BAB III

RANCANGAN FAKTORIAL

Percobaan faktorial adalah percobaan dimana semua taraf dari setiap faktor dikombinasikan dengan semua level dari setiap faktor-faktor lainnya yang tercakup dalam percobaan. Jadi jika misalnya kita mempunyai 2 faktor yaitu faktor A dengan 2 taraf (level) dan faktor B dengan 3 level (taraf) maka sebuah percobaan faktorial 2 x 3 mempunyai 6 kondisi percobaan yang berbeda, dikatakan juga ada 6 buah percobaan perlakuan yang berbeda :

A_1B_1, A_1B_2, A_1B_3, A_2B_1, A_2B_2, A_2B_3,

Dalam pokok pembahasan ini akan dibahas analisis rancangan percobaan faktorial yang menyangkut k buah faktor dengan tiap faktor hanya terdiri atas 2 buah taraf (level). Rancangan demikian biasa diberi nama rancangan percobaan faktorial 2^k. Perhatikan bahwa banyak taraf ialah 2, ditulis menjadi bilangan pokok , sedangkan banyak faktor ialah k menjadi pangkat. Demikianlah misalnya rancangan percobaan dengan 2 faktor A dan B yang masing-masing terdiri atas 2 taraf akan ditulis sebagai rancangan percobaan faktorial 2^2. Apabila kita berurusan dengan 3 faktor A, B dan C yang masing-masing terdiri atas 2 taraf maka diperoleh rancangan percobaan faktorial 2^3, dan begitu pula untuk rancangan percobaan faktorial 2^4, 2^5, 2^6 dan seterusnya.

3.1 Rancangan Faktorial 2^2

Perhatikanlah sekarang suatu percobaan faktorial yang menyangkut 2 faktor, masing-masing faktor terdiri atas 2 taraf . Jika percobaannya dilakukan secara acak maka rancangannya merupakan rancangan percobaan faktorial 2^2 acak sempurna. Misalnya percobaan mengenai hasil semacam zat kimia karena kondisi temperatur dan konsentrasi larutan yang berlainan. Temperatur telah ditentukan pada 50^o dan 60^o celcius sedangkan konsentrasi larutan diambil 40% dan 50%. Variabel respon zat kimia yang terbentuk dinyatakan dalam gram. Hasilnya dicantumkan dalam daftar berikut :

Tabel 3.1

HASIL SEMACAM ZAT KIMIA

KARENA TEMPERATUR DAN KONSENTRASI BERLAINAN

(dalam gram)

Temperatur (A)	Konsentrasi (B)	
	40 %	50 %
50^o C	44,8	45,7
60^o C	43,2	45,9

Model untuk rancangan ini adalah :

$$Y_{ijk} = \mu + A_i + B_j + AB_{ij} + \varepsilon_{k(ij)}$$

dengan i = 1,2

j = 1,2

Y_{ijk} = variabel respon hasil observasi ke-k yang terjadi karena pengaruh bersama taraf ke i faktor A dan taraf ke j faktor B.

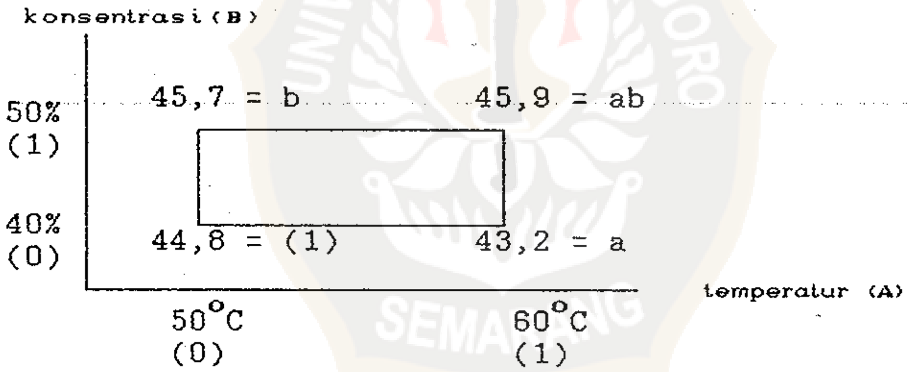
μ = rata-rata yang sebenarnya (berharga konstan)

