

BAB II

RASIO SINYAL GANGGUAN DALAM DESAIN ROBUST

2.1 KONSEP DASAR STATISTIK

Sebelum membahas momen dan fungsi pembangkit ada baiknya mengetahui tentang teori fungsi Distribusi Probabilitas untuk variabel random diskrit dan variabel random kontinyu.

Fungsi Distribusi $F_X(x)$ untuk suatu variabel random diskrit X memberikan nilai $P(X \leq x)$ untuk sebarang bilangan riil x yaitu :

$$F_X(x) = P(X \leq x) \text{ untuk } -\infty < x < \infty$$

$$F_X(x) = \sum_{x_i < x} P_X(x_i) \quad i = 1, 2, 3, \dots \quad (2.1)$$

Fungsi densitas diskrit dari variabel random diskrit X dinotasikan dengan $f_X(x)$ didefinisikan

$$f_X(x) = \begin{cases} P(X = x_i) & \text{Jika } x = x_i, i = 1, 2, 3, \dots \\ 0 & \text{Jika } x \neq x_i \end{cases}$$

Fungsi densitas untuk variabel random kontinyu X dinotasikan dengan $f_X(x)$ didefinisikan

$$F_X(x) = \int_{-\infty}^x f_X(x) dx \quad (2.2)$$

$F_X(x)$ merupakan fungsi distribusi dimana

$$F_X(x) = P(X \in [-\infty, x]) \text{ untuk } -\infty < x < \infty$$

2.1.1 MOMEN DAN FUNGSI PEMBANGKIT

Definisi 2.1.1 :

Momen ke k dari suatu variabel random X adalah $m_k = E[X^k]$,

$k = 1, 2, 3, \dots$

Momen pertama m_1 didefinisikan

$$m_1 = E[X^1] = E[X] = \mu_x$$

Momen kedua m_2 didefinisikan

$$m_2 = E[X^2]$$

Dengan menggunakan hubungan persamaan varian

$$\begin{aligned} \sigma_x^2 &= E[(X - \mu_x)^2] \\ &= E[X^2 - 2X\mu_x + \mu_x^2] \\ &= E[X^2] - 2\mu_x E[X] + E[\mu_x^2] \\ &= E[X^2] - \mu_x^2 \end{aligned}$$

$$\sigma_x^2 + \mu_x^2 = E[X^2] \quad (2.3)$$

Hasil hubungan diatas menunjukkan bahwa jika m_1 dan m_2 diketahui maka kita dapat menghitung mean dan varian dari variabel random X .

Contoh 2.1 :

Pada pelemparan suatu panah kecil pada sebuah target diketahui probabilitas kena mata sapi adalah 0.9.

Diberikan $x = 1$ jika kena mata sapi dan $x = 0$ jika tidak

kena, kemudian dapat dibuat persamaan

$$\begin{aligned} p_x(x) &= 0.1 && \text{untuk } x = 0 \\ &= 0.9 && \text{untuk } x = 1 \\ &= 0 && \text{lainnya} \end{aligned}$$

Moment ke k dari X adalah

$$m_k = E[X^k] = 0^k \cdot (0.1) + 1^k \cdot (0.9) = 0.9 \quad \text{untuk } k = 1, 2, 3, \dots$$

Definisi 2.1.2 :

Fungsi pembangkit momen untuk suatu variabel random X adalah

$$m_x(t) = E[e^{tx}] \quad -\infty < t < \infty \quad (2.4)$$

e^{tx} dapat dihitung dengan deret Taylor pada $x = 0$

$$e^{tx} = 1 + tx + \frac{(tx)^2}{2!} + \frac{(tx)^3}{3!} + \dots \quad (2.5)$$

Untuk setiap bilangan riil t dan x, maka kita dapat menulis

$$\begin{aligned} m_x(t) &= E[e^{tx}] \\ &= E\left[1 + tx + \frac{(tx)^2}{2!} + \frac{(tx)^3}{3!} + \dots\right] \\ &= 1 + t \cdot E[X] + \frac{t^2}{2!} \cdot E[X^2] + \frac{t^3}{3!} \cdot E[X^3] + \dots \\ &= 1 + t \cdot m_1 + \frac{t^2}{2!} \cdot m_2 + \frac{t^3}{3!} \cdot m_3 + \dots \end{aligned}$$

dimana m_1, m_2, m_3, \dots adalah momen untuk X.

Contoh 2.3 :

Panjang dari waktu suatu transistor akan bekerja adalah variabel random Y dengan fungsi densitas

$$f_y(y) = 0.001 \cdot e^{-0.001y} \quad y > 0$$

$$= 0 \quad \text{lainnya}$$

Fungsi pembangkit momen untuk Y adalah

$$m_y(t) = E(e^{ty})$$

$$= \int_0^{\infty} e^{ty} \cdot 0.001 \cdot e^{-0.001y} dy$$

$$= \int_0^{\infty} 0.001 \cdot e^{-y(0.001 - t)} dy$$

$$= \frac{0.001}{0.001 - t} \quad \text{untuk } t < 0.001$$

Dari sini kita menemukan bahwa :

$$\mu_y = m_1 = m^{(1)}(0) = 1000$$

$$m_2 = m^{(2)}(0) = 2(1000)^2$$

$$\text{maka } \sigma_y^2 = m_2 - \mu_y^2$$

$$= (1000)^2$$

$$\sigma_y = 1000$$

2.1.2 DISTRIBUSI NORMAL

Distribusi Normal merupakan jenis distribusi dengan variabel random kontinyu.

