BAB II

RANCANGAN PERCOBAAN

2.1. KONSEP DASAR

2.1.1. TURUNAN PARSIAL

Di dalam pendugaan parameter, suatu rancangan percobaan diperlukan suatu turunan parsial.

DEFINISI 1

Turunan parsial ke-x suatu fungsi dari dua variabel z = f(x,y) dinotasikan sebagai $\frac{\partial z}{\partial x}$ adalah turunan ke-x fungsi dua variabel z = f(x,y), dimana variabel selain x dianggap sebagai konstanta dan dirumuskan sebagai :

$$\frac{\partial z}{\partial x} = \lim_{\Delta x \longrightarrow 0} \frac{f(x + \Delta x,\ y) - f(x,y)}{\Delta x}$$

dan dianggap sebagai turunan pertama terhadap x, sedangkan turunan pertama dari z = f(x.y) terhadap y adalah :

$$\frac{\partial z}{\partial y} = \lim_{\Delta y \longrightarrow 0} \frac{f(x,\ y + \Delta y) - f(x,y)}{\Delta y}$$

Turunan parsial terhadap $\frac{\partial z}{\partial x}$ dan $\frac{\partial z}{\partial y}$ dari z = f(x,y) dapat diturunkan lagi terhadap x dan y dan menghasilkan turunan kedua sebagai berikut :

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} = \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial z}{\partial x}\right) \quad ; \quad \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial z}{\partial y}\right)$$

$$; \quad \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial z}{\partial y}\right) = \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)$$

DEFINISI 2

Apabila $z = f(x,y)$ mempunyai turunan parsial pertama dan kedua dalam daerah tertentu yang memuat titik (x_o, y_o, z_o) dimana $\frac{\partial z}{\partial x} = 0$ dan $\frac{\partial z}{\partial y} = 0$, maka

jika $\left(\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}\right) \left(\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}\right) - \left(\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}\right) > 0$ di P_o

$z = f(x,y)$ mempunyai :

- minimum relatif di P_o jika $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} > 0$
- maksimum relatif di P_o jika $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} < 0$

Contoh :

$z = (3x - 2y)^2$ maka

$$\frac{\partial z}{\partial x} = 2(3x - 2y)(3) = 6(3x - 2y) \text{ dan } \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} = 18$$

$$\frac{\partial z}{\partial y} = 2(3x - 2y)(-2) = -4(3x - 2y) \text{ dan } \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 8$$

syarat harga ekstrim bila $\frac{\partial z}{\partial x} = 0$ dan $\frac{\partial z}{\partial y} = 0$

Karena $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} = 18 > 0$ maka mempunyai harga ekstrim minimum.

2.1.2. PENDUGAAN PARAMETER DAN PENGUJIAN HIPONTESA

2.1.2.1. PENDUGAAN PARAMETER

Pendugaan diperlukan untuk menaksir parameter populasi yang tidak diketahui misalkan rata-rata dan variansi. Hal ini dapat dilakukan dengan menghitung statistik dari sampel acak yang berdistribusi probabilitas yang diketahui untuk menduga parameter.

Cara pendugaan parameter yang paling sederhana adalah dengan metode kuadrat terkecil.

METODE KUADRAT TERKECIL

DEFINISI 3

Bila pengamatan dari nilai penduga suatu ariabel aak x_i adalah $x_1, x_2, \ldots, x_n$ dan rata-rata populasinya adalah $E(x) = \mu$ maka jumlah kuadrat simpangan masing-masing pengamatan terhadap rata-rata μ dinotasikan :

$\sigma^2 = \sum_{i=1}^{n} (x_i - \mu)^2$ mempunyai nilai terkecil.

Sifat metode kuadrat terkecil :

Agar mempunyai nilai minimum, maka turunan parsial pertama fugsi terhadap parameter μ sama dengan nol dan turunan parsial kedua teradap μ lebih besar 0.

$$\frac{\partial \left[\sum_{i=1}^{n} (x_i - \mu)^2\right]}{\partial \mu} = 0$$

$$\frac{\partial^2 \left[\sum_{i=1}^{n} (x_i - \mu)^2\right]}{\partial \mu^2} > 0$$

2.1.2.2. PENGUJIAN HIPOTESA

Untuk mengetahui benar atau salah suatu percobaan maka perlu dilakukan pengujian, dikenal sebagai pengujian hipotesa.