A_i = efek taraf faktor ke i faktor A

B_j = efek taraf faktor ke j faktor B

AB_{ij} = efek interaksi antara taraf ke i faktor A taraf ke j faktor B

$\varepsilon_{k(ij)}$ = efek unit percobaan ke k dakam kombinasi perlakuan (ij)



Gambar diatas merupakan bujur sangkar yang sudut-sudutnya dibentuk oleh gabungan antara :

- Taraf rendah faktor A dan taraf rendah faktor B
- Taraf rendah faktor A dan taraf tinggi faktor B
- Taraf tinggi faktor A dan taraf rendah faktor B
- Taraf tinggi faktor A dan taraf tinggi faktor B

Apabila taraf rendah kita nyatakan dengan (0) dan taraf tinggi dengan (1), maka sudut-sudut tersebut berturut-turut dapat dinyatakan dengan : A_0B_0, A_0B_1, A_1B_0, A_1B_1.

Hubungannya dengan variabel respon yang datanya dicantumkam dalam daftar 3 (1). Karenanya dapat dituliskan sebagai $A_o B_o = 44,8$, $A_o B_1 = 45,7$, $A_1 B_o = 43,2$ dan $A_1 B_1 = 45,9$.

Kecuali notasi demikian, sering pula digunakan huruf kecil a dan b sebagai pengganti A dan B. Sedangkan indeks 0 dan 1 diubah menjadi pangkat. Dengan demikian didapat $a^o b^o = 44,8$ atau selanjutnya akan dinyatakan dengan (1) = 44,8. Demikian pula $a^o b^1 = 45,7$ atau disingkat dengan b = 45,7, sedangkan $a^1 b^o = 43,2$ atau menjadi a = 43,2dan $a^1 b^1 = 45,9$ atau disingkat ab = 45,9. Ini semua dapat dilihat dalam gambar 3 (1) lengkap dengan notasi taraf rendah 0 dan taraf tinggi 1.

Dengan notasi baru ini maka kombinasi perlakuan telah ditulis sebagai (1), a, b, ab.

- (1) menyatakan kombinasi perlakuan yang terjadi karena taraf rendah faktor A dan teraf rendah faktor B.
- (a) menyatakan kombinasi perlakuan yang terjadi karena taraf tinggi faktor A dan taraf rendah faktor B.
- (b) menyatakan kombinasi perlakuan yang terjadi karena taraf rendah faktor A dan taraf tinggi faktor B
- (ab)menyatakan kombinasi perlakuan yang terjadi karena taraf tinggi faktor A dan taraf tinggi faktor B

Gambar kita memperlihatkan bahwa efek sebuah faktor didefinisikan sebagai perubahan Variabel respon yang disebabkan oleh perubahan taraf faktor. Dengan definisi ini maka:

- taraf rendah faktor A, efek faktor B adalah 45,7 - 44,8 atau b - (1).
- taraf tinggi faktor A efek faktor B adalah 45,9 - 43,2 atau ab - a.
- efek rata-rata faktor B ternyata sama dengan 1/2 [b - (1) + ab - a] dan akan kita tulis sebagai B = 1/2 [b - (1) + ab - a] atau B = 1/2 [-(1) - a + b + ab] apabila kita kalikan 2 maka 2B = -(1) - a + b + ab dan ternyata jumlah koefisien perlakuan = -1 + 1 -1 + 1 = 0 sehingga didapatkan suatu kontras.

Dengan jalan yang sama ,efek rata-rata faktor A dapat ditentukan dan hasilnya adalah A = 1/2 [a - (1) + ab - b] atau A = 1/2 [-(1) + a - b + ab]. Setelah dikalikan dengan 2 didapat 2A = -(1) + a - b +ab yang lagi merupakan suatu kontras.