Jika X variabel random kontinyu mempunyai fungsi densitas

$$f_X(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left[\frac{x-\mu}{\sigma}\right]^2} \quad (2.6)$$

dimana $\pi = 3.1416$

$e = 2.7183$

μ = parameter rata-rata untuk distribusi

σ = parameter simpangan baku untuk distribusi

untuk $-\infty < x < \infty$, maka dikatakan variabel random X berdistribusi Normal.

Bila untuk setiap titik x diplotkan pada sumbu x dan sumbu y ($f_x(x)$) maka kurva distribusi Normal dapat digambarkan pada gambar 2.1 .

Untuk menentukan peluang harga X antara a dan b ($P(a < x < b)$) dapat menggunakan rumus :

$$P(a < x < b) = \int_a^b (\sigma\sqrt{2\pi})^{-1} e^{-\frac{1}{2}\left[\frac{x-\mu}{\sigma}\right]^2} dx \quad (2.7)$$

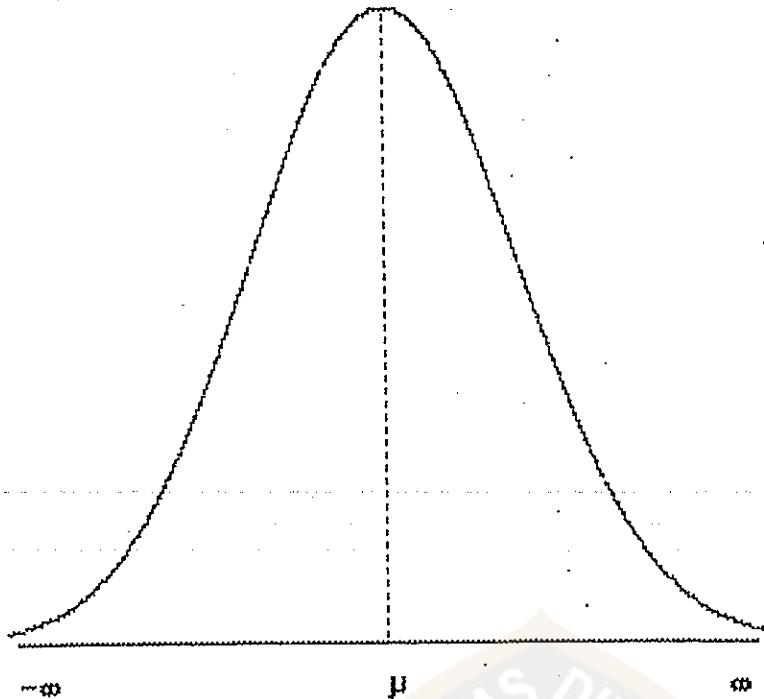
Dengan menggunakan persamaan 2.1, Distribusi Normal dengan mean $\mu = 0$ dan simpangan baku $\sigma = 1$ ($N(0,1)$), mempunyai fungsi densitas

$$f(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}z^2} \quad \text{untuk } -\infty < z < \infty$$

Distribusi diatas merupakan distribusi normal standar. Untuk mengubah $N(0,1)$ menjadi bentuk normal $N(\mu, \sigma^2)$ digunakan transformasi :

$$z = \frac{x - \mu}{\sigma}$$

$$x = \mu + \sigma z \quad (2.8)$$



Gambar 2.1

Kurva Distribusi Normal

2.1.3 TEOREMA BATAS MEMUSAT (CENTRAL LIMIT THEOREM)

Teorema :

Jika $\{ X_n \}$ adalah barisan dari variabel random yang independen dan didistribusikan secara identik dengan kesamaan nilai harapan/mean dan varian yang terbatas, maka variabel random

$$Y_n = \frac{\sum x_i - n \cdot \mu}{\sigma \sqrt{n}} = \frac{\bar{X}_n - \mu}{\sigma / \sqrt{n}} \quad (2.9)$$

mempunyai limit distribusi $N(0,1)$

Bukti :

Kita menganggap, bahwa barisan tersebut mempunyai fungsi pembangkit momen $m_X(t) = E[e^{tx}]$; $-h < t < h$

$\{ X_n \}$ barisan dari sampel random $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ adalah

independen.

$$m_{y_n}(t) = E[e^{ty_n}]$$

$$= E \left[e^{t \frac{\sum x_i - n \cdot \mu}{\sigma \sqrt{n}}} \right]$$

Karena $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ independen maka

$$= E \left[e^{t \frac{\sum x_1 - n \cdot \mu}{\sigma \sqrt{n}}} \right] \cdot E \left[e^{t \frac{\sum x_2 - n \cdot \mu}{\sigma \sqrt{n}}} \right] \cdot \dots \cdot E \left[e^{t \frac{\sum x_n - n \cdot \mu}{\sigma \sqrt{n}}} \right]$$

$$= E \left[e^{t \frac{x - n \cdot \mu}{\sigma \sqrt{n}}} \right]^n$$

$$= E \left[m_z \left(\frac{t}{\sigma \sqrt{n}} \right) \right]^n \quad \text{dimana } z = x - \mu \text{ dan } -h < \frac{t}{\sigma \sqrt{n}} < h$$

