BAB II

MATERI PENUNJANG

2.1 GRAPH TAK BERARAH

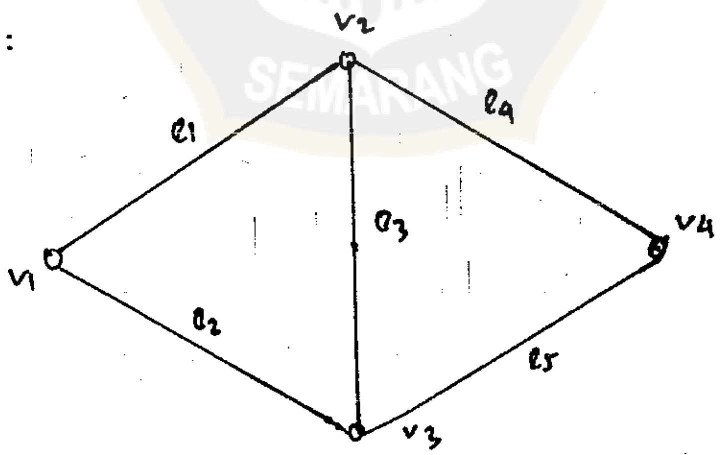
Definisi 2.1.1 :

Suatu graph G dinotasikan $G=(V,E)$ adalah himpunan vertex (V) dimana $V=\{v_1,v_2,v_3,\ldots,v_n\}$ yang berhingga dan tidak kosong, dan himpunan edge (E) dimana $E=\{e_1,e_2,e_3,\ldots,e_n\}$ berhingga.

Definisi 2.1.2 :

Graph tak berarah adalah graph yang semua edgenya tidak mempunyai arah.

Contoh :



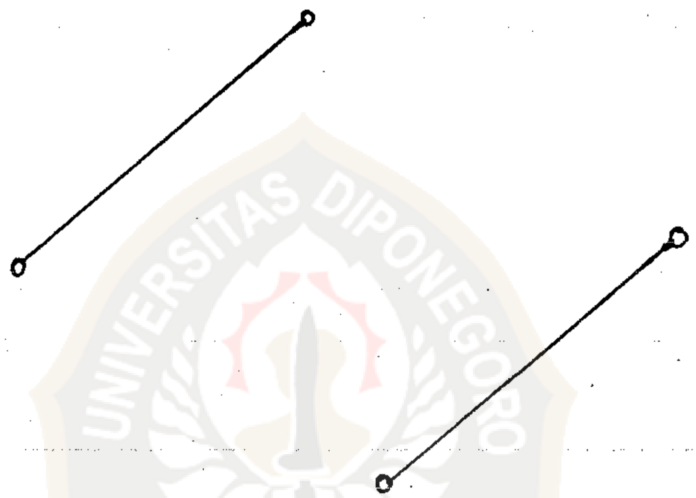
Gambar 2.1.1 Graph tak berarah

Graph pada gambar 2.1.1 adalah suatu graph dengan $V=\{v_1,v_2,v_3,v_4\}$ dan $E=\{e_1,e_2,e_3,e_4,e_5\}$

Definisi 2.1.3 :

Graph terhubung (connected graph) adalah jika setiap pasang vertex-vertexnya dihubungkan oleh path. Dan sebaliknya disebut graph tak terhubung (disconnected graph).

Contoh :



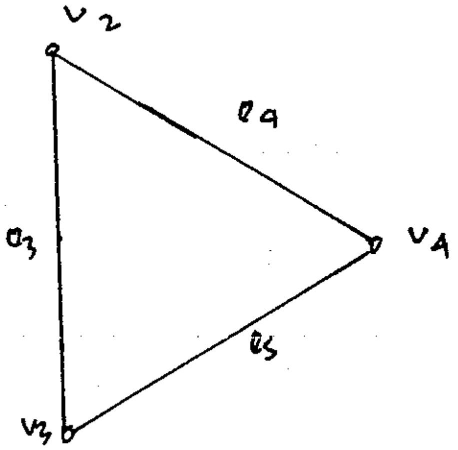
Gambar 2.1.2 Graph tak terhubung

Pada Gambar 2.1.1 merupakan graph terhubung, sedangkan pada Gambar 2.1.2 merupakan graph tak terhubung.