Efek interaksi antara A dan B , ditentukan sebagai berikut :

pada taraf tinggi faktor A, efek faktor B adalah ab - a, pada taraf rendah faktor A, efek faktor B adalah b - (1). Antara A dan B akan ada interaksi apabila kedua efek berbeda. Interaksi antara A dan B didapat dengan jalan mengambil rata-rata dari selisih kedua efek ini.

Jadi AB = 1/2 [(ab-a) - (b-(1))] atau AB = 1/2 [(1)-a - b + ab] dan setelah dikalikan dengan 2 menjadi 2AB = (1) - a - b + ab.

Koefisien-koefisien inipun membentuk suatu kontras.

Jadi jika ketiga kontras dikumpulkan kita peroleh

$2A = -(1) + a - b + ab$

$2B = -(1) - a + b + ab$

$2AB = +(1) - a - b + ab$

yang tenyata membentuk sistem kontras ortogonal.

Untuk melihat adanya sifat ortogonal, agaknya lebih mudah apabila tanda kombinasi perlakuan disusun dalam tabel seperti dibawah ini.

Tabel 3.2

TANDA KOEFISIEN EFEK UNTUK RANCANGAN FAKTORIAL 2^2

kombinasi perlakuan	efek			
	total	A	B	AB
(1)	+	−	−	+
a	+	+	−	−
b	+	−	+	−
ab	+	+	+	+

Tampak bahwa *tanda (juga koefisien)* untuk interaksi AB didapat dengan jalan mengalikan A dengan tanda untuk B.

Sebenarnyalah bahwa untuk menentukan kontras, termasuk tanda, dari berbagai efek bisa didpat dengan jalan menguraikan perkalian bentuk binom tertentu ialah :

$2A = (a-1)\ (b+1)$

$2B = (a+1)\ (b-1)$

$2AB = (a-1)\ (b-1)$

Kembali pada tabel 3(1), maka tentu saja analisisnya dapat mudah dilakukan dengan metode kontras .

Memperhatikan data dalam tabel 3.1, maka dapat dihitung efek-efek :

$$A = 1/2\ (-(1) + a - b + ab\ )$$
$$= 1/2\ (-44{,}8 + 43{,}2 - 45{,}7 + 45{,}9) = -0{,}7$$
$$B = 1/2\ (-(1) - a + b + ab\ )$$
$$= 1/2\ (-44{,}8 - 43{,}2 + 45{,}7 + 45{,}9) = +1{,}8$$
$$C = 1/2\ (+(1) - a - b - ab\ )$$
$$= 1/2\ (+44{,}8 - 43{,}2 - 45{,}7 - 45{,}9) = +0{,}9$$

Kuadrat-kuadrat kontras C_P adalah

$$JK\ (C_P) = \frac{(\text{ kontras })^2}{n\ \Sigma\ c_{ip}^2}$$

dengan n = banyaknya pengamatan tiap kombinasi perlakuan dan c_{ip} koefisien kontras. Untuk kita sekarang, jelas bahwa $n = 1$ dan $\Sigma\ c_{ip}^2 = 1 + 1 + 1 + 1 = 4 = 2^2$. Karena yang membentuk sistem kontras ternyata 2A, 2B, 2AB, maka jumlah kuadrat-kuadrat kontras adalah

$$JK\ (A) = \frac{\left[\ 2(-0{,}7)\ \right]^2}{4} = 0{,}49$$

$$JK\ (B) = \frac{\left[\ 2(1{,}8)\ \right]^2}{4} = 3{,}24$$

$$JK\ (AB) = \frac{\left[\ 2(0{,}9)\ \right]^2}{4} = 0{,}81$$

Dalam hal ini, pengujian untuk hipotesis nol tidak bisa dilakukan oleh karena tidak ada dk kekeliruan (jadi juga tidak ada JK untuk kekeliruan). Mengapa demikian, karena dalam eksperimen untuk ini n = 1, yang berarti hanya dilakukan sebuah eksperimen untuk tiap kombinasi perlakuan. Pengujian hanya bisa dilakukan, dalam keadaan ini apabila JK (AB) diambil sebagai JK (kekeliruan).

