BAB II

TEORI PENUNJANG

Pada bab II penulisan tugas akhir ini akan dibahas secara singkat konsep dasar materi – materi yang dijadikan penunjang untuk pembahasan materi pada bab III. Materi – materi penunjang pada bab II adalah rancangan percobaan faktorial lengkap dengan interaksi pada model efek (pengaruh) tetap dan regresi linier berganda.

2.1. Rancangan Percobaan Faktorial Lengkap dengan Interaksi pada Model Efek (pengaruh) Tetap

Pembahasan mengenai pendekatan regresi linier untuk rancangan percobaan faktorial lengkap dengan interaksi tidak terlepas dari konsep dasar dari rancangan percobaan faktorial lengkap dengan interaksi, karena untuk mendapatkan model pendekatan regresi liniernya harus terlebih dahulu mengetahui model rancangan percobaan faktorial lengkap dengan interaksinya. Dengan kata lain, pembentukan model pendekatan regresi liniernya menyesuaikan model rancangan percobaan faktorialnya.

Percobaan faktorial merupakan suatu metode yang sistematis untuk menyelidiki hubungan antara pengaruh – pengaruh dari faktor yang berbeda. Rancangan percobaan faktorial lengkap artinya rancangan percobaan faktorial yang mempunyai jumlah pengamatan sama dalam setiap selnya. Sedangkan interaksi merupakan kombinasi dari dua perlakuan atau lebih dan terjadi apabila perbedaan dalam respons antara taraf satu faktor tidak sama pada taraf faktor lainnya. Pada grafik adanya interaksi dapat ditunjukkan oleh garis – garis yang saling tidak sejajar.

Tujuan dari analisis rancangan percobaan faktorial lengkap dengan interaksi adalah untuk mencari pengaruh dua atau lebih faktor beserta interaksinya terhadap observasi Y, yang mana setiap selya mempunyai jumlah pengamatan yang sama. Pengaruh pada rancangan percobaan faktorial ini ada dua, yaitu pengaruh utama yang merupakan perubahan dalam respons yang dihasilkan oleh sebuah perubahan dalam taraf faktor tersebut, dan pengaruh interaksi yaitu pengaruh yang disebabkan karena ketergantungan antara faktor yang satu dengan lainnya. Model rancangan percobaan faktorial yang akan dibahas adalah merupakan model efek tetap, artinya faktor – faktornya bersifat tetap .

2.1.1. Rancangan Percobaan Faktorial Lengkap dengan Interaksi untuk Dua Faktor pada Model Efek (pengaruh) Tetap

Jenis yang paling sederhana dari percobaan faktorial mencakup hanya dua faktor, katakan A dan B. Karena merupakan model efek tetap maka A dan B tetap dan berlaku $\sum_{i=1}^{a}\alpha_i = 0, \sum_{j=1}^{b}\beta_j = 0, \sum_{i=1}^{a}(\alpha\beta)_{ij} = 0, \sum_{j=1}^{b}(\alpha\beta)_{ij} = 0$ dan $\varepsilon_{ijk} \sim NID\ (0, \sigma^2)$, demikian pula untuk a taraf faktor A dan b taraf faktor B dipilih secara khusus. Tabel 2.1.1. menggambarkan dua faktor faktorial dengan n pengamatan percobaan dan setiap percobaan berisi seluruh kombinasi perlakuan ab. Faktor A sebagai perlakuan 1 dan faktor B sebagai perlakuan 2.