Definisi 2.1.4 :

Suatu graph g dikatakan subgraph dari graph G, jika seluruh vertex dan edgenya berada dalam G.

Contoh :



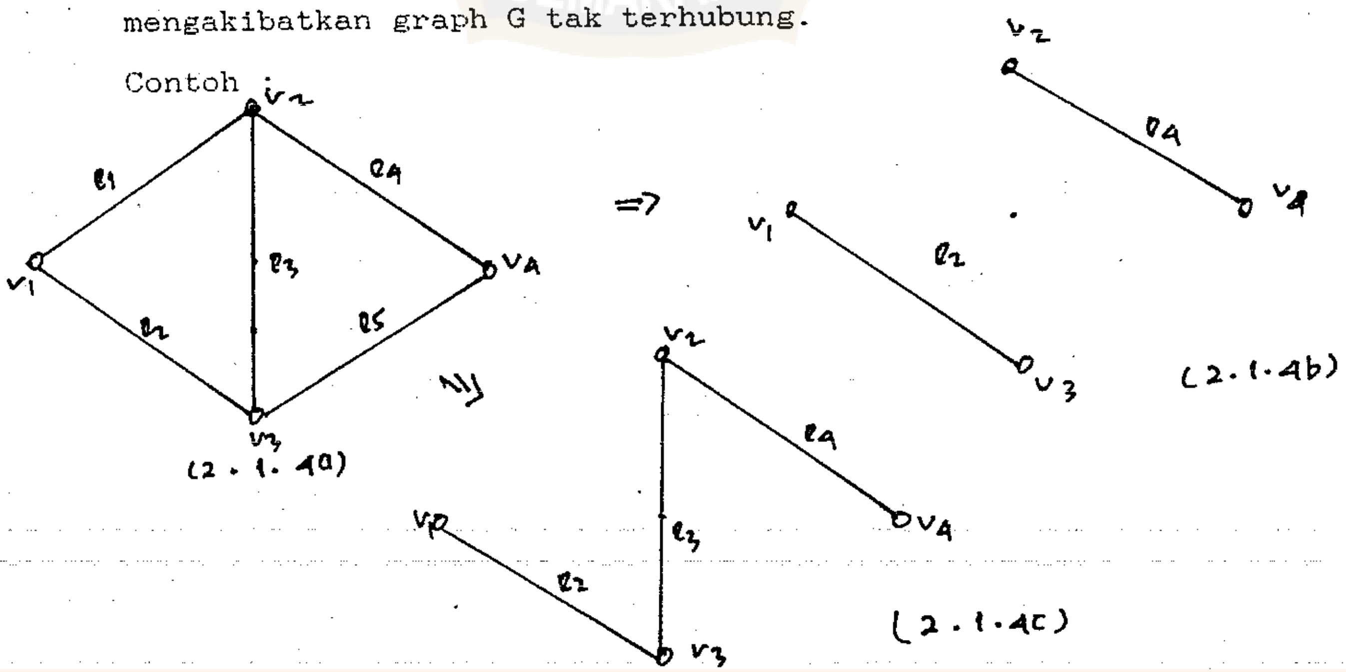
Gambar 2.1.3 Suatu subgraph

Graph pada Gambar 2.1.3 merupakan subgraph dari graph pada Gambar 2.1.1.

2.2 HIMPUNAN POTONG

Pada suatu graph terhubung G, himpunan potong S adalah himpunan yang anggotanya edge-edge dalam G, yang apabila edge-edge tersebut dihilangkan dari G mengakibatkan graph G tak terhubung.

Contoh :



Gambar 2.1.4 Himpunan potong

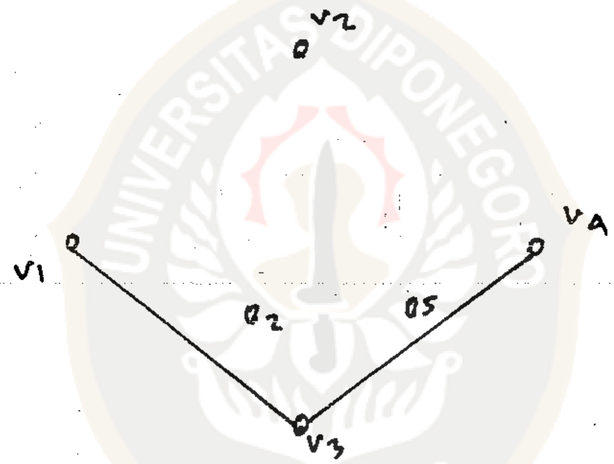
$\{e_1, e_3, e_5\}$ adalah himpunan potong.