Dengan deret taylor

$$m_z(t') = 1 + m_1(0)t' + \frac{m_2(t_0)t'^2}{2}$$

dengan $0 < t_0 < t'$ dimana $t' = \frac{t}{\sigma \sqrt{n}}$

dari sifat fungsi pembangkit momen dimana variabel random

$z = x - \mu$ maka $m_1 = E[x - \mu] = 0$ dan $m_2 = \sigma^2$

maka deret taylor dapat dituliskan :

$$m_z(t') = 1 + \frac{m_2(t_0)}{2} t'^2$$

$$m_z \left[\frac{t}{\sigma \sqrt{n}} \right] = 1 + \frac{m_2(t_0)t^2}{2n\sigma^2}$$

$$= 1 + \frac{t^2}{2n} + \frac{\left[(m_2(t_0') - \sigma^2) t^2 \right]}{2n\sigma^2}$$

$$m_{y_n}(t) = \left[m_2 \left(\frac{t}{\sigma\sqrt{n}} \right) \right]^n$$

$$= \left[1 + \frac{t^2}{2n} + \frac{\left[(m_2(t_0') - \sigma^2) t^2 \right]}{2n\sigma^2} \right]^n$$

maka $\lim_{x \rightarrow \infty} m_2 \left(\frac{t_0'}{\sigma\sqrt{n}} \right) = \sigma^2$

sehingga harga $m_{y_n}(t)$ mendekati $e^{-\frac{t^2}{2}}$ jika n mendekati tak terhingga.

$$m_{y_n}(t) = \left[1 + \frac{t^2}{2n} \right]^n$$

Kesimpulannya $m(t) = e^{-\frac{t^2}{2}}$ atau

$$f_{y_n}(x) \longrightarrow \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-\frac{t^2}{2}} dt$$

dimana n mendekati tak terhingga adalah fungsi pembangkit momen dari $N(0,1)$ menurut persamaan (2.6)

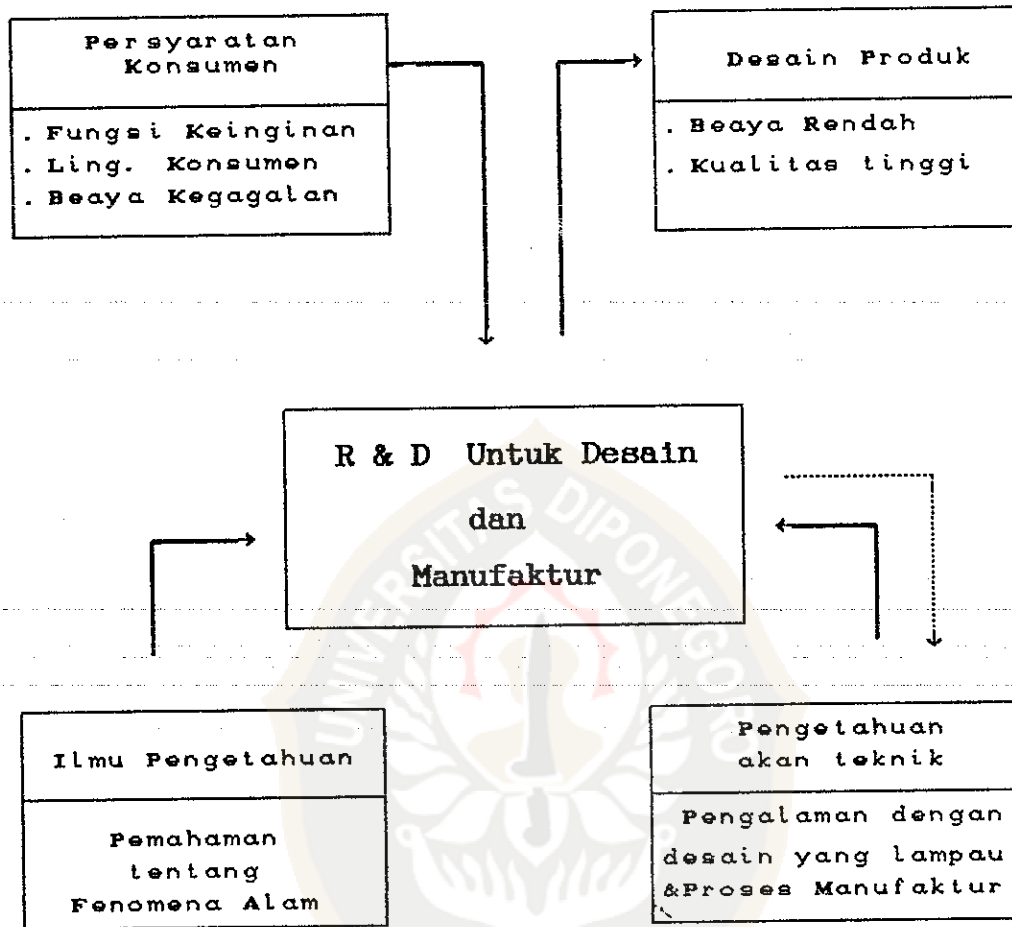
2.2 PRINSIP DASAR DESAIN ROBUST

Tujuan dari teknik desain, yang merupakan bagian dasar dari riset dan pengembangan (R & D) adalah untuk menghasilkan produk-produk yang memenuhi persyaratan pelanggan. Pengetahuan akan peristiwa dan rekayasa pengalaman masa lampau dengan desain produksi yang mirip dan bentuk proses pembuatan merupakan dasar dari aktivitas teknik desain, yang dapat dilihat pada gambar 2.2 .