Tabel 2.1.1. Susunan data untuk rancangan percobaan faktorial dua faktor

	Faktor B				
Faktor A		**1**	**2**	**. . .**	**b**
	1	$Y_{111}, Y_{112}, \ldots, Y_{11n}$	$Y_{121}, Y_{122}, \ldots, Y_{12n}$		$Y_{1b1}, Y_{1b2}, \ldots, y_{1bn}$
	2	$Y_{211}, Y_{212}, \ldots, Y_{21n}$	$Y_{221}, Y_{222}, \ldots, Y_{22n}$		$Y_{2b1}, Y_{2b2}, \ldots, Y_{2bn}$
	⋮				
	a	$Y_{a11}, Y_{a12}, \ldots, Y_{a1n}$	$Y_{a21}, Y_{a22}, \ldots, Y_{a2n}$		$Y_{ab1}, Y_{ab2}, \ldots, Y_{abn}$

Observasi dalam sel ke- ij dan dalam pengamatan ke-k dinotasikan dengan Y_{ijk} dan dijabarkan dengan model linier secara statistik :

$$Y_{ijk} = \mu + \alpha_i + \beta_j + (\alpha\beta)_{ij} + \varepsilon_{ijk} \begin{cases} i = 1,2,\cdots,a \\ j = 1,2,\cdots,b \\ k = 1,2,\cdots,n \end{cases}$$

dimana : μ = rata – rata pengaruh keseluruhan

α_i = penyimpangan hasil dari mean μ yang disebabkan oleh pengaruh perlakuan faktor A taraf ke-i

β_j = penyimpangan hasil dari mean μ yang disebabkan oleh pengaruh perlakuan faktor B taraf ke-j

$(\alpha\beta)_{ij}$ = penyimpangan hasil dari mean μ yang disebabkan oleh pengaruh interaksi faktor A taraf ke-i dan faktor B taraf ke-j

ε_{ijk} = komponen random error pada sel ke-ij dalam pengamatan ke-k dan berdistribusi NID (0, σ^2)

Dalam percobaan ini akan diselidiki hubungan antara pengaruh – pengaruh dari faktor A taraf ke-i, faktor B taraf ke-j serta interaksi faktor A taraf ke-i dan faktor B taraf ke-j. Akan diperbandingkan a buah taraf perlakuan dari faktor A, b buah taraf perlakuan dari faktor B.

Analisis Secara Statistik Pada Rancangan Percobaan Faktorial Dua Faktor Pada Model Efek Tetap

Analisis pada rancangan percobaan faktorial ini digunakan dalam pengujian pengaruh dari tiap – tiap faktor. Pengujian ini dilakukan dengan uji F pada tingkat signifikan α. Statistik uji yang digunakan adalah F yang merupakan perbandingan rata – rata kuadrat yang bersesuaian dengan rata – rata kuadrat error. Untuk mendapatkan nilai F tersebut dapat dicari dari perhitungan jumlah kuadrat di bawah ini, sebab $F = \frac{MS_f}{MS_E} = \frac{SS_f / d.k}{SS_E / d.k}$, dengan d.k adalah derajat kebebasan.

Jumlah kuadrat untuk pengaruh utama yaitu :

$$SS_A = \sum_{i=1}^{a} \frac{y_{i..}^2}{bn} - \frac{y_{...}^2}{abn}$$

dan

$$SS_B = \sum_{j=1}^{b} \frac{y_{.j.}^2}{an} - \frac{y_{...}^2}{abn}$$

Jumlah kuadrat untuk pengaruh interaksi AB adalah :

$$SS_{AB} = SS_{subtotal} - SS_A - SS_B$$

dengan $SS_{subtotal} = \sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\frac{y_{ij.}^2}{n} - \frac{y_{...}^2}{abn}$

Jumlah kuadrat error dapat dihitung dari rumus :

$$SS_E = SS_T - SS_{AB} - SS_A - SS_B$$

atau

$$SS_E = SS_T - SS_{subtotal}$$

Untuk mendapatkan jumlah kuadrat error yang tidak nol, maka paling sedikit harus ada dua pengulangan.