$\{\{e_1, e_5\}$ bukan merupakan himpunan potong.

Definisi 2.2.1 :

Simbol S(i;j) menyatakan bahwa S merupakan himpunan potong yang vertex i dan vertex j terpisah, dan simbol S(ij;) menyatakan bahwa S merupakan himpunan potong yang vertex i dan vertex j tidak terpisah.

Contoh :



Gambar 2.1.5 Himpunan potong tak terpisah

Gambar 2.1.4b merupakan himpunan potong terpisah dan Gambar 2.1.5 merupakan himpunan potong tak terpisah.

2.3 JARINGAN EDGE WEIGHTED COMMUNICATION TAK BERARAH

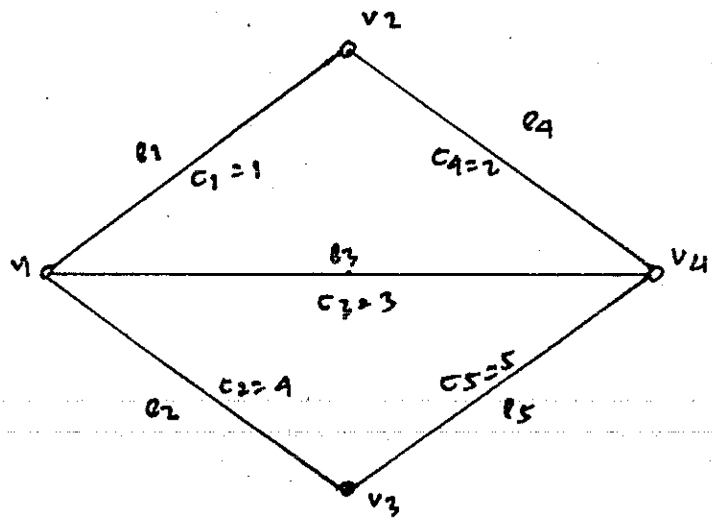
2.3.1 Pengertian

Jaringan komunikasi adalah jaringan yang terdapat kwantitas maksimum informasi yang dapat ditransmisikan oleh suatu medium dan setiap stasiunnya bisa mempunyai kwantitas maksimum informasi yang dapat diterima oleh suatu stasiun. Jaringan komunikasi ini disajikan oleh suatu graph dimana tiap vertex menunjukkan suatu stasiun dan tiap edge menunjukkan suatu medium (mata rantai) informasi yang dapat ditransmisikan dari satu stasiun ke stasiun lain.

Jaringan Edge Weighted Communication (EWC) atau jaringan komunikasi edge berbobot, adalah jaringan yang jika setiap stasiunnya tidak membatasi banyaknya informasi yang ditransmisikan. Karena setiap stasiun tidak membatasi banyaknya informasi yang ditransmisikan dengan kata lain hanya edge-edge yang membatasi informasi yang ditransmisikan, maka hanya edge-edge saja yang mempunyai kapasitas atau bobot yang menunjukkan kwantitas-kwantitas maksimum informasi yang ditransmisikan oleh edge. Bobot ini disebut kapasitas edge.

Dikatakan jaringan Edge Weighted Communication tak berarah jika semua edge dalam jaringan tersebut tak berarah.