DEFINISI 4

Hipotesa statistik adalah pernyataan atau praduga mengeai satuatau lebih populasi.

DEFINISI 5

H_o disebut hipotesa nol yang merupakan hipotesa yang akan diuji sedangkan H_1 disebut hipotesa alternatif yang merupkana tandingan H_o, jika H_o ditolak maka H_1 akan diterima.

DEFINISI 6

Kesalahan jenis I adalah penolakan H_o yang benar dan kesalahan jenis II adalah penerimaan H_o yang salah.

Peluang melakukan kesalahan jenis I disebut sebagai taraf nyata uji yang dinotasikan dengan α. Sedangkan taraf kepercayaan dinotasikan $(1 - \alpha)$ yang merupakan peluang membuat keputusan yang benar.

Langkah-langkah pengujian hipotesa :

1. Menyatakan hipotesa nol (H_o) dan memilih hipotesa alternatif (H_1) yang sesuai.
2. Menentukan taraf nyata α
3. Dengan uji statisik yang sama dan menentukan daerah kritis.
4. Menghitung nilai uji statistik dari data yag diperoleh.
5. Membuat keputusan dengan ketentuan H_1 diterima jika berada di dalam daerah kritis dan menerima H_o jika diluar daerah kritis.

2.2. RANCANGAN PERCOBAAN

Dalam merencanakan suatu percobaan, diperlukan rancangan percobaan yang bertujuan agar langkah-langkah percobaannya dapat terarah dan dengan pemilihan rancangan yang sesuai akan mendapatkan informasi yang semaksimal mungkin dengan menekan biaya yang seminim-minimnya dari perobaan yang akan dilakukan.

2.2.1. Beberapa istilah dalam rancangan percobaan

a. **Percobaan (Experiment)**

Suatu usaha yang direncanakan dalam mengungkapkan fakta-fakta baru, menguatkan atau menyangkal hasil yang sudah ada sebelumnya.

b. **Rancangan Percobaan (Experimental Design)**

Cara memilih dan membuat suatu rancangan yang mencakup prosedur/langkah-langkah analisa statistik dari data hasil percobaan sampai mengambil kesimpulan yang sah.

c. **Unit Percobaan (Experimental Unit)**

Sekelompok bahan yang dikenakan perlakuan dengan suatu replikasi pada suatu percobaan.

d. **Perlakuan (Treatment)**

Macam-macam cara/langkah yang dikenakan pada unit percobaan yang diukur dan dibandingkan dengan yang lain.

e. **Replikasi (Replication)**

Ulangan perlakuan terhadap unit percobaan.

f. **Pengacakan (Randomization)**

Cara membuat hubungan antara kekeliruan (sesatan) yang sekecil-kecilnya dan menghilangkan bias.

g. **Sesatan Percobaan (Experiment Error)**

Suatu keterbatasan materi percobaan dalam memberikan pengaruh yang sama terhadap perlakuan yang sama.

h. **Analisa Variansi**

Suatu metode untuk menguji nilai rata-rata dengan menguraikan variasi total dari data-data yang ada.

2.2.2. RANCANGAN ACAK KELOMPOK

Jika materi percobaan sangat heterogen, maka dapat dilakukan pengelompokan materi-materi tersebut menjadi kelompok-kelompok yang lebih homogen sebagai cara mengontrol variabilitas materi percobaan jika perlakuan dikenakan pada materi yang homogen dalam setiap blok dan diulangi pada blok yang lain, maka digunakan suatu Rancangan Acak Kelompok (RAK).

Dalam RAK perlakuan dibagi secara acak dalam setiap blok dan variasi antar blok dipisahkan dari variasi antar replikasi dalam perlakuan sehingga tidak ada pembatasan dalam perlakuan atau dalam replikasi percobaan. Dalam hal ini mengakibatkan variasi sesatan percobaan bertambah, sehingga harus menambah faktor sumber variasi dengan RAK variasi sesatan dapat terkendali.

