

BAB III

LANDASAN TEORI

3.1. Pengertian masalah assignment.

Program Linear merupakan salah satu teknik dalam Riset Operasional, yang banyak digunakan oleh para pengambil keputusan. Tujuan para pengambil keputusan menggunakan metode ini, adalah untuk menentukan penggunaan optimal dari beberapa sumber yang terbatas.

Metode Program Linear digunakan untuk menyelaesakan masalah optimasi dengan kendala (constraint). Adapun model matematika dari masalah Program Linear adalah sebagai berikut :

Fungsi tujuan :

$$\text{Mengoptimumkan } Z = c_1x_1 + c_2x_2 + \dots + c_nx_n$$

Dengan kendala :

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n \quad (\leq, =, \geq) \quad b_1$$

$$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n \quad (\leq, =, \geq) \quad b_2$$

$$\vdots \quad \vdots \quad \vdots$$

$$a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n \quad (\leq, =, \geq) \quad b_m$$

$$x_j \geq 0 ; \quad j = 1, 2, \dots, n.$$

Salah satu masalah yang dapat diselesaikan dengan metode program linear adalah masalah transportasi.

Masalah transportasi merupakan masalah pendistribusian suatu komoditi dari beberapa sumber ke berbagai tempat tujuan. Tujuan utama dari penyelesaian masalah transportasi adalah untuk mencari nilai minimum dari biaya pendistribusian tersebut. Adapun bentuk standar dari masalah transportasi adalah sebagai berikut :

Meminimumkan biaya total z di mana :

$$Z = \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^m C_{ij} X_{ij}$$

Dengan kendala - kendala :

$$\sum_{j=1}^n X_{ij} = a_i, \quad i = 1, 2, \dots, n$$

$$\sum_{i=1}^m X_{ij} = b_j, \quad j = 1, 2, \dots, n$$

Dimana :

$$\sum_{i=1}^m a_i = \sum_{j=1}^n b_j$$

C_{ij} = biaya pengangkutan per unit komoditi dari sumber ke i (O_i) ke tempat tujuan ke j (D_j).

X_{ij} = jumlah unit komoditi yang didistribusikan dari O_i ke D_j .

a_i = jumlah unit komoditi yang akan didistribusikan dari O_i .

b_j = jumlah unit komoditi yang dibutuhkan D_j dan berasal dari O_i .

Akan digambarkan suatu tabel transportasi sesuai dengan penjelasan diatas :

TABEL TRANSPORTASI

Sumber (origin)	Tujuan(destination)				Suplai
	D_1	D_2	$D_3 \dots \dots D_n$		
O_1	C_{11}	C_{12}	C_{13}	C_{1n}	a_1
O_2	C_{21}	C_{22}	C_{23}	C_{2n}	a_2
O_3	C_{31}	C_{32}	C_{33}	C_{3n}	a_3
\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	
O_m	C_{m1}	C_{m2}	C_{m3}	C_{mn}	a_m
demand	b_1	b_2	b_3	b_n	

Dalam masalah transportasi, satu sumber dapat didistribusikan/dialokasikan ke beberapa (lebih dari satu) tujuan. Maka antara sumber dengan tujuan tidak terdapat hubungan satu-satu. Dan jumlah barang yang disuplai harus sama dengan jumlah yang dibutuhkan.

Masalah assignment merupakan suatu bentuk khusus dari masalah transportasi, dimana setiap sumber yang ada akan didistribusikan dialokasikan terhadap suatu aktivitas tertentu atas dasar satu-satu (one to one). Maka setiap sumber hanya bisa berhubungan dengan satu aktivitas, begitu pula sebaliknya. Masing-masing sumber seperti : tenaga kerja, mesin, atau waktu kerja akan dialokasikan terhadap suatu tujuan seperti : posisi tugas, atau lokasi, secara unik.

Terdapat suatu nilai C_{ij} sehubungan dengan pengalokasian sumber ke- i ($i = 1, 2, \dots, n$) terhadap aktivitas ke- j ($j = 1, 2, \dots, n$). Tujuan meminimumkan biaya total akan tercapai bila pengalokasian sumber terhadap tujuan dilakukan secara tepat. Nilai C_{ij} tersebut dapat berupa ongkos, jarak atau waktu.

Pengalokasian antara sumber terhadap aktivitas dinyatakan dengan suatu nilai X_{ij} ; $i = 1, 2, \dots, n$, $j = 1, 2, \dots, n$. Jika sumber ke I ($I \in i$) dialokasikan terhadap aktivitas ke J ($J \in j$) maka nilai X_{ij} akan sama dengan satu sedangkan pada keadaan lain akan bernilai nol. Dengan kata lain

$$X_{ij} \begin{cases} 1 & : \text{jika sumber ke } i \text{ dialokasikan ke} \\ & \text{aktivitas ke } j \\ 0 & : \text{jika sumber ke } i \text{ tidak dialokasikan} \\ & \text{ke aktivitas ke } j. \end{cases}$$

Tiap sumber akan dipasangkan dengan suatu aktivitas secara satu-satu. Jika pemasangan digambarkan pada suatu tabel x , maka masing-masing baris dan kolom dari tabel x tersebut akan memiliki hanya satu elemen bernilai 1, sedangkan elemen lain bernilai nol.