Total jumlah kuadrat dihitung dari :

$$SS_T = SS_A + SS_B + SS_{AB} + SS_E$$

atau

$$SS_T = \sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{n} Y_{ijk}^2 - \frac{y_{...}^2}{abn}$$

dimana :

$y_{i..} = \sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{n} y_{ijk}$, menyatakan total observasi dengan taraf ke-i faktor A

$y_{.j.} = \sum_{i=1}^{a}\sum_{k=1}^{n} y_{ijk}$, menyatakan total observasi dengan taraf ke-j faktor B

$y_{ij.} = \sum_{k=1}^{n} y_{ijk}$, menyatakan total observasi dalam sel ke-ij

$y\cdots = \sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{n} y_{ijk}$, menyatakan total keseluruhan dari semua observasi

Nilai F di atas akan dibandingkan dengan nilai F_{tabel} nya, dengan rumusan hipotesa sebagai berikut :

misalnya untuk faktor A rumusan hipotesanya :

$H_0 : \alpha_i = 0$ (tidak ada pengaruh faktor baris dari faktor A)

$H_1 : \alpha_i \neq 0$ (ada pengaruh faktor baris dari faktor A)

Jika $F > F_{tab}$ maka H_0 ditolak, berarti bahwa faktor baris dari faktor A mempengaruhi observasi Y. Selanjutnya untuk pengujian pengaruh faktor – faktor yang lain dapat dilakukan dengan cara yang sama seperti di atas.

Prosedur pengujian di atas dapat disusun dalam tabel analisis varians, seperti digambarkan dalam tabel 2.1.2.

Tabel 2.1.2. Tabel analisis varians untuk rancangan percobaan faktorial dua faktor, model efek tetap

Sumber variasi	Jumlah kuadrat	Derajat kebebasan	Rata – rata Kuadrat	Fhit
Perlakuan A	SS_A	a – 1	$MS_A = \frac{SS_A}{a-1}$	$F = \frac{MS_A}{MS_E}$
Perlakuan B	SS_B	b – 1	$MS_B = \frac{SS_B}{b-1}$	$F = \frac{MS_B}{MS_E}$
Interaksi	SS_{AB}	(a – 1) (b – 1)	$MS_{AB} = \frac{SS_{AB}}{(a-1)(b-1)}$	$\vdots$
Error	SS_E	ab (n – 1)	$MS_E = \frac{SS_E}{ab(n-1)}$	
Total	SS_T	abn – 1		

2.1.2. Percobaan Faktorial Lengkap dengan Interaksi untuk Tiga Faktor pada Model Efek Tetap

Untuk percobaan faktorial lengkap dengan interaksi pada 3 faktor terdapat a taraf faktor A, b taraf faktor B dan c taraf faktor C yang dipilih secara khusus dengan A, B dan C tetap dan dengan n pengamatan, yang digambarkan dalam tabel 2.1.3.

Tabel 2.1.3. Susunan data untuk rancangan percobaan faktorial tiga faktor

	Faktor B													
		1				**2**				**...**	**b**			
		Faktor C				**Faktor C**					**Faktor C**			
		1	**2**	**...**	**c**	**1**	**2**	**...**	**c**		**1**	**2**	**...**	**c**
A	**1**	Y_{1111} Y_{1112} ⋮ Y_{111n}	Y_{1121} Y_{1122} ⋮ Y_{112n}		Y_{11c1} Y_{11c2} ⋮ Y_{11cn}	Y_{1211} Y_{1212} ⋮ Y_{121n}	Y_{1221} Y_{1222} ⋮ Y_{122n}		Y_{12c1} Y_{12c2} ⋮ Y_{12cn}		Y_{1b11} Y_{1b12} ⋮ Y_{1b1n}	Y_{1b21} Y_{1b22} ⋮ Y_{1b2m}		Y_{1bc1} Y_{1bc2} ⋮ Y_{1bcn}
	2	Y_{2111} Y_{2112} ⋮ Y_{211n}	Y_{2121} Y_{2122} ⋮ Y_{212n}		Y_{21c1} Y_{21c2} ⋮ Y_{21cn}	Y_{2211} Y_{2212} ⋮ Y_{221n}	Y_{2221} Y_{2222} ⋮ Y_{222n}		Y_{22c1} Y_{22c2} ⋮ Y_{22cn}		Y_{2b11} Y_{2b12} ⋮ Y_{2b1n}	Y_{2b21} Y_{2b22} ⋮ Y_{2b2n}		Y_{2bc1} Y_{2bc2} ⋮ Y_{2bcn}
	⋮													
	a	Y_{a111} Y_{a112} ⋮ Y_{a11n}	Y_{a121} Y_{a122} ⋮ Y_{a22n}		Y_{a1c1} Y_{a1c2} ⋮ Y_{a1cn}	Y_{a211} Y_{a212} ⋮ Y_{a21n}	Y_{a221} Y_{a222} ⋮ Y_{a22n}		Y_{a2c1} Y_{a2c2} ⋮ Y_{a2cn}		Y_{ab11} Y_{ab12} ⋮ Y_{ab1n}	Y_{ab21} Y_{ab22} ⋮ Y_{ab2n}		Y_{abc1} Y_{abc2} ⋮ Y_{abcn}