2.2.2.1 MODEL LINIER DAN ANALISA STATISTIK

Data hasil pengamatan pada RAK dapat disusun dalam tabel sebagai berikut :

Tabel 1.

DATA HASIL PENGAMATAN

Blok (j)	PERLAKUAN (i)						Jumlah B_j
	1	2	3	4	. . .	k	
1	x_{11}	x_{21}	x_{31}	x_{41}	. . .	x_{k1}	$x_{.1}$
2	x_{12}	x_{22}	x_{32}	x_{42}	. . .	x_{k2}	$x_{.2}$
.	.	.	.	.		.	.
.	.	.	.	.		.	.
.	.	.	.	.		.	.
n	x_{1n}	x_{2n}	x_{3n}	x_{4n}	. . .	x_{kn}	$x_{.n}$
Jumlah P_i	$x_{1.}$	$x_{2.}$	$x_{3.}$	$x_{4.}$	. . .	$x_{k.}$	G

Notasi pengamatan pada RAK :

- G = Jumlah seluruh pengamatan

$$= \sum_i \sum_j x_{ij} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1)$$

- B_j = Jumlah pengamatan yang terjadi pada blok ke-j

$$= \sum_{i=1}^{k} x_{ij} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (2)$$

- P_i = Jumlah pengamatan yang mendapat perlakuan ke-i

$$= \sum_{j=1}^{n} x_{ij} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (3)$$

MK = mean koreksi

$$= \frac{G^2}{kn} = \frac{\left(\sum_i \sum_j x_{ij} \right)^2}{kn}$$

DEFINISI 7

Model linier Matematik dari RAK

$$X_{ij} = \mu + \tau_i + \beta_j + \varepsilon_{ij}$$
$$= m + t_i + r_j + e_{ij}$$

dimana :

X_{ij} = hasil pengamatan yang mendapat perlakuan ke-i pada blok ke-j

μ = rata-rata selruh pengamatan

τ_i = pengaruh perlakuan ke-i

β_j = pengaruh blok ke-j

ε_{ij} = sesatan percobaan

m, t_i, r_j, e_{ij} masing-masing merupakan penduga untuk μ, τ_i, β_j, ε_{ij}.

DEFINISI 8

Untuk model tetap didefinisikan pengaruh perlakuan dan pengaruh blok sebagai simpangan terhadap rata-rata, sehingga :

$$\sum_i \tau_i = \sum_j \beta_j = 0$$

Dan sesatan percobaan diasusikan berdistribusi normal dengan rata-rata 0 dan variasi σ^2 dan ditulis :

$$\varepsilon_{ij} \sim \text{NID}\ (0, \sigma^2)$$

Dengan metode kuadrat terkecil yaitu dengan mendeferensialkan jumlah kuadrat sesatan dan menyamakan dengan nol dari model tersebut yaitu :

$$X_{ij} = m + t_i + r_j + e_{ij}$$
$$e_{ij} = X_{ij} - m - t_i - r_j$$

Derivative parsial D terhadap m, t_i, r_j menghasilkan persamaan normal :

$$\frac{\partial D}{\partial m} = (-2)\left[\sum_i \sum_j (X_{ij} - m - t_i - r_j)\right] = 0$$

$$\sum_i \sum_j X_{ij} - \sum_i \sum_j m - \sum_i \sum_j t_i - \sum_i \sum_j r_j = 0$$

$$\sum_i \sum_j X_{ij} - knm - n \sum_i t_i - k \sum_j r_j = 0 \quad .....(5)$$

$$\frac{\partial D}{\partial t_i} = (-2)\left[\sum_j (X_{ij} - m - t_i - r_j)\right] = 0$$

$$\sum_j X_{ij} - \sum_j m - \sum_j t_i - \sum_j r_j = 0$$

$$\sum_j X_{ij} - nm - n\, t_i - \sum_j r_j = 0 \quad ..... (6)$$

$$\frac{\partial D}{\partial r_j} = (-2)\left[\sum_j (X_{ij} - m - t_i - r_j)\right] = 0$$

