

TABEL 1

Table 2.12. Abscissas and Weight Factors for Gaussian

$$\int_{-1}^{+1} f(x) dx = \sum_{i=1}^n w_i f(x_i)^a$$

Abscissas : x_i (Zeros of Legendre Polynomials)		Weight Factors w_i	
" 2		" 8	
0.57735 02691 89626	1.00000 00000 00000	0.18751 46424 95650	0.36268 37811 78162
" 3		" 9	
0.00000 00000 00000	0.88888 88888 88889	0.52553 24099 16129	0.31370 66458 77887
0.77459 66692 41483	0.55555 55555 55556	0.77966 64774 13627	0.22228 10344 53374
" 4		" 10	
0.33998 10435 84856	0.65214 51548 62546	0.00000 00000 00000	0.33023 93550 01260
0.86113 63115 94053	0.34785 48451 37454	0.32425 34234 03809	0.31234 70770 40003
" 5		" 11	
0.00000 00000 00000	0.56888 88888 88889	0.61337 14327 00590	0.26061 06964 02935
0.53846 93101 05683	0.47862 86704 99366	0.81603 11073 26636	0.18064 81606 94857
0.90617 98459 38664	0.23692 68850 56189	0.96816 02395 07626	0.08127 43883 61574
" 6		" 12	
0.23861 91860 83197	0.46791 39345 72691	0.14887 43389 81631	0.29552 42247 14753
0.66120 93864 66265	0.36076 15730 48139	0.43339 53941 29247	0.26926 67193 09996
0.93246 95142 03152	0.17132 44923 79170	0.67940 95682 99024	0.21908 63625 15982
" 7		" 13	
0.00000 00000 00000	0.41795 91836 73469	0.86506 33600 88985	0.14945 13491 50581
0.40584 51513 77397	0.38183 00505 05119	0.97390 65285 17172	0.06667 13443 08688
0.74153 11855 99394	0.27970 53914 89277	0.12523 34085 11469	0.24914 70458 13403
0.94910 79123 42759	0.12948 49661 68870	0.36783 14989 98180	0.23349 25365 38355
" 16		" 14	
0.09501 25098 37637 440185	0.28160 35507 79258 913230	0.58791 79542 86617	0.20316 74267 23066
0.45801 67776 57227 386342	0.45801 67776 57227 386342	0.76990 26741 94305	0.16007 83285 43346
0.61787 62444 02643 748447	0.75540 44083 59003 033895	0.30411 72563 70475	0.10693 93259 95318
0.75540 44083 59003 033895	0.86563 12023 87811 743880	0.98156 06142 46719	0.04717 53363 86512
0.86563 12023 87811 743880	0.94457 50230 73232 576078	" 15	
0.94457 50230 73232 576078	0.98940 09349 91644 932596	0.18945 06104 55068 496285	0.18260 34150 44923 589867
" 20		" 16	
0.07652 65211 31497 333755	0.22778 58511 41645 078080	0.16715 65191 95002 538189	0.14959 59888 16576 732081
0.37370 60887 15419 560673	0.51086 70019 50827 098004	0.12462 89712 55533 872052	0.12462 89712 55533 872052
0.63605 36807 26515 025453	0.63605 36807 26515 025453	0.09515 85116 82492 784810	0.09515 85116 82492 784810
0.74633 19064 60150 792614	0.83911 69718 22218 823395	0.06225 35239 38647 892863	0.06225 35239 38647 892863
0.83911 69718 22218 823395	0.91223 44282 51325 905868	0.02715 24594 11754 094852	0.02715 24594 11754 094852
0.91223 44282 51325 905868	0.96397 19272 77913 791268	" 17	
0.96397 19272 77913 791268	0.99312 85991 85094 924786	0.15275 33871 30725 850698	0.14917 29864 72603 746788
" 24		" 18	
0.06405 68928 62605 626085	0.19111 88674 73616 309159	0.14209 61093 18382 051329	0.13168 86384 49176 626898
0.19111 88674 73616 309159	0.31504 26796 96163 374387	0.11819 45319 61518 417312	0.11819 45319 61518 417312
0.31504 26796 96163 374387	0.43379 35076 26045 138487	0.10193 01198 17240 435037	0.10193 01198 17240 435037
0.43379 35076 26045 138487	0.54542 14713 88839 536658	0.08327 67415 76704 748725	0.08327 67415 76704 748725
0.54542 14713 88839 536658	0.64809 36519 36975 569252	0.06267 20483 34109 063570	0.06267 20483 34109 063570
0.64809 36519 36975 569252	0.74012 41915 78554 164244	0.04060 14298 00386 941331	0.04060 14298 00386 941331
0.74012 41915 78554 164244	0.82000 19859 73902 921954	0.01761 40071 39152 118312	0.01761 40071 39152 118312
0.82000 19859 73902 921954	0.88641 55270 04401 034213	" 19	
0.88641 55270 04401 034213	0.93827 45520 02732 758524	0.12793 81953 46752 156974	0.12583 74563 46828 296121
0.93827 45520 02732 758524	0.97472 85559 71309 498198	0.12167 04729 27803 391204	0.12167 04729 27803 391204
0.97472 85559 71309 498198	0.99518 72199 97021 360180	0.11550 56680 53725 681351	0.11550 56680 53725 681351
0.99518 72199 97021 360180		0.10744 42701 15965 634783	0.10744 42701 15965 634783
		0.09761 86521 04113 888270	0.09761 86521 04113 888270
		0.08619 01615 31953 275917	0.08619 01615 31953 275917
		0.07334 64814 11080 305714	0.07334 64814 11080 305714
		0.05929 65849 15436 700746	0.05929 65849 15436 700746
		0.04427 74388 17419 806169	0.04427 74388 17419 806169
		0.02853 13886 28933 663181	0.02853 13886 28933 663181
		0.01234 12297 99987 149547	0.01234 12297 99987 149547