$$KT(A) = JK(A)/dk(A) = 0{,}49/1 = 0{,}49$$
$$KT(B) = JK(B)/dk(B) = 3{,}24/1 = 3{,}24$$
$$KT(AB) = JK(AB)/dk(AB) = 0{,}81/1 = 0{,}81$$
$$F(A) = KT(A)/KT(AB) = 0{,}49/0{,}81 = 0{,}61$$
$$F(B) = KT(B)/KT(AB) = 3{,}24/0{,}81 = 4$$

Dalam hal ini kita dapatkan daftar ANAVA sebagai berikut :

Tabel 3.3
DAFTAR ANAVA UNTUK RANCANGAN FAKTORIAL 2^2
(satu observasi tiap sel)

sumber variasi	dk	JK	KT	F
perlakuan :				
A	1	0,49	0,49	0,11<1
B	1	3.24	3,24	4
kekeliruan (AB)	1	0,81	0,81	

JK untuk efek-efek A, B, dan AB yang telah dihitung dimuka dengan menggunakan kontras, dapat juga dihitung dengan memperhatikan hubungan antara efek dan kombinasi perlakuan yang dicantumkan dalam tabel 3(2). Ternyata bahwa :

$$JK\ (A) = (-1 + a - b + ab)^2/4$$

$JK\ (B) = (-1 - a + b + ab)^2/4$

$JK\ (AB) = (+1 - a - b + ab)^2/4$

Hipotesis nol yang akan diuji dapat dituliskan sebagai berikut:

$Ho_1 : A_i = 0 \ ; \ (i = 1,2)$

menyatakan bahwa tidak ada efek faktor A dalam percobaan.

$Ho_2 : B_j = 0 \ ; \ (j = 1,2)$

menyatakan bahwa tidak ada efek faktor B dalam percobaan.

$Ho_3 : AB_{ij} = 0 \ ; \ (i = 1,2 \text{ dan } j = 1,2)$

menyatakan bahwa tidak ada efek interaksi antara faktor A dan B.

Hipotesis alternatifnya berturut-berturut adalah terdapat efek faktor A, efek faktor B dan interaksi AB.

Daerah kritis pengujian ditentukan oleh

$F_{\alpha(1,1)}$ untuk hipotesis Ho_1

$F_{\alpha(1,1)}$ untuk hipotesis Ho_2

$F_{\alpha(1,1)}$ untuk hipotesis Ho_3

Kriterianya adalah tolak hipotesis nol apabila F_α ini terlalu kecil dibandingkan dengan statistik dari daftar ANAVA.

Untuk contoh diatas apabila diambil $\alpha = 0{,}05$ didapatkan hasil sebagai berikut :

$$F_{0{,}05(1,1)} = 161$$

Karena $F_\alpha > F$ hitung berarti ada efek faktor A, efek faktor B dan efek interaksi AB.

3.2 Metode Yates untuk Rancangan Faktorial 2^2

Dari contoh yang diuraikan diatas nampak bahwa pengujian terhadap efek tidak bisa dilakukan terkecuali apabila sumber variasi interaksi AB dijadikan sebagai kekeliruan. ini dikarenakan eksperimennya hanya dilakukan satu kali untuk tiap kombinasi perlakuan. Agar supaya dk (jadi juga JK) untuk sumber variasi kekeliruan ada dan tidak sama dengan nol maka perlu diadakan replikasi dalam tiap sel kombinasi perlakuan dalam eksperimen itu.

Misalkan dalam rancangan faktorial 2^k acak sempurna percobaannya dapat dilakukan dengan mengadakan replikasi sebanyak r kali dalam tiap sel. Dengan jalan mengambil jumlah respon hasil replikasi dalam tiap sel, maka masing-masing harga untuk tiap kombinasi perlakuan dapat ditentukan. Jumlah dalam tiap sel ini digunakan untuk menentukan jumlah kuadrat tiap-tiap kontras.