$$\sum_i X_{ij} - \sum_i m - \sum_i t_i + \sum_i r_j = 0$$

$$\sum_i X_{ij} - km - \sum_i t_i + k\, r_j = 0 \quad ..... (7)$$

Menurut definisi 24 maka persamaan (5), (6), (7) menjadi :

$$\sum_i \sum_j X_{ij} - knm = 0 \text{ sehingga } \sum_i \sum_j X_{ij} = knm$$

$$G = knm \quad ..... (8)$$

$\sum_j X_{ij} - nm - n\, t_i = 0$ sehingga

$$t_i = \frac{\sum_j X_{ij}}{n} - m = \bar{x}_{i.} - \bar{x}$$

$$t_i = \frac{P_i}{n} - m \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (9)$$

$\sum_i X_{ij} - km - k\, r_j = 0$ sehingga

$$r_j = \frac{\sum_i X_{ij}}{k} - m \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (10)$$

$$r_j = \frac{B_j}{k} - m = \bar{x}_{.j} - \bar{x}$$

Dari persamaan (8) didapat :

$$m = \frac{G}{kn} = \frac{\sum_i \sum_j x_{ij}}{kn} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (11)$$

Dari persamaan (9), (10), (11) akan didapat :

$$e_{ij} = X_{ij} - m - t_i - r_j$$

$$= X_{ij} - m - \left(\frac{P_i}{n} - m\right) - \left(\frac{B_j}{k} - m\right)$$

$$= X_{ij} - \frac{P_i}{n} - \frac{B_j}{k} + m \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (12)$$

Pemisahan derajat bebas untuk RAK yang berkaitan dengan jumlah kuadrat akan disajikan dalam tabel 2.

Tabel 2
ANALISA VARIANSI

Sumber variasi	db	Jumlah Kuadrat	Simbol
Perlakuan	k - 1	$\sum_i \left(\sum_j X_{ij} \right)^2 \Big/ n - \left(\sum_i \sum_j X_{ij} \right)^2 \Big/ kn$	JKP
Blok	n - 1	$\sum_j \left(\sum_i X_{ij} \right)^2 \Big/ k - \left(\sum_i \sum_j X_{ij} \right)^2 \Big/ kn$	JKB
Sesatan	(k-1)(n-1)	JKS	JKS
Total (terkoreksi)	kn - 1	$\sum_i \sum_j X_{ij}^2 - \left(\sum_i \sum_j X_{ij} \right)^2 \Big/ k$	JKT

Bukti Analisa Variansi :

(i) Persamaan total (terkoreksi)

$$\begin{aligned} JKT &= \sum_i \sum_j (X_{ij} - m)^2 \\ &= \sum_i \sum_j X_{ij}^2 - 2\, m \sum_i \sum_j X_{ij} + \sum_i \sum_j m^2 \\ &= \sum_i \sum_j X_{ij}^2 - 2\, m\, G + knm^2 \\ &= \sum_i \sum_j X_{ij}^2 - 2\, m\, G + m\, G \\ &= \sum_i \sum_j X_{ij}^2 - m\, G \\ &= \sum_i \sum_j X_{ij}^2 - \left(\sum_i \sum_j X_{ij} \right)^2 \Big/ kn \quad \ldots\ldots\ldots (13) \end{aligned}$$

derajat bebas dari JKT

Karena JKT mempunyai k buah perlakuan dan n buah ulangan maka JKT mempunyai kn elemen sehingga mempunyai derajat bebas (kn - 1).