Contoh :



Gambar 2.3.1 Jaringan Edge Weighted Communication

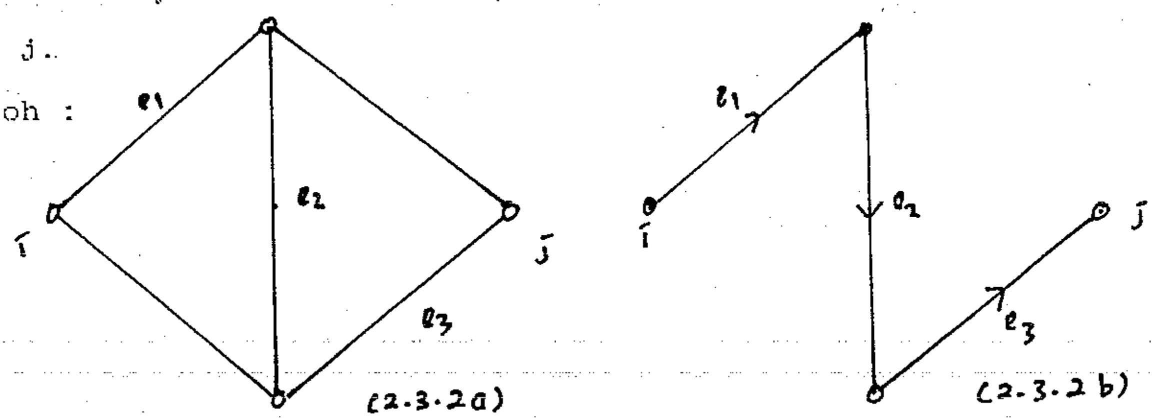
Pada graph 2.3.1 dibarikan suatu graph yang menggambarkan jaringan komunikasi dengan vertex-vertexnya v_1, v_2, v_3, v_4 menunjukkan stasiun-stasiunnya dan edge-edgenya e_1, e_2, e_3, e_4, e_5 menunjukkan mata rantai-mata rantai informasi yang dapat ditransmisikan dari satu stasiun ke stasiun lain. seperti v_1 ke v_2 lewat e_1, v_1 ke v_3 lewat e_2, dan seterusnya.

Jaringan komunikasi tersebut juga merupakan jaringan Edge Weighted Communication tak berarah dengan bobot yang diberikan pada setiap edge menunjukkan kapasitas-kapasitas edgenya. Seperti c_1 merupakan kapasitas dari e_1, c_2 merupakan kapasitas dari e_2, dan seterusnya.

Definisi 2.3.1 :

Misal p_{ij} suatu path antara vertex i dan j dalam suatu graph tak berarah. Suatu korespodensi path directed dari i ke j diperoleh dengan memberikan arah pada setiap edge pada path P_{ij} sehingga path P_{ij} menjadi path directed dari i ke j.

Contoh :



Gambar 2.3.2 Jaringan Edge Weighted Communication

Gambar 2.3.2b Merupakan korespodensi path directed dari Gambar 2.3.2a

Definisi 2.3.2 :

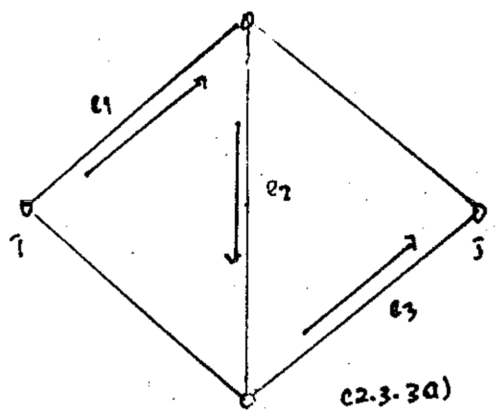
Simbol ψ_{ij} menunjukkan suatu aliran dari vertex i ke vertex j.

Definisi 2.3.3 :

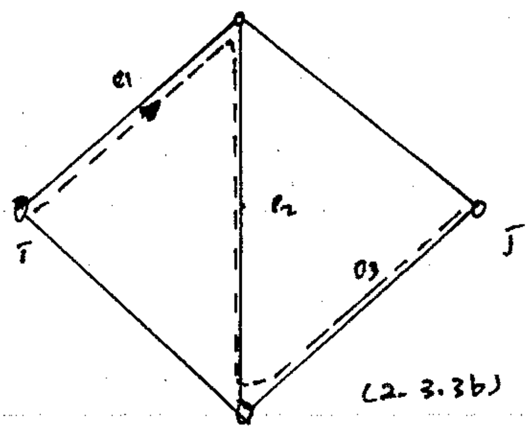
Misal P_{ij} suatu path antara vertex i dan j dalam graph tak berarah. Mentransmisi ψ_{ij} ke path P_{ij} berarti mentransmisi ψ_{ij} ke setiap edge dalam P_{ij} dengan arah tergantung path directed P_{ij} dari i ke j.