Kalau untuk k = 2 dan percobaan tidak mengalami replikasi, seperti contoh diatas, bahwa koefisien tiap efek dalam sistem kontras besarnya sama dengan 2. Ini didapat dari bentuk umum yang menyatakan koefisien efek untuk kontras dalam percobaan faktorial 2^k dengan replikasi sebanyak r dalam tiap sel adalah $r2^{k-1}$. Misalkan untuk percobaan yang diuraikan dalam bagian 3.1 replikasi sebanyak 3 kali dalam tiap sel kombinasi perlakuan telah dilakukan. Hasil observasi percobaan tersebut nampak seperti berikut .

Tabel 3.4

Hasil Semacam Zat Kimia

Karena Temperatur dan Konsentrasi Berbeda

Replikasi tiga (r=3)

Temperatur	Konsentrasi			
	40%		50%	
$50^{o}C$	134,6	44,8 45,2 44,6	137,9	45,7 46,0 46,3
$60^{o}C$	131,2	43,2 44,1 43,9	138,7	45,9 46,3 46,5

Disini akan dianalisis dengan metode yates. Dari daftar diatas kita peroleh :

(1) = 134,6 ; a = 131,2 ; b = 137,9 dan ab = 138,7

Adapun sistem kontrasnya adalah

6A = -(1) + a - b + ab = -134,6 + 131,2 - 137,9 + 138,7
= - 2,6

6B = -(1) - a + b + ab = -134,6 - 131,2 + 137,9 + 138,7
= 10,8

6AB = +(1) - a - b + ab = +134,6 - 131,2 - 137,9 + 138,7
= 4,2

Koefisien 6 untuk tiap efek didapat dari $r.2^{k-1}$ dengan r = 3 dan k = 2. Seperti jumlah kuadrat untuk tiap efek dapat dihitung dan harganya adalah :

$JK(A) = (-2,6)^2/(3x4) = 0,56$

$JK(B) = (10,8)^2/(3x4) = 9,72$

$JK(AB) = (4,2)^2/(3x4) = 1,47$

$KT(A) = JK(A)/dk(A) = 0,56/1 = 0,56$

$KT(B) = JK(B)/dk(B) = 9,72/1 = 9,72$

$KT(AB) = JK(AB)/DK(AB) = 1,47/1 = 1,47$

$KT(kekeliruan) = JK(kekeliruan)/dk(kekeliruan)$

$= 0,95/8 = 0,12$

$F(A) = KT(A)/KT(kekeliruan) = 0,56/0,12 = 4,67$

$F(B) = KT(B)/KT(kekeliruan) = 9,72/0,12$

$F(AB) = KT(AB)/KT(kekeliruan) = 1,47/0,12$

Untuk mendapatkan daftar ANAVA, selanjutnya perlu dihitung Ry, $\Sigma\ Y^2$ dan Ey. Jika ini dilakukan akan diperoleh

$$\Sigma Y^2 = Y_1^2 + Y_2^2 + \ldots\ldots\ldots + Y_n^2$$

$$= (44,8)^2 + (45,2)^2 + \ldots\ldots\ldots\ldots + (46,3)^2 + (46,5)^2$$

$$= 24.592,18$$

$$Ry = \left(\Sigma Y\right)^2 / n$$

$$= (44,8 + 45,2 + \ldots\ldots + 46,3 + 46,5)^2 / 12$$

$$= 24.516,48$$

$$Ey = \Sigma Y^2 - Ry - JK(A) - JK(B) - JK(AB)$$

$$= 24.529,18 - 24.516,48 - 0,56 - 9,72 - 1,47$$

$$= 0,95$$

Hasil perhitungan diatas memberikan daftar ANAVA sebagai berikut

Tabel 3.5

DAFTAR ANAVA UNTUK DATA DALAM TABEL 3(4)

sumber variasi	dk	JK	KT	F
rata-rata	1	24.516,48	-	-
perlakuan				
A	1	0,56	0,56	4,67
B	1	9,72	9,72	81,00
AB	1	1,47	1,47	12,25
kekeliruan	8	0,95	0,12	-
jumlah	12	24,529,18	-	-