Model untuk tiga faktor adalah :

$$Y_{ijkl} = \mu + \alpha_i + \beta_j + \gamma_k + (\alpha\beta)_{ij} + (\alpha\gamma)_{ik} + (\beta\gamma)_{jk} + (\alpha\beta\gamma)_{ijk} + \varepsilon_{ijkl} \begin{cases} i = 1,2,\ldots,a \\ j = 1,2,\ldots,b \\ k = 1,2,\ldots,c \\ l = 1,2,\ldots,n \end{cases}$$

<u>Analisis Secara Statistik Pada Rancangan Percobaan Faktorial Tiga Faktor Pada Model Efek Tetap</u>

Prosedur pengujian hipotesis pada tiga faktor sama dengan pada dua faktor, yang berbeda hanyalah perhitungan jumlah kuadratnya sebagaimana ditulis di bawah ini :

Total jumlah kuadrat adalah :

$$SS_T = \sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{c}\sum_{l=1}^{n} y_{ijkl}^2 - \frac{y_{....}^2}{abcn}$$

Jumlah kuadrat untuk pengaruh utama dihitung dari :

$$SS_A = \sum_{i=1}^{a} \frac{y_{i...}^2}{bcn} - \frac{y_{....}^2}{abcn}$$

$$SS_B = \sum_{j=1}^{b} \frac{y_{\cdot j\cdot\cdot}^2}{acn} - \frac{y_{....}^2}{abcn}$$

$$SS_C = \sum_{k=1}^{c} \frac{y_{..k\cdot}^2}{abn} - \frac{y_{....}^2}{abcn}$$

Untuk menghitung jumlah kuadrat interaksi dua faktor, total untuk sel A x B, A x C dan B X C dibutuhkan untuk meringkas tabel data asli ke dalam tiga tabel dua arah agar total ini dapat dihitung.

$$SS_{AB} = \sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b} \frac{y_{ij\cdot\cdot}^2}{cn} - \frac{y_{....}^2}{abcn} - SS_A - SS_B = SS_{subtotal} - SS_A - SS_B$$

$$SS_{AC} = \sum_{i=1}^{a}\sum_{k=1}^{c} \frac{y_{i\cdot k\cdot}^2}{bn} - \frac{y_{....}^2}{abcn} - SS_A - SS_C = SS_{subtotal} - SS_A - SS_C$$

$$SS_{BC} = \sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{c} \frac{y_{\cdot jk\cdot}^2}{an} - \frac{y_{....}^2}{abcn} - SS_B - SS_C = SS_{subtotal} - SS_B - SS_C$$