^a From Abramowitz and Stegun, *Handbook of Mathematical Functions*,¹¹ National Bureau of Standards, Washington, D.C.

Table 2.14. Abscissas and Weight Factors for Hermite Integration

$\int_{-\infty}^{\infty} e^{-x^2} f(x) dx = \sum_{i=1}^n w_i f(x_i)$				$\int_{-\infty}^{\infty} x^k e^{-x^2} f(x) dx = \sum_{i=1}^n w_i x_i^k f(x_i)$			
Abscissas - x_i (Zeros of Hermite Polynomials)				Weight Factors - w_i			
n	x_i	w_i	$w_i x_i^2$	n	x_i	w_i	$w_i x_i^2$
0	0.19719 67811 86548	(-1) 8.86226 25545 28	1.46114 11826 611	0	0.14290 14272 23705	(-1) 5.10862 63373 59	0.58708 18373 513
0	0.00000 00000 00000	{ 011.18163 59006 04	1.18163 59076 037	1	1.315061 96297 89514	(-1) 2.40138 61108 23	0.70327 63271 049
1	1.22874 48713 91589	{ -112.95408 37515 09	1.32393 11752 156	2	2.55273 16742 32790	(-2) 3.18743 74455 48	0.74134 19319 636
0	0.52664 76732 75290	{ -114.94914 69000 55	1.05995 44624 950	3	3.43515 31188 37738	(-3) 1.34394 57467 41	0.82066 61294 048
1	1.50068 01238 85745	{ -218.13128 35447 25	1.24022 58176 958	4	4.43515 31188 37738	(-4) 7.64043 28592 33	1.05545 16913 657
0	0.00000 00000 00000	{ -119.45368 77048 29	0.94510 67224 829	5	5.14274 03762 94519	(-5) 5.70135 23626 25	0.62930 74743 695
0	0.74857 24646 13819	{ -113.93612 32315 22	0.98656 07924 814	6	6.14274 03762 94519	(-6) 2.92492 10226 42	0.63962 12320 203
2	2.02018 28704 56086	{ -211.99512 42059 05	1.18184 86755 360	7	7.14274 03762 94519	(-7) 5.16079 67415 86	0.66266 27132 609
0	0.43807 74119 27617	{ -117.24629 59522 44	0.87540 13344 362	8	8.14274 03762 94519	(-8) 3.90539 02446 29	0.73572 23621 122
1	1.33584 90740 13697	{ -111.57067 32012 29	0.93558 05576 312	9	9.14274 03762 94519	(-9) 8.57168 70853 88	0.78664 39394 633
2	2.35060 49736 74492	{ -314.53000 99055 09	1.13690 83326 745	10	10.14274 03762 94519	(-10) 2.65480 74740 11	0.93687 44928 841
0	0.00000 00000 00000	{ -118.10264 61755 68	0.81026 46175 568	11	11.14274 03762 94519	(-11) 5.07929 47901 66	0.54777 52050 378
0	0.81628 78828 58965	{ -114.25607 25261 01	0.82268 43032 836	12	12.14274 03762 94519	(-12) 8.6647 45852 85	0.55244 19573 675