Contoh :

Mentransmisi ψ_{ij}= 30 ke path $P=(e_1,e_2,e_3)$ berarti memberikan aliran 30 satuan dengan sifat dan arah ke setiap edge dalam P ditunjukkan pada gambar 2·3·3a atau 2·3·3b



(2.3.3a)



(2.3.3b)

Gambar 2.3.3 Jaringan Edge Weighted Communication

Definisi 2.3.4 :

Suatu penugasan aliran ψ_{ij} pada path P_{ij} harus tidak menghasilkan suatu keadaan dimana jumlah dari aliran yang ditransmisikan ke edge tidak melebihi kapasitas edgenya.

2 3 2 Aliran Maksimum

Jika suatu jaringan Edge Weighted Communication tak berarah G terdiri dari edge berhingga dan setiap kapasitas edgenya berhingga, maka hanya jumlah aliran berhingga yang dapat ditransmisikan.

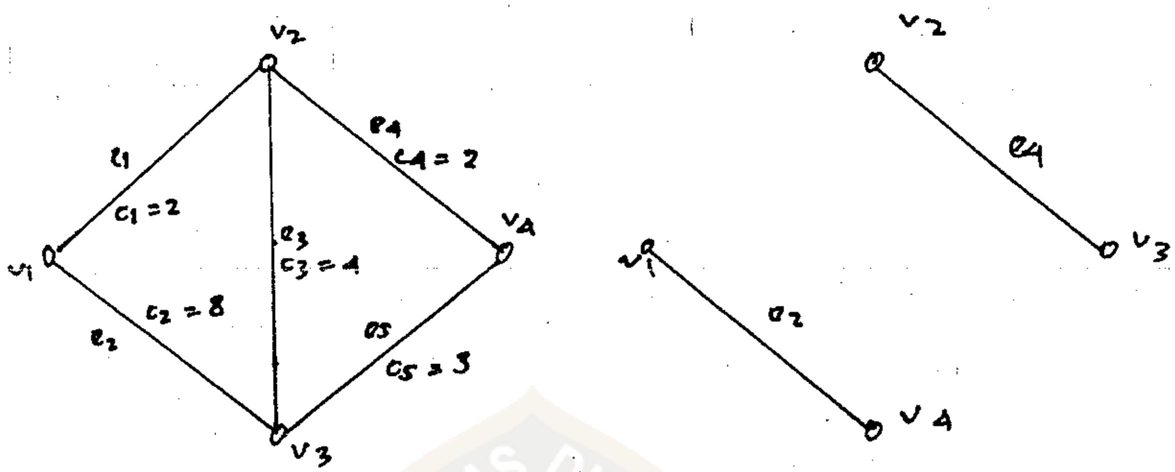
Definisi 2.3.5 :

Suatu kapasitas terminal t_{ij} dari jaringan Edge Weighted Communication tak berarah G merupakan aliran maksimum dari i ke j yang dapat ditransmisikan ke G.

Definisi 2.3.6 :

Nilai himpunan potong S, dinyatakan dengan V[s] yang merupakan jumlah kapasitas-kapasitas edge dari semua edge dalam S.

Contoh :



Gambar 2.3.4 Himpunan potong dari jaringan Edge Weighted Communication

Pandang himpunan potong S pada Gambar 2.3.4, S terdiri dari edge-edge e_1, e_3, e_5. Nilai dari S adalah jumlah kapasitas edge c_1, c_3, c_5, yaitu

$$V[s] = c_1 + c_3 + c_5$$
$$= 2 + 4 + 3$$
$$= 9$$

Jadi nilai himpunan potong = 9

Theorema 2.3.1 :

(Theorema Max Flow-Min Cut untuk jaringan Edge Weighted Communication)