Jumlah kuadrat interaksi tiga faktor dihitung dari total sel tiga arah $\{y_{ijk}\}$ yaitu :

$$SS_{ABC} = \sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{c} \frac{y_{ijk\cdot}^2}{n} - \frac{y_{....}^2}{abcn} - SS_A - SS_B - SS_C - SS_{AB} - SS_{Ac} - SS_{BC}$$

$$= SS_{subtotal} - SS_A - SS_B - SS_C - SS_{AB} - SS_{AC} - SS_{BC}$$

Jumlah kuadrat error didapat dengan pengurangan jumlah kuadrat pengaruh utama dan interaksi total jumlah kuadrat, atau sebagai :

$$SS_E = SS_T - SS_{subtotal}$$

Tabel 2.1.4. Tabel analisis varians untuk tiga faktor efek tetap

Sumber variasi	**Jumlah kuadrat**	**Derajat kebebasan**	**Rata – rata Kuadrat**	**Fhit**
Perlakuan A	SS_A	a – 1	$MS_A = \frac{SS_A}{a-1}$	$F = \frac{MS_A}{MS_E}$
Perlakuan B	SS_B	b – 1	$MS_B = \frac{SS_B}{b-1}$	$F = \frac{MS_B}{MS_E}$
Perlakuan C	SS_C	c – 1	$MS_C = \frac{SS_B}{c-1}$	$F = \frac{MS_C}{MS_E}$
Interaksi AB	SS_{AB}	(a – 1) (b – 1)	$MS_{AB} = \frac{SS_{AB}}{(a-1)(b-1)}$	$F = \frac{MS_{BB}}{MS_E}$
Interaksi AC	SS_{AC}	(a – 1) (c – 1)	$MS_{AC} = \frac{SS_{AC}}{(a-1)(c-1)}$	$F = \frac{MS_{BC}}{MS_E}$
Interaksi BC	SS_{BC}	(b – 1) (c – 1)	$MS_{BC} = \frac{SS_{BC}}{(b-1)(c-1)}$	$F = \frac{MS_{BC}}{MS_E}$
Interaksi ABC	SS_{ABC}	(a-1)(b-1)(c-1)	$MS_{ABC} = \frac{SS_{ABC}}{(a-1)(b-1)(c-1)}$	$F = \frac{MS_{ABC}}{MS_E}$
Error	SS_E	ab (n – 1)	$MS_E = \frac{SS_E}{ab(n-1)}$	
Total	SS_T	abn – 1		

2.2. Regresi Linier Berganda

Analisis regresi linier berganda merupakan salah satu cara yang digunakan dalam analisis data statistik. Model regresi menggambarkan hubungan antara variabel bebas (X) dengan variabel tak bebas (Y). Model tersebut adalah :

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_{1i} + \beta_2 X_{2i} + \ldots + \beta_k X_{ki} + \varepsilon_i \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (2.2.1)$$

Model regresi di atas disebut model regresi linier berganda dengan variabel bebas yaitu X_1, x_2, . . . , X_k. Parameter β_j , j = 1, 2, . . . , k disebut koeffisien regresi. Model ini menggunakan asumsi bahwa $\varepsilon_i \sim N(0, \sigma^2)$.

Analisis regresi linier untuk menyelesaikan rancangan percobaan faktorial, variabel independentnya dinyatakan dengan variabel dummy atau variabel yang mempunyai nilai 0, 1. Yang dimaksud dengan variabel "Dummy" atau variabel "Boneka" adalah variabel yang menyatakan kategori data yang bersifat kualitatif dan memiliki dua nilai, yaitu 0 dan 1. Beberapa nama lain juga kadang – kadang digunakan seperti variabel "Indikator", variabel "Kategori", variabel "Kualitatif", variabel "Binary" dan variabel "Dikotomus".

Dalam suatu model pendekatan regresi linier untuk rancangan percobaan faktorial dengan interaksi, banyaknya variabel dummy bergantung dari banyaknya faktor pengaruh utama beserta interaksinya untuk tiap – tiap taraf. Dengan demikian banyaknya variabel dummy yang digunakan adalah sama dengan banyaknya kategori dari masing – masing faktor beserta interaksinya.