1	1.67395 16287 67471	{ -215.45155 82819 13	0.89718 46002 752	13	13.14274 03762 94519	(-13) 4.38130 41398 99	0.56321 78290 882
2	2.65196 13508 35233	{ -419.71781 24509 95	1.10133 07296 103	14	14.14274 03762 94519	(-14) 3.28603 11535 51	0.58124 72754 009
0	0.38118 69902 07322	{ -116.61147 01255 82	0.76454 41286 517	15	15.14274 03762 94519	(-15) 9.32284 00862 42	0.60973 69582 560
1	1.15719 37124 46780	{ -117.07802 32581 49	0.79289 00483 864	16	16.14274 03762 94519	(-16) 2.71186 00925 38	0.65575 56728 761
1	1.46855 32892 16668	{ -211.70779 83007 41	0.86675 26085 634	17	17.14274 03762 94519	(-17) 2.32098 08448 65	0.73824 56272 777
2	2.93063 74202 57244	{ -411.99604 07221 14	1.07193 01442 480	18	18.14274 03762 94519	(-18) 2.65480 74740 11	0.93687 44928 841
0	0.00000 00000 00000	{ -117.20235 21560 61	0.72023 52156 061	19	19.14274 03762 94519	(-19) 4.62243 60960 06	0.49092 15006 667
0	0.72355 10187 52838	{ -114.32651 55900 26	0.71030 24527 451	20	20.14274 03762 94519	(-20) 2.86675 50536 28	0.49784 33852 721
1	1.46855 32892 16668	{ -218.68745 27194 38	0.76460 81250 946	21	21.14274 03762 94519	(-21) 1.07017 20602 00	0.49942 08713 363
2	2.26658 05845 31843	{ -314.94362 42755 37	0.84175 27014 787	22	22.14274 03762 94519	(-22) 2.48105 20887 46	0.50967 90271 175
3	3.19099 32017 81528	{ -513.96069 77263 26	1.04700 35809 767	23	23.14274 03762 94519	(-23) 2.4837 33422 38	0.52408 03509 486
0	0.00000 00000 00000	{ -114.32651 55900 26	0.71030 24527 451	24	24.14274 03762 94519	(-24) 2.26138 63601 63	0.54488 17423 644
0	0.72355 10187 52838	{ -218.68745 27194 38	0.76460 81250 946	25	25.14274 03762 94519	(-25) 7.80255 64785 32	0.57526 24428 525
1	1.46855 32892 16668	{ -314.94362 42755 37	0.84175 27014 787	26	26.14274 03762 94519	(-26) 1.08606 91707 69	0.62222 86961 914
2	2.26658 05845 31843	{ -513.96069 77263 26	1.04700 35809 767	27	27.14274 03762 94519	(-27) 4.39934 09922 73	0.70433 29611 769
3	3.19099 32017 81528	{ -513.96069 77263 26	1.04700 35809 767	28	28.14274 03762 94519	(-28) 2.22939 36455 34	0.89859 19614 532

From Abramowitz and Stegun, *Handbook of Mathematical Functions*, National Bureau of Standards, Washington D.C.