(ii) Persamaan Perlakuan

$$JKP = \sum_i \sum_j \left(\frac{P_i}{n} - m \right)^2$$

$$= \sum_i \sum_j \left(\frac{P_i}{n} \right)^2 - 2\ m\ n \sum_i \frac{P_i}{n} + k\ n\ m^2$$

$$= \sum_i \frac{(P_i)^2}{n} - 2\ m \sum_i P_i + k\ n\ m^2$$

$$= \sum_i \frac{(P_i)^2}{n} - 2\ m \sum_i \sum_j X_{ij} + m\ G$$

$$= \sum_i \frac{(P_i)^2}{n} - 2\ m\ G + m\ G = \sum_i \frac{(P_i)^2}{n} - m\ G$$

$$= \sum_j \left(\sum_i X_{ij} \right)^2 \Big/ n - \left(\sum_i \sum_j X_{ij} \right)^2 \Big/ kn \quad \ldots\ldots\ldots (14)$$

derajat bebas dari JKP :

Karena JKP mempunyai k buah elemen maka derajat bebas JKP adalah k - 1

(iii) Persamaan blok

$$JKB = \sum_i \sum_j \left(\frac{B_j}{k} - m \right)^2$$

$$= \sum_i \sum_j \left(\frac{B_j}{k} \right)^2 - 2\ m\ n \sum_j \frac{B_j}{k} + k\ n\ m^2$$

$$= k \sum_j \left(\frac{B_j}{k}\right)^2 - 2\ m \sum_j B_i + k\ n\ m^2$$

$$= \sum_j \left[\sum_i X_{ij} \right]^2 \Big/ k \ - 2\,m \sum_j \left[\sum_i X_{ij} \right] + m\ G$$

$$= \sum_j \left[\sum_i X_{ij} \right]^2 \Big/ k \ - 2\ m\ G + m\ G$$

$$= \sum_j \left[\sum_i X_{ij} \right]^2 \Big/ \ - \left[\sum_i \sum_j X_{ij} \right]^2 \Big/ kn \quad \ldots\ldots\ldots (15)$$

derajat bebas dari JKB :

Karena JKB mempunyai n buah blok maka derajat bebas JKB adalah n - 1

(iv) Persamaan sesatan

$$JKS = \sum_i \sum_j e_{ij} = \sum_i \sum_j (X_{ij} - m - t_i - r_j)^2$$

$$= \sum_i \sum_j (X_{ij} - m - t_i - r_j)\ (X_{ij} - m - t_i - r_j)$$

$$= \sum_i \sum_j X_{ij}(X_{ij} - m - t_i - r_j) - \left[\sum_i \sum_j m\right](X_{ij} - m$$

$$- t_i - r_j) - n \sum_i t_i \ \ (X_{ij} - m - t_i - r_j)$$

$$- k \sum_j r_j(X_{ij} - m - t_i - r_j)$$

menurut definisi 24 maka :

$$JKS = \sum_i \sum_j X_{ij}^2 - m \sum_i \sum_j X_{ij} - \sum_i \sum_j X_{ij} t_i - \sum_i \sum_j X_{ij} r_j$$

$$- m \sum_i \sum_j X_{ij} + knm^2 + nm \sum_i t_i + k\ m \sum_j r_j - 0$$

$$= \sum_i \sum_j X_{ij}^2 - 2mG + mG - \sum P_i t_i - \sum B_j r_j$$

$$= \sum_i \sum_j X_{ij}^2 - \left(\sum_i \sum_j X_{ij} \right)^2 \Big/ kn - \sum_i P_i \left\{ \frac{P_i}{n} - m \right\}$$

$$- \sum_i B_j \left\{ \frac{B_j}{k} - m \right\} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (16)$$

JKS = JKT - JKP - JKB

Karena db JKT sama dengan (kn - 1) dan JKP sama dengan (k - 1) serta JKB = (n - 1) maka derajat bebas dari

db JKS = (db JKT) - (db JKP) - (db JKB)

= (kn - 1) - (k - 1) - (n - 1)

= (kn - 1) - (k + n - 2)

= (kn) - (k + n - 1) = kn - k - n + 1

= (k - 1) (n - 1)