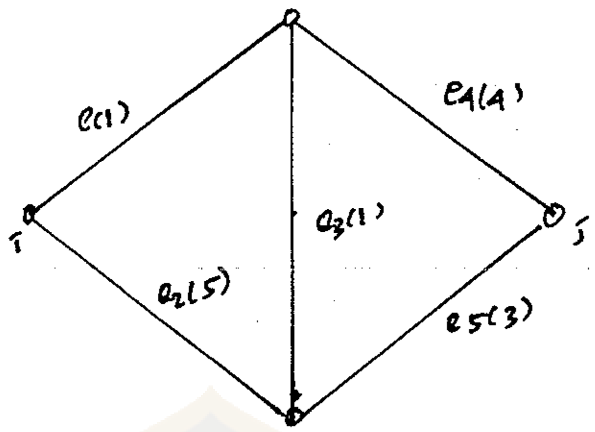
Aliran maksimum yang dapat ditransmisikan dari vertex i ke vertex j pada suatu jaringan Edge Weighted Communication tak berarah G sama dengan nilai minimum dari himpunan potong yang i dan j terpisah, atau dapat dinyatakan dengan

$$t_{ij} = \min \{V[s] \; ; \; S \in \{S_q(i;j)\} \}$$

Bukti :

Dimisalkan himpunan potong S yang i dan j terpisah dalam suatu jaringan Edge Weighted tak berarah G. Dalam suatu subgraph G-S (suatu subgraph dari G yang dihasilkan dengan menghilangkan atau menghapus S dari G) tidak terdapat path dari i ke j, karena i dan j terpisah. Oleh karena itu setiap path dari i ke j dalam G harus memuat paling sedikit edge dalam S. Sehingga aliran total yang ditransmisikan dari i ke j tidak dapat melebihi jumlah kapasitas edge dari semua edge dalam S. Karena sifat ini berlaku untuk semua himpunan potong yang i dan j terpisah dalam G, maka aliran maksimum yang ditransmisikan dari i ke j (t_{ij}) sama dengan nilai himpunan potong yang paling kecil dari semua himpunan potong yang semua i dan j terpisah, atau bisa ditulis dengan $t_{ij} = \min \{ V[s] \; ; \; S \in \{S_q(i;j)\} \}$. Dengan demikian Theorema 2.3.1 terbukti.

Contoh :



Gambar 2.3.5 Jaringan Edge Weighted Communication

Aliran maksimum t_{ij} yang dapat ditransmisikan dari i ke j pada jaringan Edge Weighted Communication tak berarah G pada gambar 2.3.5 dapat ditentukan sebagai berikut

$$t_{ij} = \min \{ V[s] \ ; \ S \in \{S_q(i;j)\} \}$$
$$= \min \{8, 6, 10, 6\}$$
$$= 6$$

Jadi aliran maksimum yang dapat ditransmisikan dari i ke j pada jaringan Edge Weighted Communication tak berarah G pada gambar 2.3.5 adalah 6 satuan.

2.4 PERMUTASI

Definisi 2.4.1 :

Permutasi adalah barisan bilangan-bilangan (j_1, j_2, j_3, j_n) dimana berlaku $j_i \neq j_k$ untuk $i \neq k$ (i dan k =

1,2,...., n) serta j_i salah satu bilangan asli (1,2,....n)

Contoh :

(2,3,4,1,5) merupakan salah satu permutasi dari lima buah bilangan asli pertama.

Definisi 2.4.2 :

n buah bilangan asli 1,2,...,n dapat dibentuk permutasi sebanyak $n!=n(n-1)(n-2)\ldots 2.1$

Contoh :

a,b,c

Memiliki 3!= 3.2.1 = 6 permutasi, yaitu {a,b,c}, {a,c,b}, {b,a,c}, {b,c,a}, {c,a,b}, {c,b,a}.

Definisi 2.4.3 :

Inversi pada suatu permutasi $(j_1,j_2,\ldots,j_n)$ adalah adanya $j_k>j_i$ (j_k mendahului j_i) padahal $j_i<j_k$ (i,k=1,2,...n)

Contoh :

Pandang contoh pada Definisi 2.4.1

$j_2=3$ mendahului $j_4=1$, padahal 1<3

$j_1=2$ mendahului $j_4=1$, padahal 1<2

Definisi 2.4.4 :

Jika banyaknya inversi pada suatu permutasi adalah ganjil, maka disebut permutasi ganjil, sebaliknya disebut permutasi genap.

Contoh :

Pandang contoh pada Definisi 2.4.1

Jumlah inversi 3(tiga) maka disebut inversi ganjil