Bagaimanapun sejumlah keputusan - keputusan baru dihubungkan terhadap produk khusus yang harus dibuat berkenaan dengan arsitektur produksi, parameter dari desain produksi, proses arsitektur, dan parameter dari proses pembuatan.

Sebagian besar dari usaha rekayasa dihabiskan dalam eksperimen-eksperimen (kecuali dengan hardware/perangkat keras atau dengan simulasi) untuk membangun informasi yang diperlukan untuk menuntun keputusan-keputusan ini.

Robust desain adalah suatu teknik metodologi untuk memperbaiki produktivitas selama penelitian (research) dan pengembangan (development), dengan demikian produk-produk dengan kaulitas tinggi dapat dihasilkan secara cepat dan dengan biaya rendah.



Gambar 2.2

Aktivitas Teknik Desain

Metode Desain Robust dapat diaplikasikan secara luas terhadap masalah yang bermacam-macam dalam bidang elektronik, produk otomotif, Fotografi dan beberapa perusahaan telah menjadi faktor yang penting dalam pertumbuhan industri yang cepat.

Desain Robust menggambarkan pada banyak ide-ide dari

desain eksperimen statistik untuk merencanakan eksperimen-eksperimen untuk mendapat informasi yang dapat diandalkan terhadap variabel-variabel yang terlibat dalam teknik pembuatan keputusan.

Desain Robust menambah suatu dimensi baru terhadap desain eksperimen statistik. Desain Robust secara eksplisit mengemukakan perhatian terhadap semua produk dan Perancang proses.

- a) Bagaimana mengurangi variasi secara ekonomis dari suatu fungsi produksi dalam lingkungan konsumen.
- b) Bagaimana meyakinkan bahwa keputusan yang diambil benar-benar optimal selama eksperimen laboratorium akan membuktikan juga dalam proses manufaktur dan dalam lingkungan konsumen.

Penyampaian suatu produk dengan kualitas tinggi dengan biaya rendah adalah masalah yang melibatkan berbagai ilmu teknik, ekonomi, statistik dan manajemen.

3 kategori utama dari biaya yang harus diperhatikan dalam penyampaian suatu produk adalah :

1. **Biaya Operasi** : Biaya operasi terdiri dari biaya yang diperlukan untuk mengoperasikan produk, kontrol lingkungan, perawatan, inventaris suku cadang dan

unit.

2. **Beaya Manufaktur** : Beaya dari manufaktur yang penting adalah peralatan, mesin, bahan mentah, buruh, Pengolahan berulang dan lain sebagainya.
3. **Beaya R & D** : Waktu yang digunakan untuk mengembangkan suatu produk baru ditambah dengan tenaga teknik dan laboratorium yang diperlukan adalah elemen terbesar dalam beaya R & D.

Ide yang melatarbelakangi Desain Robust adalah pengalaman yang didapat oleh pabrik keramik Ina. Selama tahun 1950 akhir, pabrik keramik Ina di Jepang dihadapkan dengan masalah tingginya perbedaan ukuran dari keramik yang diproduksi, lihat gambar 2.3 dan gambar 2.4 . Karena skrening (proses mengeluarkan keramik yang diluar ukuran) adalah suatu penyelesaian yang mahal, perusahaan menunjuk suatu tim yang terdiri dari teknisi-teknisi ahli untuk menyelidiki bahwa keramik pada bagian tengah tumpukan dalam tempat pembakaran bertemperatur lebih rendah dibandingkan keramik pada daerah luar. Ketidaksamaan temperatur membuktikan sebagai penyebab ketidakseragaman ukuran.

Tim memperkirakan beaya untuk merancang kembali dan membangun tempat pembakaran yang dapat memberikan temperatur yang sama membutuhkan dana sebesar satu juta dolar. Walaupun pilihan ini kurang mahal bila dibandingkan dengan skrening.

Tim kemudian mendapat gagasan dan mendefinisikan suatu bilangan dari parameter proses yang dapat diganti secara mudah dan tidak mahal. Setelah melalui sebagian kecil rancangan eksperimen menurut metode Desain Robust, tim menyimpulkan bahwa dengan menambahkan kapur yang mengandung tanah liat dengan kadar kandungan dari 1 persen hingga 5 persen akan mengurangi perbedaan ukuran keramik. Karena kapur sangat murah maka biaya penggantian juga murah.

Dengan demikian masalah ketidaksamaan ukuran keramik dipecahkan dengan meminimalkan pengaruh penyebab dari variasi (ketidaksamaan temperatur) tanpa pengecekan terhadap penyebabnya (desain tempat pembakaran). Sebagai mana digambarkan dengan contoh, prinsip dasar dari Desain Robust adalah memperbaiki kualitas dari produk dengan meminimalkan pengaruh dari penyebab variasi tanpa menghilangkan penyebabnya. Hal ini dicapai dengan mengoptimalkan produk dan rancangan proses untuk membuat kinerja mempunyai sensitivitas yang kecil terhadap bermacam-macam penyebab variasi. Langkah ini disebut dengan Desain Parameter.