DEFINISI 9

Rata-rata jumlah kuadrat adalah perbandingan antara jumlah kuadrat dengan derajat bebasnya, maka :

$$RJKT = \frac{JKT}{kn - 1} = \frac{\sum_i \sum_j X_{ij}^2}{kn - 1} - \frac{\left(\sum_i \sum_j X_{ij} \right)^2}{kn\ (kn - 1)}$$

$$RJKP = \frac{JKP}{k - 1} = \frac{\sum_i \left[\sum_j X_{ij} \right]^2}{n(k - 1)} - \frac{\left(\sum_i \sum_j X_{ij} \right)^2}{kn\ (k - 1)}$$

$$RJKB = \frac{JKB}{n - 1} = \frac{\sum_j \left[\sum_i X_{ij} \right]^2}{k(n - 1)} - \frac{\left(\sum_i \sum_j X_{ij} \right)^2}{kn\ (n - 1)}$$

$$RJKS = \frac{JKS}{(k - 1)(n - 1)} = \frac{JKT - JKP - JKB}{(k - 1)(n - 1)}$$

Setelah memperoleh harga estimasi kuadrat terkecil, kita akan menghitung harga harapan dari jumlah kuadrat dalam Rancangan Acak Kelompok dengan menganggap bahwa τ_i, ρ_j dan ε_{ij} variabel random dari populasi dengan mean 0 dan variansi masing-masing semua dengan $E(\tau_i^2) = \sigma_\tau^2$; $E(\rho_j^2) = \sigma_\rho^2$; $E(\varepsilon_{ij}^2) = \sigma_\varepsilon^2$ dan untuk menghitung harga rata-rata dengan syarat : $\sum_i \tau_i = 0$ dan $\sum_j \rho_j = 0$

maka :

(i) E(RJKT) = harga harapan rata-rata jumlah kuadrat total

$$JKT = \sum_i \sum_j X_{ij}^2 - \frac{\left(\sum_i \sum_j X_{ij}\right)^2}{kn} \quad \text{(sesuai persamaan 13)}$$

$$E(JKT) = E\left\{\sum_i \sum_j X_{ij}^2 - \frac{\left(\sum_i \sum_j X_{ij}\right)^2}{kn}\right\}$$

$$= E\left\{\sum_i \sum_j \left(\mu + \tau_i + \beta_j + \varepsilon_{ij}\right)^2 - \frac{\left(\sum_i \sum_j (\mu + \tau_i + \beta_j + \varepsilon_{ij})\right)^2}{kn}\right\}$$

$$= E\left\{\sum_i \sum_j \left(\mu + \tau_i + \beta_j + \varepsilon_{ij}\right)^2 - \frac{\left(kn\mu + n\sum_i \tau_i + k\sum_j \rho_j + \sum_i \sum_j \varepsilon_{ij}\right)^2}{kn}\right\}$$

$$= E\left\{ \sum_i \sum_j \left(\mu + \tau_i + \beta_j + \varepsilon_{ij}\right)^2 \right.$$

$$- \frac{\left(kn\mu + n\left(\tau_1 + \ldots + \tau_k\right) + k\left(\rho_1 + \ldots + \rho_n\right) \right.}{kn}$$

$$\left. \frac{\left. + \sum_i \sum_j \varepsilon_{ij}\right)^2}{kn} \right\}$$

$$= kn\mu^2 + kn\sigma_\tau^2 + kn\sigma_\rho^2 + kn\sigma_\varepsilon^2 - \left\{kn\mu^2 + n\sigma_\tau^2 + k\sigma_\rho^2 + \sigma_\varepsilon^2\right\}$$

$$= kn\mu^2 + kn\sigma_\tau^2 + kn\sigma_\rho^2 + kn\sigma_\varepsilon^2 - kn\mu^2 - n\sigma_\tau^2 - k\sigma_\rho^2 - \sigma_\varepsilon^2$$

$$= (kn - n)\sigma_\tau^2 + (kn - k)\sigma_\rho^2 + (kn - 1)\sigma_\varepsilon^2$$

$$= n(k - 1)\sigma_\tau^2 + k(k - 1)\sigma_\rho^2 + (kn - 1)\sigma_\varepsilon^2 \quad \ldots (17)$$

$$E(RJKT) = \frac{E(JKT)}{db\ JKT}$$

$$= \frac{n(k - 1)\sigma_\tau^2 + k(k - 1)\sigma_\rho^2 + (kn - 1)\sigma_\varepsilon^2}{kn - 1}$$

$$= \frac{n(k - 1)}{kn - 1}\ \sigma_\tau^2 + \frac{k(k - 1)}{kn - 1}\ \sigma_\rho^2 + \sigma_\varepsilon^2 \quad \ldots. (18)$$

