BAB I

PENDAHULUAN

Pendugaan merupakan salah satu bagian terpenting dalam Inferensi Statistik. Tujuan dari pendugaan ini adalah untuk mendapatkan suatu penduga dari suatu parameter Populasi yang tidak diketahui. Pendugaan ini dapat berupa dugaan titik atau dugaan selang. Statistik yang digunakan untuk memperoleh dugaan titik ini disebut penduga.

Penduga ini biasanya didefinisikan pada sebuah sampel acak yang diambil dari suatu Populasi. Penduga yang baik tentunya adalah penduga yang dapat memberikan hasil sedekat mungkin ke parameter yang diduga.

Salah satu sifat yang wajar dituntut dari suatu penduga adalah sifat ke-tidakbias-an. sifat ini didefinisikan sebagai berikut :

Statistik $\hat{\theta}$ *dikatakan penduga tak bias dari parameter* θ, *jika* $E(\hat{\theta}) = \theta$. *Jika* $E(\hat{\theta}) \neq \theta$, *maka* $\hat{\theta}$ *adalah penduga bias parameter* θ.

Sifat lain yang mengukur kualitas dari suatu penduga adalah sifat keefisiennya, dijelaskan sebagai berikut:

Penduga yang memberikan variansi paling kecil dibandingkan semua penduga yang mungkin, disebut penduga yang paling efisien.

Sifat ini menyatakan bahwa penduga yang mempunyai fluktuasi paling kecil akan mempunyai kemelesetan yang paling kecil (diukur dari rataan), jadi paling efisien.

Dari kedua sifat diatas, dapat dikatakan penduga yang terbaik sebagai berikut :

Penduga yang tak bias dan paling efisien disebut penduga terbaik.

Sifat ini menyatakan bahwa penduga terbaik adalah penduga yang mempunyai rataan sama dengan parameter yang diduga, dan kemelesetan terhadap rataan itu paling kecil dibandingkan semua penduga tak bias lainnya.

Penduga terbaik seperti ini tidak selalu mudah didapat. Suatu penduga yang tak bias belum tentu memberikan variansi yang lebih kecil dari pada suatu penduga yang bias, demikian juga sebaliknya penduga dengan variansi terkecil belum tentu tidak bias.

Untuk pembahasan selanjutnya, sifat yang akan lebih diperhatikan adalah sifat kebiasannya.

Penduga suatu parameter dapat diperoleh melalui metode-metode seperti misalnya Metode Momen, Metode Maksimum Likelihood, atau dapat juga melalui intuisi kita mengenai permasalahan yang dihadapi. Metode ini tidak selalu menghasilkan penduga yang tak bias.

Yang paling sering terjadi adalah bentuk bias yang sebanding dengan $\frac{1}{n}$,dimana n adalah banyaknya sampel. Jika sampel berukuran besar, bias ini akan menjadi cukup kecil dan mungkin dapat diabaikan.

Tetapi, jika banyaknya sampel tidak terlalu besar, bentuk ini mungkin tidak dapat diabaikan lagi. Oleh karena itu dibutuhkan suatu metode untuk mengurangi bias penduga tersebut.

Masalah lain adalah bahwa penduga dari suatu parameter kedua, sering diambil berupa fungsi dari dugaan parameter kedua tersebut. Jadi, misalkan $\hat{\phi}$ penduga dari ϕ, maka penduga untuk $f(\phi)$ sering diambil berbentuk $f(\hat{\phi})$. Walaupun $\hat{\phi}$ penduga tak bias dari ϕ, $f(\hat{\phi})$ belum tentu merupakan penduga tak bias dari $f(\phi)$, seperti misalnya $\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i$, dimana X_i $(i=1,2,.....,n)$ berdistribusi binomial $B(1,p)$, adalah penduga tak bias untuk p. Tetapi, $\left[\frac{1}{n}\sum_{i=1} X_i\right]^2$ bukan penduga tak bias untuk p^2.

Salah satu metode yang luas penggunaannya dan dapat dicobakan untuk menghadapi masalah-masalah di atas adalah Generalisasi Metode Jackknife. Dalam banyak hal metode ini dapat mengurangi bias suatu penduga, terutama jika biasnya sebanding dengan $\frac{1}{n}$.

Tugas akhir ini disusun untuk membahas Generalisasi metode Jackknife dalam mereduksi bias penduga, dan untuk melihat keuntungan dan keterbatasan metode ini.

Penduga yang tak bias belum tentu ada dan dapat diperoleh. Jika ini terjadi maka kita terpaksa menerima penduga yang bias tersebut, tetapi kita pilih penduga yang memberikan bias paling kecil.

Umumnya, jika $\hat{\theta}$ penduga bias dari θ, maka dapat ditulis $E(\hat{\theta}) = \theta + B(n,\theta)$, atau $E(\hat{\theta} - \theta) = B(n,\theta)$, dimana $B(n,\theta)$ adalah bias dari $\hat{\theta}$ yang merupakan fungsi dari n dan θ. Bias dari penduga ini diharapkan menuju 0 untuk n yang makin besar, atau $\lim_{n\to\infty} B(n,\theta) = 0$.

Definisi berikut ini memberikan beberapa istilah yang digunakan dalam membandingkan bias penduga, yaitu :

Misal $\hat{\theta}_1$, $\hat{\theta}_2$ *adalah penduga dari* θ *yang didefinisikan pada sampel acak berukuran n,*

dimana : $E(\hat{\theta}_1 - \theta) = B_1(n,\theta)$

$E(\hat{\theta}_2 - \theta) = B_2(n,\theta)$

dan $$\lim_{n\to\infty} \left| \frac{B_1(n,\theta)}{B_2(n,\theta)} \right| = p .$$

Jika $p = 1$, *maka* $\hat{\theta}_1$ *dan* $\hat{\theta}_2$ *adalah penduga* θ *yang berorde bias sama (Same Order Bias Estimators) dan ditulis :* $\boxed{\hat{\theta}_1 \ \text{SOBE} \ \hat{\theta}_2}$

Jika $0 < p < 1$, *maka* $\hat{\theta}_1$ *adalah penduga* θ *yang berorde bias sama dengan* $\hat{\theta}_2$, *tetapi* $\hat{\theta}_1$ *lebih baik dari* $\hat{\theta}_2$ *(Better Same Order Bias Estimators), ditulis :* $\boxed{\hat{\theta}_1 \ \text{BSOBE} \ \hat{\theta}_2 .}$

Jika $p = 0$ *maka* $\hat{\theta}_1$ *adalah penduga* θ *yang berorde bias lebih rendah dari pada* $\hat{\theta}_2$ *(lower Order Bias Estimators), ditulis :*

$\boxed{\hat{\theta}_1 \ \text{LOBE} \ \hat{\theta}_2}$

Penduga yang diharapkan tentu saja yang mempunyai orde yang paling kecil, karena ini berarti kebiasaannya makin kecil.

Skripsi ini disusun dengan pembahasan sebagai berikut :

BAB I : Membahas mengenai penduga secara umum, sifat sifat penduga yang diperlukan, masalah, tujuan penulisan, dan sistematika pembahasan.

BAB II : Membahas mengenai pembentukan metode Jackknife serta yang berkaitan dengan sifat mereduksi bias dari metode ini.

BAB III : Membahas mengenai pembentukan Generalisasi metode Jackknife serta yang berkaitan dengan sifat mereduksi bias dari suatu penduga.

BAB IV : Berisi kesimpulan