Pada dasarnya masalah assignment dapat dinyatakan sebagai satu unit komoditi dan tujuan (dalam hal assignment dinyatakan sebagai aktivitas) hanya membutuhkan satu unit komoditi. Maka bentuk standar dari masalah assignment sebagai berikut :

$$\begin{aligned} \text{Meminimumkan : } Z &= \sum_i \sum_j C_{ij} X_{ij} \\ i &= 1, 2, \dots, n \\ j &= 1, 2, \dots, n \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Dengan kendala } \sum_j X_{ij} &= 1 \quad i = 1, 2, \dots, n \\ X_{ij} &= 1 \quad j = 1, 2, \dots, n \end{aligned}$$

Dimana C_{ij} = nilai (dapat berupa biaya, waktu, jarak) sehubungan dengan dialokasikannya sumber daya ke i terhadap aktivitas ke j .

X_{ij} = bernilai 1 atau 0.

Yang dapat dikategorikan sebagai masalah assignment antara lain masalah penjadwalan, pembagian tugas ,

atau penentuan posisi.

Masalah penjadwalan rute pesawat pada PT Garuda Indonesia dapat dikategorikan sebagai masalah assignment karena terdapat hubungan satu-satu antar nomer penerbangan pesawat pada saat terbang dengan nomer penerbangan pada saat pesawat diberangkatkan, dimana satu pesawat tidak dapat berangkat kedua tujuan sekaligus.

Dalam menyelesaikan masalah assignment, dapat digunakan suatu metoda yang disebut metoda Hungary. Metoda ini merupakan suatu rangkaian langkah perhitungan tertentu. Bila setiap langkah tersebut dijalankan secara berurutan akan diperoleh hasil yang optimal.

Proses pengambilan keputusan pada masalah assignment dapat pula diselesaikan dengan metode simplex. Metode ini juga merupakan bagian dari program linear. Tetapi penyelesaian masalah menggunakan metode simplex memerlukan waktu yang lebih lama serta perhitungan yang lebih rumit dibandingkan dengan metode Hungary.

3.2. Pengolahan Data.

Untuk menerapkan metode Hungary pada masalah peminimuman waktu ground, pertama-tama yang dilakukan adalah menghitung lamanya waktu ground

pesawat pada setiap kota yang disinggahi. Dari data yang dikemukakan diatas, dapat kita hitung lamanya waktu ground pesawat pada tiap kota yang disinggahi dengan cara dihitung beda waktu antara kedatangan pesawat dengan keberangkatannya. Misalnya pesawat yang bernomor penerbangan 660, tiba di Denpasar pukul 00.45 kemudian bila diberangkatkan kembali sebagai pesawat bernomor 661 pada pukul 02.15 maka lamanya waktu ground pesawat tersebut adalah satu setengah jam. Sedangkan bila diberangkatkan kembali sebagai pesawat bernomor penerbangan 659 (yang berangkat pada pukul 14.45) maka lama waktu ground pesawat tersebut adalah empat belas jam. Demikian seterusnya dihitung seluruh waktu ground pada setiap nomor penerbangan dan kota yang disinggahi.

Setelah semua waktu ground dihitung, akan dibuat tabel awal pengalokasian (Tabel 4.3.1). Tiap sel dari tabel awal berisikan data-data tentang lamanya waktu ground dari masing-masing pesawat.

Dalam masalah ini, tiap nomor penerbangan pesawat dinyatakan sebagai origin (sumber) dan destination (tujuan/aktivitas). Sumber dalam hal ini adalah nomor pesawat yang digunakan pada saat pesawat tersebut tiba di suatu kota, sedangkan destination atau tujuan adalah nomor pesawat yang digunakan pada saat pesawat diberangkatkan dari suatu kota tersebut.

Dan yang akan dicari adalah pasangan nomor penerbangan sedemikian sehingga jumlah seluruh waktu ground akan minimum pada masing-masing kota.

Tabel pengalokasian akan dibuat pada masing-masing kota yang disinggahi. Karena terdapat 9 kota yang disinggahi, maka akan dibuat 9 tabel pengalokasian. Setelah setiap tabel dibuat, maka metode Hungary sudah dapat diterapkan pada setiap tabel.

Dimulai dengan tabel pertama yaitu di kota Denpasar. Kemudian Amsterdam, Jakarta (Cengkareng) dan seterusnya seperti tercantum pada tabel 4.3.1. sampai tabel 4.3.9. pada halaman lampiran.

Setiap isi sel pada tabel pengalokasian tersebut dinyatakan dalam menit, sehingga akan lebih mudah untuk menghitung dengan menggunakan metode Hungary.