(ii) E(RJKP) = harga harapan rata-rata jumlah kuadrat perlakuan

$$JKP = \sum_i \left[\frac{\left(\sum_j X_{ij} \right)^2}{n} \right] - \frac{\left(\sum_i \sum_j X_{ij} \right)^2}{kn}$$

$$E(JKP) = E \left\{ \sum_i \left[\frac{\left(\sum_j X_{ij} \right)^2}{n} \right] - \frac{\left(\sum_i \sum_j X_{ij} \right)^2}{kn} \right\}$$

$$= E \left\{ \sum_i \frac{1}{n} \left[n\mu + n\tau_i + \left[\rho_1 + \ldots + \rho_n\right] + \left[\varepsilon_{i1} + \ldots + \varepsilon_{in}\right]\right]^2 - \frac{1}{kn} \left[kn\mu + n\left[\tau_1 + \ldots + \tau_n\right] + k\left[\rho_1 + \ldots + \rho_n\right] + \left[\varepsilon_{i1} + \ldots \varepsilon_{in}\right]\right]^2 \right\}$$

$$= kn\mu + nk\sigma_\tau^2 + k\sigma_\rho^2 + k\sigma_\varepsilon^2 - kn\mu - k\sigma_\tau^2 - k\sigma_\rho^2 - \sigma_\varepsilon^2$$

$$= (kn - n)\sigma_\tau^2 + (k - 1)\sigma_\varepsilon^2$$

$$= n(k - 1)\sigma_\tau^2 + (k - 1)\sigma_\varepsilon^2$$

$$= (k - 1)\left\{ n\sigma_\tau^2 + \sigma_\varepsilon^2 \right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (19)$$

$$E(RJKP) = \frac{E(JKP)}{db\ JKP}$$

$$= \frac{(k - 1)\left\{ n\sigma_\tau^2 + \sigma_\varepsilon^2 \right\}}{k - 1}$$

$$= n\sigma_\tau^2 + \sigma_\varepsilon^2 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (20)$$

(iii) E(RJKB) = harga harapan rata-rata jumlah kuadrat blok

$$JKP = \sum_j \left[\frac{\left[\sum_i X_{ij}\right]^2}{k} \right] - \frac{\left(\sum_i \sum_j X_{ij} \right)^2}{kn}$$

$$E(JKB) = E \left\{ \sum_j \left[\frac{\left[\sum_i X_{ij}\right]^2}{k} \right] - \frac{\left[\sum_i \sum_j X_{ij} \right]^2}{kn} \right\}$$

$$= E \left\{ \sum_j \frac{1}{k} \left[k\mu + \left[\tau_1 + \ldots + \tau_n\right] + k\rho_j \left[\varepsilon_{i1} + \ldots \varepsilon_{in}\right]\right]^2 - \frac{1}{kn} \left[kn\mu + n\left[\tau_1 + \ldots + \tau_n\right] + k\left[\rho_1 + \ldots + \rho_n\right] + \left[\varepsilon_{i1} + \ldots \varepsilon_{in}\right]\right]^2 \right\}$$

$$= kn\mu + n\sigma^2_\tau + nk\sigma^2_\rho + k\sigma^2_\varepsilon - kn\mu - n\sigma^2_\tau - k\sigma^2_\rho - \sigma^2_\varepsilon$$

$$= (kn - k)\sigma^2_p + (n - 1)\sigma^2_\varepsilon$$

$$= k(n - 1)\sigma^2_\rho + (n - 1)\sigma^2_\varepsilon$$

$$= (n - 1)\left\{ k\sigma^2_\rho + \sigma^2_\varepsilon \right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (21)$$

$$E(RJKB) = \frac{E(JKB)}{db\ JKB}$$

$$= \frac{(n - 1)\left\{ k\sigma^2_\rho + \sigma^2_\varepsilon \right\}}{n - 1}$$

$$= k\sigma^2_\tau + \sigma^2_\varepsilon \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (22)$$