Perhitungan kontras dimuka dikenal dengan nama metode Yates untuk percobaan Faktorial 2^2. Skema perhitungan tersebut adalah sebagai berikut :

Tabel 3.6

SKEMA PERHITUNGAN KONTRAS METODE YATES

UNTUK RANCANGAN FAKTORIAL 2^2

(r observasi tiap sel)

kombinasi perlakuan	respon	kolom(1)	kolom(2) = kontras
(1)	(1)	(1) + a	total = (1)+a+b+ab
a	a	b+ab	r.2A = -(1)+a-b+ab
b	b	a-(1)	r.2B = -(1)-a+b+ab
ab	ab	ab-b	r.2AB = (!)-a-b+ab

Dengan menggunakan harga-harga (1), a, b, dan ab yang telah dihitung dari tabel Daftar 3.4, maka kita peroleh berikut :

Tabel 3.7
NILAI KONTRAS DENGAN METODE YATES
UNTUK DAFTAR DALAM TABEL 3.4

kombinasi perlakuan	respon	kolom (1)	kolom(2)	JK
(1)	134,6	265,8	total = 542,4	24.516,48
a	131,2	276,2	6A = -2,6	0,56
b	137,9	-3,4	6B = 10,8	9,72
ab	138,7	0,8	6AB = 42	1,47

Kolom terakhir, ialah kolom untuk JK didapat dengan jalan membagi pangkat 2 masing-masing kombinasi perlakuan (harga-harga dalam kolom 2) oleh $r.2^2$ menggunakan r = 3.

Daftar diatas sekaligus memberikan Jk untuk rata-rata yang tiada lain daripada JK untuk kombinasi perlakuan (1) dengan dk = 1. Untuk menentukan JK kekeliruan perlulah dihitung $\sum Y^2$ seperti biasa dan dengan melakukan pengurangan oleh R_y, A_y, B_y,dan AB_y akan diperoleh E_y. Hasilnya akan sama seperti dicantumkan dalam daftar 3(5).

3.3 Rancangan Faktorial 2^3

Misalkan eksperimen yang dilakukan secara acak sempurna itu melibatkan tiga buah faktor A, B, C tiap faktor mempunyai 2 buah taraf. Desain yang diperoleh akan merupakan desain eksperimen faktorial 2^3 acak sempurna. Menggunakan notasi yang diuraikan dalam bagian 3.1 maka didapatkan 8 buah kombinasi perlakuan yakni (1), a, b, ab, c, ac, bc, dan abc.

Perluasan dari cara yang telah dijelaskan untuk faktorial 2^2 maka untuk faktorial 2^3 efek rata-rata tiap kombinasi perlakuan dapat diihitung dengan menggunakan hubungan berikut:

-Total = +(1) + a + b + ab + c + ac + bc + abc

-4A = -(1) + a - b + ab - c + ac - bc + abc

-4B = -(1) - a + b + ab - c - ac + bc + abc

-4AB = +(1) - a - b + ab + c - ac - bc + abc

-4C = -(1) - a - b - ab + c + ac + bc + abc

-4BC = +(1) + a - b - ab - c - ac + bc + abc

-4ABC = -(1) + a + b - ab + c - ac - bc + abc

Jika sistem diatas kita perhatikan nampak bahwa

1. Untuk efek A, B atau C, maka koefisoen-koefisien kontras yang masing-masing tidak mengandung a, b atau c bertanda negatif sedangkan yang mengandung a, b atau c bertanda positif.
2. Koefisien kontras, jadi juga tanda untuk efek AB didapat dengan jalan mengalikan koefisien kontras efek A dengan koefisien kontras efek B. Demikian pula koefisien kontras efek AC dan BC masing-masing didapat dengan jalan mengalikan koefisien-koefisien kontras efek A dengan efek C dan efek B dengan efek C.
3. Koefisien kontras efek ABC didapat sebagai hasil perkalian koefisien-koefisien kontras efek A dengan Efek BC atau efek B dengan efek AC atau efek C dengan efek AB