Persamaan (2.2.1) adalah bentuk ringkas untuk sekumpulan N persamaan simultan berikut :

$$Y_1 = \beta_0 + \beta_1 X_{11} + \beta_2 X_{21} + \ldots + \beta_k X_{k1} + \varepsilon_1$$

$$Y_2 = \beta_0 + \beta_1 X_{12} + \beta_2 X_{22} + \ldots + \beta_k X_{k2} + \varepsilon_2 \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(2.2.2.)$$

$$\vdots$$

$$Y_N = \beta_0 + \beta_1 X_{1N} + \beta_2 X_{2N} + \ldots + \beta_k X_{kN} + \varepsilon_N$$

Persamaan (2.2.2.) dapat ditulis dengan cara lain yang lebih menjelaskan sebagai berikut :

$$\begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ \vdots \\ Y_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & X_{11} & X_{21} & \cdots & X_{k1} \\ 1 & X_{12} & X_{22} & & X_{k2} \\ \vdots & & & & \\ 1 & X_{1N} & X_{2N} & & X_{kN} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \vdots \\ \beta_k \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \vdots \\ \varepsilon_N \end{bmatrix} \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots(2.2.3.)$$

dimana : Y : vektor kolom N x 1 observasi atas variabel tak bebas Y

X : matrik N x k yang memberikan N observasi atas variabel k – 1 variabel X_2 sampai X_k , kolom pertama yang terdiri dari angka satu manyatakan intersep

β : vektor kolom kx1 dari parameter yang tidak diketahui $\beta_0, \beta_1, \ldots, \beta_k$

ε : vektor kolom N x 1 dari N residual

Persamaan (2.2.3.) dikenal sebagai penyajian matrik model regresi linier (k variabel) umum. Persamaan tadi bisa ditulis lebih ringkas sebagai :

$$Y = X\beta + \varepsilon \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (2.2.4.)$$

Estimasi Parameter

Dalam model regresi linier, dalam mencari nilai taksiran parameternya digunakan metode kuadrat terkecil yaitu dengan meminimumkan jumlah kuadrat error dari ε = Y – Xβ.

Dikatakan fungsi kuadrat terkecil sebagai berikut :

$$L = \sum_{i=1}^{n} \varepsilon_i^2 = \varepsilon'\varepsilon \ \ldots\ldots\ldots\ldots (2.2.5.)$$

dari persamaan (2.2.4.) diperoleh

$$\begin{aligned} L = \sum_{i=1}^{n} \varepsilon_i^2 &= \varepsilon'\varepsilon \\ &= (Y - X\beta)' (Y - X\beta) \\ &= Y'Y - \beta'X'Y - Y'X\beta + \beta'X'X\beta \\ &= Y'Y - 2\beta'X'Y + \beta'X'X\beta \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots (2.2.6.) \end{aligned}$$

Karena $\beta'X'Y$ adalah sebuah vektor matrik skalar (1 x 1), dan $(\beta'X'Y)' = Y'X\beta$ adalah skalar yang sama, maka penaksir – penaksir kuadrat terkecil itu harus memenuhi

$$\left.\frac{\partial L}{\partial \beta}\right|_{\hat{\beta}} = -2X'Y + 2X'X\hat{\beta} = 0$$

penyederhanaannya menjadi :