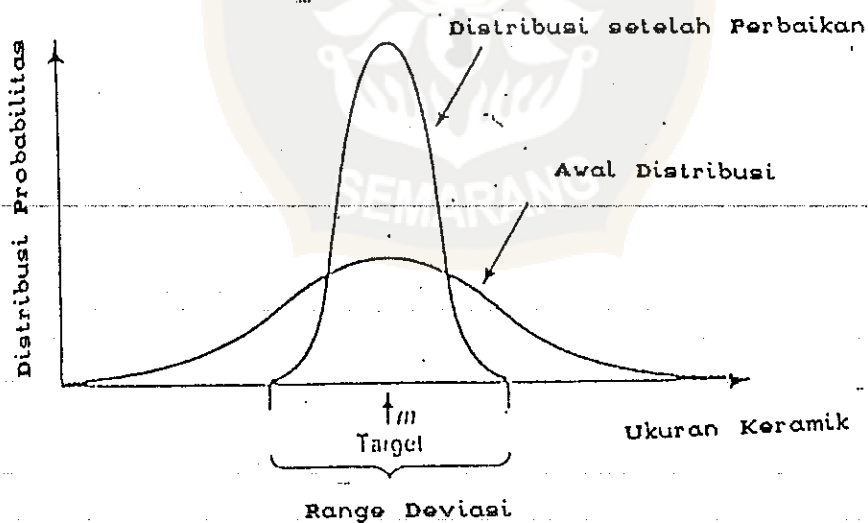
Sebagian besar waktu rekayasa dihabiskan untuk membuat informasi tentang bagaimana perbedaan Desain Parameter berpengaruh pada kinerja pada kondisi yang berbeda saat digunakan.

Ada 2 tugas penting yang dilakukan dalam Desain Robust :

1. Pengukuran kualitas selama perancangan dan pengembangan.

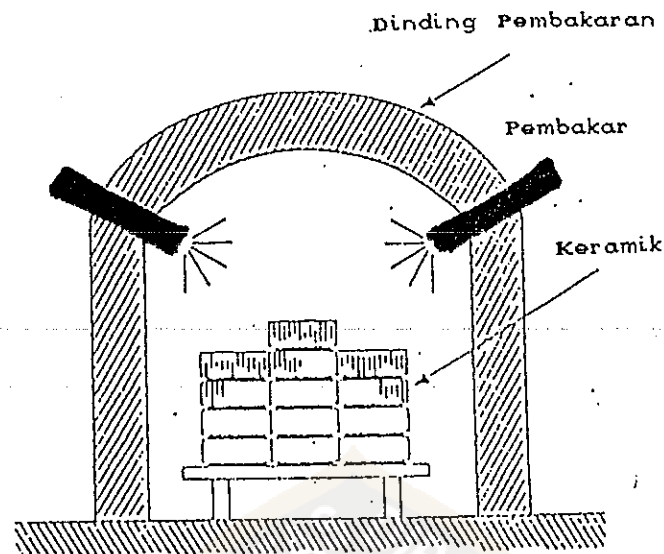
2. Percobaan yang efisien untuk mendapatkan informasi yang dapat diandalkan tentang Desain Parameter.

Diperkirakan pengaruh - pengaruh dari Desain Parameter harus valid bahkan ketika parameter lain dirubah selama desain berikutnya dilakukan atau ketika desain dihubungkan pada perubahan sub-sistem. Hal ini dapat dicapai dengan menggunakan Rasio Sinyal Gangguan (S/N) untuk mengukur kualitas dan Orthogonal Array (OA) yang mempelajari banyak Desain Parameter secara menyeluruh.



Gambar 2.3

Distribusi ukuran keramik



Gambar 2.4

Skema diagram tempat pembakaran.

2.3 FUNGSI KERUGIAN KUADRATIK

Fungsi Kerugian kuadratik berguna untuk memperkirakan Kerugian kualitas dalam bentuk kondisi. Diberikan y adalah karakteristik kualitas dari suatu produk dan m adalah target nilai untuk y . Maka fungsi kerugian Kuadratik diberikan dengan

$$L(y) = k (y - m)^2 \quad (2.10)$$

dimana k adalah konstanta yang disebut sebagai koefisien kerugian kualitas. Persamaan (2.10) kalau diplotkan akan menjadi gambar 2.5. Perhatikan bahwa pada $y = m$ Kerugian sama dengan 0, demikian juga untuk slope dari fungsi kerugian. Kerugian dari $L(y)$ bertambah secara perlahan ketika masih dekat dengan m , tetapi Kerugian dari $L(y)$ bertambah semakin cepat ketika mulai menjauhi m .

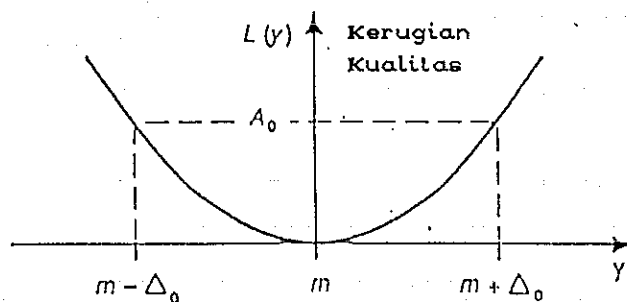
Untuk menentukan k dapat dicari dengan menggunakan fungsi Limit untuk nilai y . Fungsi Limit adalah nilai y saat produk akan rusak pada saat $1/2$ (setengah) dari pemakaiannya. Diberikan $m \pm \Delta_0$ adalah fungsi Limit. Andaikan kerugian pada $y \pm \Delta_0$ adalah A_0 , dengan menggunakan persamaan (2.10) didapat,

$$\begin{aligned} L(y) &= k(y - m)^2 \\ A_0 &= k(m \pm \Delta_0 - m)^2 \\ A_0 &= k\Delta_0^2 \\ k &= \frac{A_0}{\Delta_0^2} \end{aligned} \quad (2.11)$$

A_0 adalah biaya perbaikan atau penggantian produk.

Dengan mensubstitusikan persamaan (2.11) ke dalam persamaan (2.10) akan didapat

$$L(y) = \frac{A_0}{\Delta_0^2} (y - m)^2 \quad (2.12)$$



Gambar 2.5

Fungsi Kerugian Kuadratik

Contoh 2.4 :

Perhatikan suatu sirkuit power suplai yang digunakan dalam sistem stereo yang mempunyai target tegangan output 110 Volt. Jika tegangan output jatuh diluar 110 ± 20 Volt, maka stereo tersebut harus diperbaiki. Andaikan beaya perbaikan \$ 100. Kemudian rata - rata kerugian diasumsikan dengan y nilai per bagian dari tegangan yang keluar diberikan dengan persamaan :

$$\begin{aligned} L(y) &= \frac{100}{20^2} (y - 110)^2 \\ &= 0.25 (y - 110)^2 \end{aligned}$$

2.3.1 VARIASI FUNGSI KERUGIAN KUADRATIK

Persamaan (2.10) merupakan fungsi kerugian kuadratik untuk tipe karakteristik kualitas Nilai Nominal terbaik. Contoh untuk kasus dengan tipe kualitas ini adalah kepadatan warna pada televisi dan tegangan output dari power supply. Untuk variasi

yang lain diberikan seperti dibawah ini :

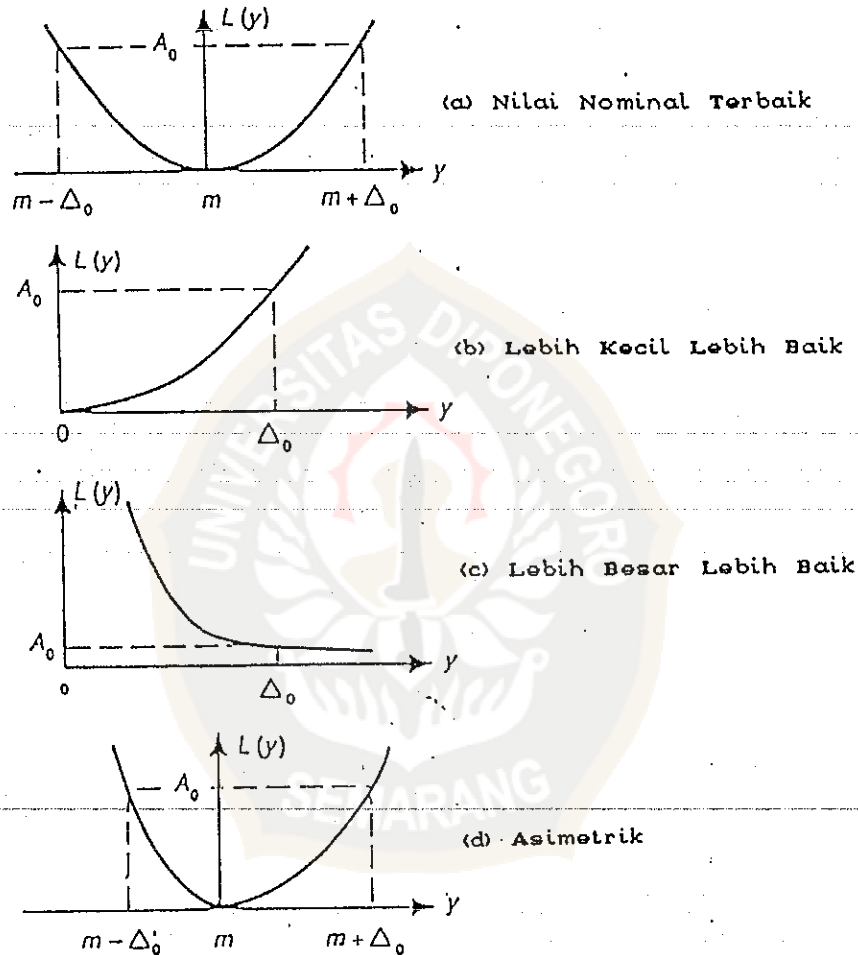
a). Karakteristik Lebih kecil lebih baik

Beberapa karakteristik, seperti kebocoran radiasi pada suatu oven mikrowave, tidak pernah mencapai nilai negatif. Nilai idealnya adalah 0 dan jika nilai bertambah, maka kinerja dari alat tersebut makin buruk.

Kerugian kualitas dalam banyak kondisi dapat diperkirakan dengan menggunakan persamaan (2.12) dengan mengambil

nilai $m = 0$, maka fungsi kerugian untuk tipe ini :

$$L(y) = ky^2 \quad (2.13)$$



Gambar 2.6

Variasi fungsi Kerugian Kuadratik

b). Karakteristik Lebih besar lebih baik

Beberapa karakteristik, seperti kekuatan lem juga tidak

pernah mencapai nilai negatif. Tetapi nilai 0 adalah nilai yang paling buruk dan kinerja akan semakin baik bila nilai semakin besar. Kerugian kualitas juga semakin kecil.

Fungsi kerugian :

$$L(y) = k \left(\frac{1}{y^2} \right) \quad (2.14)$$

c). Karakteristik tipe Asymetrik

Dalam kondisi tertentu, deviasi dari karakteristik kualitas dalam satu arah lebih merugikan dari pada arah yang lain. Maka fungsi kerugian :

$$L(y) = \begin{cases} k_1(y-m)^2 & , y > m \\ k_2(y-m)^2 & , y \leq m \end{cases} \quad (2.15)$$

Keempat tipe karakteristik kualitas dari fungsi kerugian, secara lengkap dapat dilihat pada gambar 2.6.

2.4 RASIO SINYAL GANGGUAN (S/N RASIO)

S/N rasio yang dikembangkan oleh Genichi Taguchi adalah prediktor untuk kerugian kualitas setelah dilakukan penyesuaian terhadap fungsi produksi. Hal ini akan menghindarkan kesensitifan fungsi produksi terhadap faktor gangguan (Noise Factor).

2.4.1 KLASIFIKASI PARAMETER

Sejumlah parameter dapat mempengaruhi karakteristik

kualitas atau produk. Parameter ini dapat diklasifikasikan ke dalam 3 (tiga) kelas yaitu :

1. Faktor sinyal / Signal Factor (M)

Parameter ini dipakai oleh pengguna atau operator untuk menunjukkan nilai sebenarnya untuk keperluan respon dari produksi.

contoh :

- Tombol kecepatan pada kipas angin untuk menunjukkan keinginan respon yang diinginkan dari produk.
- Bit 0 dan 1 yang dikirimkan oleh sistem komunikasi digital.

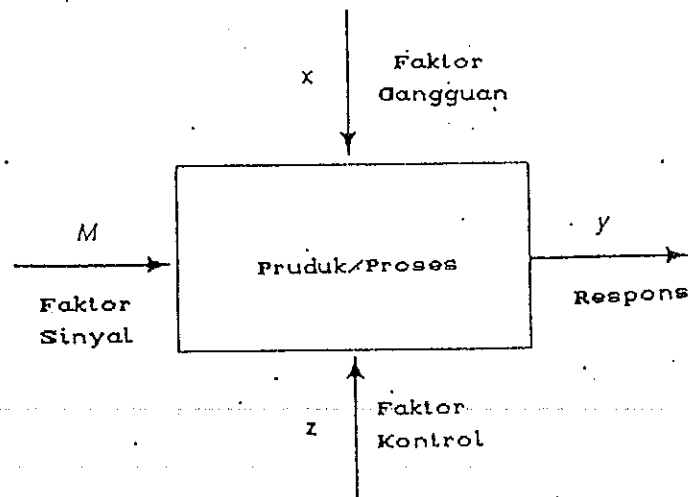
2. Faktor gangguan / Noise Factor (X)

Parameter jenis ini tidak dapat dikontrol oleh perancang. Tingkatan dari faktor gangguan berubah dari suatu unit ke unit lain, dari lingkungan ke lingkungan lain, dan dari waktu ke waktu. Faktor gangguan menyebabkan respon dari y tidak tepat terhadap target yang diberikan oleh faktor Sinyal (M).

3. Faktor Kontrol / Control Factor (z)

Parameter ini dapat ditentukan bebas oleh perancang.

Hubungan secara jelas dari 3 (tiga) parameter diatas dapat dilihat pada gambar 2.7.



Gambar 2.7

Diagram Proses dari produk

2.4.2 HUBUNGAN S/N RASIO DENGAN Q_a

Perancang ingin produk yang dihasilkan mempunyai kesensitifan yang kecil terhadap gangguan. Untuk keperluan tersebut dilakukan penyesuaian - penyesuaian terhadap produk yang akan dihasilkan. Setelah dilakukan penyesuaian pasti terjadi kerugian kualitas setelah penyesuaian (Q_a).

Q_a dihitung dengan persamaan,

$$Q_a = \text{Kerugian kualitas setelah penyesuaian} = k \left[\frac{\mu_0}{\mu} \cdot \sigma \right]^2$$

atau dapat ditulis :

$$Q_a = k \cdot \mu_0^2 \left[\frac{\sigma^2}{\mu^2} \right]$$

$$Q_a = \frac{\text{konstant}}{\left[\mu^2 / \sigma^2 \right]} \quad (2.16)$$

$\frac{\mu^2}{\sigma^2}$ disebut sebagai S/N rasio karena σ^2 adalah pengaruh dari faktor gangguan dan μ adalah target yang diinginkan. Memaksimalkan S/N rasio berarti meminimalkan Q_a yang juga berarti meminimalkan kesensitifan terhadap faktor gangguan.

Biasanya S/N rasio pada prakteknya berbentuk persamaan Logaritma.

$$S/N = 10 \log_{10} \left[\mu^2 / \sigma^2 \right] \quad (2.17)$$

Interval nilai dari $\frac{\mu^2}{\sigma^2}$ adalah $(0, \infty)$ dan interval nilai dari S/N adalah $(-\infty, \infty)$.

Pemaksimalan S/N rasio dengan pemilihan Desain Parameter yang cocok maka akan tercapai Desain Robust, yang merupakan tujuan utama dalam rekayasa kualitas.

Diberikan $y_1, y_2, y_3, \dots, y_n$ merupakan nilai - nilai dari karakteristik kinerja Y menurut observasi dalam eksperimen.

S/N rasio (yang ditunjukkan dengan $S/N(\theta)$) merupakan pilihan yang tepat dalam pengoptimalan Desain Parameter.

Untuk menyelesaikan masalah dengan tipe - tipe karakteristik kualitas yang berbeda - beda, digunakan S/N rasio sesuai dengan tipe masalah tersebut.

Disini akan diberikan 3 tipe S/N rasio untuk masalah statis.

a) Tipe masalah lebih kecil lebih baik.

Disini karakteristik kualitas adalah kontinyu dan nonnegative, yaitu nilai dalam interval $(0, \infty)$. Nilai yang diharapkan adalah nol (zero).

Ciri dari masalah yang mempunyai tipe ini adalah tidak adanya faktor skala atau faktor penyesuai (adjustment factor) lainnya.

Contoh masalah yang mempunyai tipe ini :

- Penghitungan kerusakan permukaan
- Polusi yang disebabkan pembangkit energi
- Radiasi elektromagnetik dari peralatan telekomunikasi
- Karat pada logam

Karena disini tidak ada faktor penyesuaian, kita seharusnya meminimalkan kerugian kualitas tanpa penyesuaian, maka kita akan meminimalkan

$Q = k(\text{kuadrat rata-rata(mean) karakteristik kualitas})$

$$= k \left[\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i^2 \right] \quad (2.18)$$

Meminimalkan Q berarti juga meminimalkan S/N rasio yang didefinisikan dengan persamaan :

$S/N = -10 \log_{10}(\text{kuadrat rata-rata karakteristik kualitas})$

$$= -10 \log_{10} \left[\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i^2 \right] \quad (2.19)$$

b) Tipe masalah nilai nominal yang terbaik

Karakteristik kualitas pada tipe ini adalah kontinyu dan nonnegative yaitu nilai tersebut terletak dalam interval $(0, \infty)$. Nilai dari target tidak nol dan tertentu. Dalam permasalahan ini ketika mean bernilai nol maka varianpun menjadi nol.

Kita dapat menemukan suatu faktor skala yang berlaku sebagai faktor penyesuai untuk menggerakkan mean pada target. Fungsi Objektif dari masalah yang akan dimaksimalkan adalah

$$S/N = 10 \log_{10} \frac{\mu^2}{\sigma^2} \quad (2.20)$$

dimana

$$\mu = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i \quad \text{dan} \quad \sigma^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (y_i - \mu)^2$$

c) Tipe masalah lebih besar lebih baik

Karakteristik kualitas disini kontinyu dan nonnegatif.

Faktor penyesuai tidak kita temukan dalam masalah ini.

Fungsi Objektif dari masalah ini yang akan dimaksimalkan adalah

$$S/N = -10 \log_{10} (\text{berbanding terbalik kuadrat mean})$$

$$S/N = -10 \log_{10} \left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{1}{y_i^2} \right) \quad (2.21)$$

Contoh masalah ini adalah berapa jarak yang ditempuh per gallonnya yang membawa sejumlah barang.

Contoh 2.5 :

Suatu 9 eksperimen pengelasan (welding) bertujuan untuk membantu meminimalkan kehampaan volume (dalam mm^3) pada alat pengelas yang diproduksi ditunjukkan pada tabel 2.1

Tabel 2.1
Test Optimasi pengelasan

No.	y_1	y_2	y_3	y_4
1.	100	95	125	85
2.	110	105	130	90
3.	125	115	139	99
4.	84	79	104	72
5.	92	85	110	80
6.	99	95	121	94
7.	99	96	120	87
8.	106	105	131	97
9.	118	117	140	105

Penghitungan S/N rasio :

Masalah diatas termasuk type lebih kecil lebih baik, maka nilai S/N rasio untuk ke 9 eksperimen adalah sebagai berikut

$$1. \text{ S/N rasio} = -10 \log_{10} \left[\frac{100^2 + 95^2 + 125^2 + 85^2}{4} \right]$$

$$= -40.2$$

$$2. \text{ S/N rasio} = -10 \log_{10} \left[\frac{110^2 + 105^2 + 130^2 + 90^2}{4} \right]$$

$$= -40.8$$

$$3. \text{ S/N rasio} = -10 \log_{10} \left[\frac{125^2 + 115^2 + 139^2 + 99^2}{4} \right]$$

$$= -41.6$$

$$4. \text{ S/N rasio} = -10\log_{10} \left[\frac{84^2 + 79^2 + 104^2 + 72^2}{4} \right]$$

$$= -38.6$$

$$5. \text{ S/N rasio} = -10\log_{10} \left[\frac{92^2 + 85^2 + 110^2 + 80^2}{4} \right]$$

$$= -39.3$$

$$6. \text{ S/N rasio} = -10\log_{10} \left[\frac{99^2 + 95^2 + 121^2 + 94^2}{4} \right]$$

$$= -40.2$$

$$7. \text{ S/N rasio} = -10\log_{10} \left[\frac{99^2 + 96^2 + 120^2 + 87^2}{4} \right]$$

$$= -40.1$$

$$8. \text{ S/N rasio} = -10\log_{10} \left[\frac{106^2 + 105^2 + 131^2 + 97^2}{4} \right]$$

$$= -40.9$$

$$9. \text{ S/N rasio} = -10\log_{10} \left[\frac{118^2 + 117^2 + 140^2 + 105^2}{4} \right]$$

$$= -41.6$$

Dari perhitungan S/N rasio dari ke 9 eksperimen menunjukkan bahwa eksperimen ke-4 mempunyai S/N rasio yang paling besar, maka pada eksperimen ke-4 adalah yang terbaik dan merupakan volume paling kecil dari kehampaan pada saat pengelasan.