Penentuan kontras-kontras diatas, barangkali akan lebih mudah diingat apabila digunakan perkalian sejumlah bentuk binom, yakni

$$4A = (a - 1)\ (b + 1)\ (c + 1)$$

$$4B = (a + 1)\ (b - 1)\ (c + 1)$$

$$4AB = (a - 1)\ (b - 1)\ (c + 1)$$

$$4C = (a + 1)\ (b + 1)\ (c - 1)$$

$$4AC = (a - 1)\ (b + 1)\ (c - 1)$$

$$4BC = (a + 1)\ (b - 1)\ (c - 1)$$

$$4ABC = (a - 1)\ (b - 1)\ (c - 1)$$

Hubungan antara kombinasi perlakuan dan efek yang membentuk kontras ortogonal diatas akan mudah tampak bila disusun dalam daftar sebagai berikut.

Tabel 3.8

TANDA KOEFISIEN EFEK UNTUK RANCANGAN FAKTORIAL 2^3

kombinasi perlakuan	efek							
	total	A	B	AB	C	AC	BC	ABC
(1)	+	−	−	+	−	+	+	−
a	+	+	−	−	−	−	+	+
b	+	−	+	−	−	+	−	+
ab	+	+	+	+	−	−	−	−
c	+	−	−	+	+	−	−	+
ac	+	+	−	−	+	+	−	−
bc	+	−	+	−	+	−	+	−
abc	+	+	+	+	+	+	+	+

Jelas bahwa dengan menggunakan daftar diatas sistem kontras ortogonal dengan mudah dapat dibentuk sedangkan jumlah kuadrat-kuadrat tiap efek yang membentuk kontras dihitung dengan aturan

$$JK(efek) = \frac{(kontras)^2}{r.2^3}$$

Dengan r menyatakan banyak replikasi dalam tiap sel kombinasi perlakuan.

Untuk menghitung JK (kekeliruan), tentulah harus dihitung jumlah kuadrat-kuadrat semua observasi ΣY^2, dan Ey seperti biasa ditentukan dengan jalan pengurangan ΣY^2 oleh jumlah kuadrat-kuadrat semua sumber variasi.

Metode yates dapat juga digunakan untuk menghitung kontras dan JK tiap kombinasi perlakuan dalam eksperimen faktorial 2^3. Skema perhitungannya dapat dilihat dalam daftar dibawah ini.

Tabel 3.9

SKEMA PERHITUNGAN KONTRAS METODE YATES UNTUK RANCANGAN FAKTORIAL 2^3

(r observasi tiap sel)

perlakuan	respon	kolom (1)	kolom (2)	kolom(3) = kontras
(1)	(1)	(1)+a	(1)+a+b+ab	Total =
a	a	b+ab	c+ac+bc+abc	$r.2^2A$ =
b	b	c+ac	a-(1)+ab-b	$r.2^2B$ =
ab	ab	bc+abc	ac-c+abc-bc	$r.2^2AB$ =
c	c	a-(1)	b+ab-(1)-a	$r.2^2C$ =
ac	ac	ab-b	bc+abc-c-ac	$r.2^2AC$ =
bc	bc	ac-c	ab-b-a+(1)	$r.2^2BC$ =
abc	abc	abc-bc	abc-bc-ac+c	$r.2^2ABC$ =

Perlu diperhatikan bahwa untuk eksperimen tanpa replikasi jadi r = 1 maka harga-harga tiap kombinasi perlakuan tentulah sama dengan nilai observasi untuk kombinasi perlakuan yang bersangkutan. Apabila eksperimen menggunakan replikasi sebanyak r kali, maka untuk harga-harga tiap kombinasi perlakuan diambil jumlah nilai pengamatan dalam tiap sel kombinasi perlakuan yang bersesuaian.

3.4 Rancangan Faktorial 2^k

Uraian untuk eksperimen faktorial 2^2dan 2^3 yang diberikan dalam bagian-bagian yang lalu dengan mudah dapat diperluas kepada eksperimen faktorial 2^k, suatu eksperimen faktorial yang menyangkut K buah faktor dengan tiap faktor terdiri atas 2 taraf(level). Jika untuk k = 2 dan k = 3 masing-masing akan didapatkan 4 dan 8 kombinasi perlakuan, maka untuk k = 4 didapat 16 kombinnasi perlakuan, k = 5 didapat 32 kombinasi perlakuan dan begitu seterusnya, makin besar k makin banyak terjadinya kombinasi perlakuan. Ini menyebabkan pula makin panjang analisisnya sehingga makin panjang pula susunan sistem kontras yang menyatakan hubungan antara efek-efek dan kombinasi perlakuan. Apabila dalam tiap sel kombinasi perlakuan terjadi replikasi sebanyak r kali maka secara umum, hubungan ini dapat ditentukan dari

$$r.2^{k-1}A = (a-1)(b+1)(c+1)(d+1)(e+1)$$

$$r.2^{k-1}B = (a+1)(b-1)(c+1)(d+1)(e+1)\ldots$$

$$r.2^{k-1}C = (a+1)(b+1)(c-1)(d+1)(e+1)\ldots$$

$$\vdots$$

$$r.2^{k-1}AB\ldots = (a-1)(b-1)(c+1)(d+1)(e+1)\ldots$$

$$r.2^{k-1}AC = (a-1)(b+1)(c-1)(d+1)(e+1)\ldots$$

$$\vdots$$

$$r.2^{k-1}ABC = (a-1)(b-1)(c-1)(d+1)(e+1)\ldots$$

$$r.2^{k-1}ABD = (a-1)(b-1)(c+1)(d-1)(e+1)\ldots$$

$$\vdots$$

$$r.2^{k-1}ABCD = (a-1)(b-1)(c-1)(d-1)(e-1)\ldots$$

$$\vdots$$

dan seterusnya

Dengan singkat hubungan kontras ini dapat ditulis sebagai

$$\text{Kontras} = r.2^{k-1}(\text{efek})$$

Diruas kanan dalam semua perkalian diatas, tampak bahwa faktor faktor binom berbentuk (y-1) apabila diruas kiri terdapat faktor Y dan (y+1) apabila tidak terdapat faktor Y. Untuk ANAVA, tentulah perlu dihitung $\Sigma\ Y^2$, jumlah kuadrat-kuadrat semua nilai pengamatan, sedangkan jumlah kuadrat-kuadrat tiap efek atau kombinasi perlakuan dihitung dengan

$$JK(\text{efek}) = \frac{\text{kontras}}{2.r^k}$$

JK(kekeliruan) ditentukan dengan melakukan pengurangan ΣY^2 oleh JK semua sumber variasi lainnya.

Bentuk umum daftar ANAVA untuk ini dapat dilihat dalam Daftar 3(13). Agar supaya kombinasi perlakuan urutannya benar, dianjurkan agar cara menyusunnya seperti dibawah ini.

(1)	d	e	de
a	ad	ae	ade
b	bd	be	bde
ab	abd	abe	abde
c	cd	ce	cde dan seterusnya
ac	acd	ace	acde
bc	bcd	bce	bcde
abc	abcd	abce	abcde

Tabel 3.10

DAFTAR ANAVA UNTUK RANCANGAN FAKTORIAL 2^k

(r Replikasi Tiap Sel)

sumber variasi		dk		JK
Rata-rata		1		
Efek utama	A	1		
	.			
	.			
	.			
interaksi 2 faktor	AB	1		dihitung dengan metode yates
	AC	1	$\frac{k(k-1)}{2}$	
	BC	1		
	.	.		
	.	.		
	.	.		
Interaksi 3 faktor	ABC	1		
	ABD	1	$\frac{k(k-1)(k-2)}{6}$	
	BCD	1		
	.	.		
	.	.		
	.	.		
Interaksi 4 faktor dan seterusnya		.		
		.		
		.		
		.		
kekeliruan		$2^k(r-1)$		
jumlah		$r.2^k$		ΣY^2