKA

