

BAB I
PENDAHULUAN

1. Pengertian

Tujuan analisa regresi atau pencocokan data (*curve fitting*) adalah untuk menghasilkan nilai parameter yang tidak diketahui dalam suatu persamaan berdasarkan data percobaan. Tanpa memperhatikan apakah persamaan linier ataupun nonlinier dalam parameter, metode untuk menghitung parameter dari suatu model sangat diperlukan.

Syarat ini umumnya dipenuhi dengan fungsi obyektif kuadrat terkecil (*least square*), dimana persamaannya dapat ditulis :

$$S = \sum_{i=1}^N (Y_i - Y_i^*)^2$$

di mana :

Y_i = nilai percobaan variabel tidak bebas untuk observasi/pengamatan ke-i

Y_i^* = nilai prediksi atau perhitungan variabel tak bebas untuk observasi/pengamatan ke-i

Parameter terbaik pada model akan tercapai jika fungsi obyektif minimum.

Dalam tugas akhir ini yang akan dibahas adalah fungsi obyektif pada model regresi nonlinier. Untuk model yang bisa ditransformasi ke dalam bentuk linier, dapat

diselesaikan dengan transformasi dan perhitungan selanjutnya seperti pada model regresi linier.

Metode Gauss-Newton salah satu metode iterasi yang digunakan untuk menyelesaikan model regresi nonlinier, mempunyai kemampuan dalam kecepatan pencapaian nilai akhir yang optimum setelah kekonvergenan tercapai.

1.2. Permasalahan

Pada tugas akhir ini akan membahas fungsi obyektif kuadrat terkecil (*least square*) pada model regresi nonlinier selanjutnya digunakan untuk mengestimasi parameter yang belum diketahui melalui transformasi dan metode Gauss-Newton serta wilayah kepercayaannya.

Dalam hal ini model regresi nonliniernya sudah tersedia berikut data percobaannya, sehingga penulis tidak menentukan model regresi nonliniernya. Tetapi dari model dan data yang sudah ada dihitung fungsi obyektifnya, selanjutnya menghitung parameter-parameternya.

1.3. Metode Pembahasan

Model regresi secara umum disajikan dalam bentuk sebagai berikut :

$$Y^* = f(X_1, X_2, X_3, \dots, X_m; \beta_1, \beta_2, \beta_3, \dots, \beta_p)$$

menggunakan n data untuk Y_i dan X_{mi} , untuk $i = 1, 2, 3,$

..., n, dan $j = 1, 2, 3, \dots, p$ dan penyelesaiannya dengan metode fungsi obyektif kuadrat terkecil.

Fungsi obyektif kuadrat terkecil ini digunakan karena terbukti efektif, dengan estimasi awal yang baik, koefisien yang tidak diketahui akan tercapai.

Dengan ekspansi deret Taylor, persamaan regresinya akan menjadi :

$$Y_i = Y_i^* + \left[\frac{\partial Y_i}{\partial \beta_1} \right]^* \Delta\beta_1 + \left[\frac{\partial Y_i}{\partial \beta_2} \right]^* \Delta\beta_2 + \dots + \left[\frac{\partial Y_i}{\partial \beta_p} \right]^* \Delta\beta_p$$

$$\text{dengan : } \Delta\beta_j = [\beta_j - \beta_j^*] \\ j = 1, 2, 3, \dots, p$$

Fungsi obyektif kuadrat terkecilnya adalah :
meminimalkan $S = \sum_{i=1}^n (Y_i - Y_i^*)^2$.

Untuk memperolehnya dengan mendifferensialkan secara parsial fungsi obyektif kuadrat terkecil dan mensubstitusi ke dalam persamaan normal untuk masing-masing koefisien yakni : $\frac{\partial S}{\partial \beta_j} = 0$ dengan $j = 1, 2, 3, \dots, p$, sehingga

diperoleh persamaan normal :

$$(A^T A) \Delta A^* = A^T (Y - Y^*)$$

di mana :

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1p} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2p} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{np} \end{bmatrix} \quad \text{dengan } a_{ij} = \frac{\partial Y_i^*}{\partial \beta_j}$$

$i = 1, 2, 3, \dots, n$ dan $j = 1, 2, 3, \dots, p$.

$$\Delta\beta = \begin{bmatrix} (\beta_1 - \beta_1^*) \\ (\beta_2 - \beta_2^*) \\ \vdots \\ (\beta_p - \beta_p^*) \end{bmatrix} \quad \text{dan } (Y - Y^*) = \begin{bmatrix} (Y_1 - Y_1^*) \\ (Y_2 - Y_2^*) \\ \vdots \\ (Y_n - Y_n^*) \end{bmatrix}$$

dengan $A^T = \text{transpos matriks } A$.

Persamaan normal merupakan sistem persamaan aljabar linier dan diselesaikan untuk memperoleh parameter β . Vektor β dan S akan mendekati nol sehingga tercapai konvergen, jika konvergen tidak tercapai maka β_k diperbaharui dengan mengganti nilai lama dengan nilai baru dan proses diulang dengan $e_k = \beta_{k+1} - \beta_k$.

1.4. Sistematika Penulisan

Dalam penulisan tugas akhir ini secara garis besar dapat diberikan dalam berbagai bab.

Bab pertama tentang permasalahan, metode pembahasan masalah dan sistematika penulisan.

Bab kedua diberikan beberapa definisi dan teorema penunjang serta penjelasan seperlunya dari teorema-teorema dan definisi-definisi berkenaan dengan materi pembahasan.

Bab ketiga membahas fungsi obyektif kuadrat terkecil pada model regresi nonlinier, yang selanjutnya untuk mengestimasi parameter-parameter yang tidak diketahui dengan transformasi ke dalam bentuk linier dan dengan metode Gauss-Newton serta analisa statistiknya.

Bab keempat merupakan penutup, yang berisi kesimpulan dari penulisan tugas akhir ini.