(iv) E(RJKS) = harga harapan rata-rata jumlah kuadrat sesatan.

$$JKS = JKT - JKB - JKP$$

$$\begin{aligned} E(JKS) &= E(JKT - JKB - JKP) \\ &= E(JKT) - E(JKB) - E(JKP) \end{aligned}$$

sesuai persamaan (17), (19) (21) maka

$$\begin{aligned} E(JKS) &= n(k-1)\sigma_{\tau}^{2} + k(k-1)\sigma_{\rho}^{2} + (kn-1)\,\sigma_{\varepsilon}^{2} \\ &\quad - n(k-1)\,\sigma_{\tau}^{2} - (k-1)\,\sigma_{\varepsilon}^{2} - k(n-1)\,\sigma_{\rho}^{2} - (n-1)\,\sigma_{\varepsilon}^{2} \\ &= (kn - 1)\sigma_{\varepsilon}^{2} - (k - 1)\sigma_{\varepsilon}^{2} - (n - 1)\sigma_{\varepsilon}^{2} \\ &= (kn - 1 - k + 1 - n + 1)\,\sigma_{\varepsilon}^{2} \\ &= (kn - k - n + 1)\,\sigma_{\varepsilon}^{2} \\ &= (k - 1)(n - 1)\,\sigma_{\varepsilon}^{2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (23) \end{aligned}$$

$$E(RJKS) = \frac{(k - 1)(n - 1)\,\sigma_{\varepsilon}^{2}}{(k - 1)(n - 1)} = \sigma_{\varepsilon}^{2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (24)$$

2.2.2.2. UJI HIPOTESA

Apabila akan diselidiki pengaruh perlakuan mempunyai beda nyata atau tidak, maka diambil :

$$F = \frac{E(RJKP)}{E(RJKS)} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (25)$$

Uji Hipotesa untuk RAK didefinisikan sebagai :

H_o : $\tau_i = 0$ dengan i = 1, 2, ... ,k

H_1 : minimal ada salah satu dari $\tau_i \neq 0$

dimana :

H_o = hipotesa nol atau pengaruh perlakuan tidak berbeda nyata.

H_1 = hipotesa tandingan atau pengaruh perlakuan berbeda nyata.

Karena E(RJKP) dan E(RJKS) dapat diduga dengan RJKP dan RJKS maka persamaan 25 menjadi :

$$F = \frac{RJKP}{RJKS} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (26)$$

Sesuai dengan definisi 23 maka X_{ij} berdistribusi normal independen dengan rata-rata $\mu + \tau_i$ dan varian σ^2, jika $\tau_i =$ 0 yang berarti H_o benar maka X_{ij} berdistribusi normal independen dengan rata-rata μ dan varian σ^2 maka sesuai definisi 18 (ii) jika $H_o : \tau_i = 0$ benar maka :

$$\frac{JKP}{\sigma^2} = \frac{(k - 1)\ RJKP}{\sigma^2}$$

akan berdistribusi Chi-kuadrat

dengan db = (k - 1) .... (27)

$$\frac{JKS}{\sigma^2} = \frac{(k - 1)(n - 1)\ RJKP}{\sigma^2}$$

akan berdistribusi Chi-kuadrat

dengan db = (k - 1)(n - 1) ...... (28)

Dari persamaan (27) dan (28) maka

$$F = \frac{RJKP}{RJKS} = \frac{JKP\ /\ (k - 1)}{JKS\ /\ (k - 1)(n - 1)}$$

akan berdistribusi F

dengan db [(k - 1),(k - 1)(n - 1)] dan disebut sebagai F_{hit} yang akan dibandingkan dengan F_{tabel} dengan db [(k - 1), (k - 1)(n - 1)] dan tingkat nyata α

$$F_{\alpha[(k-1),(k-1)(n-1)]}$$

Kesimpulan :

H_o ditolak jika $F_{hit} > F_{\alpha\,[(k-1),(k-1)(n-1)]}$

dengan kata lain ada pengaruh perlakuan yang berbeda nyata.