$$X'X\hat{\beta} = X'Y$$

Maka estimator β adalah $\hat{\beta} = (X'X)^{-1}(X'Y)$

Penaksiran Selang Keyakinan untuk β

Yang dimaksud dengan interval konfindensi / keyakinan adalah interval yang diperkirakan mengandung taksiran parameter dengan probabilitas tertentu. Tujuan dari penaksiran interval adalah untuk mendapatkan batas bawah dan batas atas dari nilai taksiran parameter. Untuk menyatakan probabilitas mengenai β, tidak menggunakan distribusi normal karena varians populasi yang sebenarnya σ^2 tidak diketahui, sebagaimana dapat dilihat pada variabel normal yang distandarisir sebagai berikut : $Z = \frac{\hat{\beta}-\beta}{se(\hat{\beta})} = \frac{(\hat{\beta}-\beta)\sqrt{\sum X_i^2}}{\sigma^2}$, σ^2 jarang diketahui dan sebagai gantinya adalah dengan penaksir tak bias $\hat{\sigma}^2$. Jika $t = \frac{\hat{\beta}-\beta}{se(\hat{\beta})} = \frac{(\hat{\beta}-\beta)\sqrt{\sum X_i^2}}{\hat{\sigma}^2}$, karena random ($\hat{\beta}$ – β) ~ N (0, σ^2) dan se ($\hat{\beta}$) ~ χ^2 (N – k) sehingga variabel t dapat dipandang mengikuti distribusi student (t) dengan derajat kebebasab N – k .

Dengan demikian selang keyakinan untuk β (koeffisien regresi) sebagai berikut :

$P_r[-t_{\alpha/2} \leq t \leq t_{\alpha/2}] = 1 - \alpha$

dengan $t = \dfrac{\hat{\beta} - \beta}{se(\hat{\beta})}$, variabel t mengikuti distribusi t dengan derajat kebebasan N – k

$$P_r[-t_{\alpha/2} \leq \frac{\hat{\beta} - \beta}{se(\hat{\beta})} \leq t_{\alpha/2}] = 1 - \alpha$$

$$P_r[-t_{\alpha/2}\ se(\hat{\beta}) \leq \hat{\beta} - \beta \leq t_{\alpha/2}\ se(\hat{\beta})] = 1 - \alpha$$

$$P_r[\hat{\beta} - t_{\alpha/2,n-k}\ se(\hat{\beta}) \leq \beta \leq \hat{\beta} + t_{\alpha/2,n-k}\ se(\hat{\beta})] = 1 - \alpha$$

keterangan :

$t_{\alpha/2,n-k}$: nilai variabel t dari distribusi t untuk tingkat signifikan α / 2 dan derajat kebebasan N – k

$se(\hat{\beta})$: standar kesalahan taksiran parameter

1 – α : koeffisien keyakinan

Rumusan hipotesa :

H_0 : $\hat{\beta} - \beta = 0$ (terletak dalam selang)

H_1 : $\hat{\beta} - \beta \neq 0$ (terletak di luar selang)

Matrik Varians – Kovarians dari $\hat{\beta}$

Matrik varians – kovarians dari penaksir – penaksir kuadrat regresi adalah matrik simetris yang mengandung varians dari penaksir di sepanjang diagonal utamanya dan kovarians penaksir pada elemen – elemen lainnya.

Sesuai dengan definisi, matrik varians_kovarians dari $\hat{\beta}$ adalah :

$$\mathrm{Var-cov}(\hat{\beta}) = E\{[\hat{\beta} - E(\hat{\beta})][\hat{\beta} - E(\hat{\beta})]'\}$$

Yang dapat ditulis secara eksplisit sebagai :

$$\mathrm{var-cov}(\hat{\beta}) = \begin{bmatrix} \mathrm{var}(\beta_0) & \mathrm{cov}(\beta_0,\beta_1) & \cdots & \mathrm{cov}(\beta_0,\beta_k) \\ \mathrm{cov}(\beta_0,\beta_1) & \mathrm{var}(\beta_1) & \cdots & \mathrm{cov}(\beta_1,\beta_k) \\ \vdots & & & \\ \mathrm{cov}(\beta_0,\beta_k) & \mathrm{cov}(\beta_1,\beta_k) & \cdots & \mathrm{var}(\beta_k) \end{bmatrix}$$

Dimana matrik varians_kovarians dapat diperoleh dari rumus berikut ini :

$$\mathrm{Var-cov}(\hat{\beta}) = \sigma^2 (X'X)^{-1}$$